

تحلیل و طراحی آنتن با استفاده از روش گشتاورها

گرد آوری

محمد اجارودی، چنگیز قبادی و جواد نوری‌نیا

دانشگاه ارومیه، دانشگاه ارومیه و دانشگاه ارومیه

خلاصه - در این مقاله روش گشتاورها که به طور وسیعی برای تحلیل پارامترهای آنتن‌ها به عنوان یک روش عددی به کار می‌رود توضیح داده می‌شود. در ابتدا، مراحل روش گشتاورها برای حل معادلات انتگرالی برای هادی‌های سیمی و مسطح بیان می‌شود و مثال‌های عددی برای ساختار هادی‌هایی با اتصال‌هایی از بخش‌های سیمی و مسطح در این مقاله بررسی می‌شوند و نشان داده می‌شود که روش گالرکین منجر به جواب با دقت بالا می‌شود در آخر هم روش گشتاورها برای پراکننده‌های عایقی با آخرین پیشرفت‌ها بررسی می‌شود.

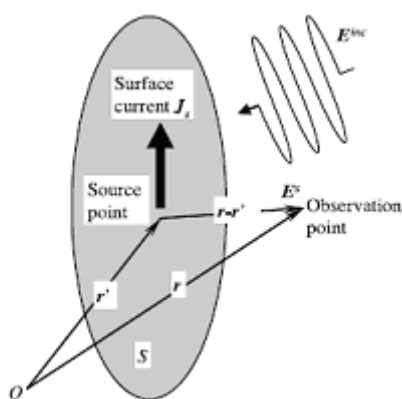
کلمات کلیدی- روش گشتاورها- معادلات انتگرالی- روش گالرکین- روش تطبیق نقطه‌ای



زیر بیان می‌شود:

$$E_t^{inc}(r) = j\omega\mu_0 \iint_S \left[\overline{G_0(r, r') \cdot J_S(r')} \right]_t dr' \quad (2)$$

به طوری که E^{inc} میدان الکتریکی تابشی معلوم و E^S میدان منتشره شده با جریان سطحی نامعلوم J_S که بایستی محاسبه شود. اندیس t اشاره به مؤلفه‌ی عمودی میدان دارد و $\overline{G_0}$ تابع گرین دودویی فضای آزاد می‌باشد.



شکل ۱: انتشار موج الکترومغناطیسی به وسیله‌ی جسم هادی.

برای حل معادله‌ی انتگرالی (۲) جریان سطحی نامعلوم به مجموعه‌ای از توابع پایه‌ی $f_n(r')$ بسط داده می‌شود.

$$J_S(r') = \sum_{n=1}^N I_n \cdot f_n(r') \quad (3)$$

با جایگذاری معادله‌ی (۳) در معادله‌ی (۲) و با مطرح کردن توابع آزمون $\omega_m(r)$ به طوری که بردارهای عمودی در سطح پراکننده می‌باشند معادله‌ی انتگرالی (۲) تبدیل به دستگاه معادلات همزمان زیر می‌شود.

$$\sum_{n=1}^N Z_{mn} \cdot I_n = V_m, m=1,2,3,\dots,N \quad (4)$$

روش گشتاورها بعد از انتشار کتاب "محاسبات میدان توسط روش گشتاورها" نوشته‌ی هرینگتون در سال ۱۹۶۸ و با پیشرفت سریع کامپیوترهای رقمی عمومیت پیدا کرد [۱]. مفهوم روش گشتاورها که بعداً روش گالرکین نام گرفت نخستین بار توسط گالرکین در سال ۱۹۱۵ در روسیه ارائه شد. روش گشتاورها روش حل معادلات انتگرالی یا معادلات دیفرانسیلی به صورت عددی با تبدیل این معادلات به معادلات همزمان می‌باشد. در تحلیل حوزه‌ی الکترومغناطیسی معادله‌ی انتگرالی برای میدان الکتریکی در سطح هادی معمولی برای محاسبه‌ی جریان سطحی روی آنتن و پراکننده به کار می‌رود هر چند که معادله‌ی انتگرالی برای میدان مغناطیسی نیز می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد [۲]. روش گشتاورها همچنین برای مسائل انتشاری که شامل مواد عایقی هستند به کار برده می‌شود به طوری که در این گونه مسائل معادله‌ی انتگرالی حجمی برای محاسبه‌ی جریان قطبی شده‌ی داخل ماده‌ی عایق حل می‌شود [۳].

۲- نظریه‌ی روش گشتاورها

ابتدا اجازه دهید یک آنتن هادی کامل با میدان تابشی E^{inc} همانند شکل ۱ در نظر بگیریم. مؤلفه‌ی عمودی میدان الکتریکی روی سطح هادی کامل بایستی شرط مرزی را ارضا کند:

$$\left[E^S(r) + E^{inc}(r) \right]_{\perp} = 0 \quad (1)$$

و معادله‌ی انتگرالی برای جریان در روی سطح S با رابطه‌ی

به طوری که ضرایب ولتاژ V_m مقادیر مشخصی دارند و با رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شوند:

$$V_m = \iint_S \omega_m(r) \cdot E^{inc}(r) \cdot dr \quad (5)$$

و برای Z_{mn} نیز داریم:

$$Z_{mn} = j\omega\mu_0 \iiint_S \omega_m(r) \cdot \bar{G}_0(r, r') \cdot f_n(r') \cdot dr' \cdot dr \quad (6)$$

Z_{mn} با انتگرال ضرب داخلی بین میدان الکتریکی تولید شده با جریان سطحی $f_n(r')$ و توابع آزمون $\omega_m(r)$ در روی سطح هادی بیان می‌شود. Z_{mn} همچنین بیانگر امپدانس خودی تولید شده ($m = n$) و امپدانس متقابل تولید شده ($m \neq n$) بین جریان سطحی $f_n(r')$ و توابع آزمون $\omega_m(r)$ نیز می‌باشد. با محاسبه I_n ، جریان سطحی J_s و میدان انتشار یافته نیز محاسبه می‌شود.

توابع پایه می‌توانند به دو نوع از توابع تقسیم شوند. نوع اول، توابع پایه‌ای که در تمام حوزه‌ی S که انتگرال معادله-ی (۲) در این حوزه گرفته می‌شود مقدار غیر صفر دارد و نوع دوم توابع پایه‌ای که در قسمتی از کل حوزه‌ی انتگرال-گیری مقداری غیر صفر دارد. وقتی توابع پایه‌ی نوع اول مورد استفاده قرار گیرد بایستی توابع مناسبی که وابسته هستند به شکل پراکنده مورد استفاده قرار گیرند مانند سری فوریه برای پراکنده‌ی هادی چهار ضلعی (مربعی یا مستطیلی) [۴]. بنابراین توابع پایه‌ی نوع اول بعضی اوقات برای پراکنده‌های با شکل اختیاری مناسب نیستند [۲].

به طور مشابه برای توابع آزمون $\omega_m(r)$ نیز نوع زیر حوزه‌ای و تمام حوزه‌ای به کار می‌روند. ساده‌ترین تابع آزمون تابع دلتای دیراک می‌باشد. به طوری که معادله‌ی انتگرالی را از شکل رشته‌ی پیوسته در طول حوزه به مقادیر گسسته تبدیل می‌کند. روشی که از توابع دلتا به عنوان تابع وزن استفاده می‌کند روش تطبیق نقطه‌ای نامیده می‌شود. روش تطبیق نقطه‌ای روش بسیار جالبی است چون نیازی به مراحل خسته‌کننده‌ی انتگرالگیری نسبت به r ندارد. دقت جواب نهایی روش تطبیق نقطه‌ای تنها به تعداد نقاط تطبیق N وابسته نیست بلکه محل تطبیق نقاط تطبیق نیز اغلب اوقات مهم می‌باشد.

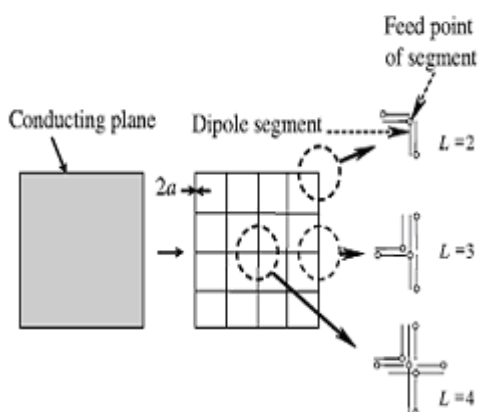
وقتی که برای توابع پایه و توابع آزمون تابع‌های متفاوتی انتخاب می‌شود $f_n(r) \neq \omega_n(r)$ در این صورت رابطه‌ی تقابل در ماتریس امپدانس از بین می‌رود $Z_{mn} \neq Z_{nm}$ و جواب نهایی نیز از دقت بالایی برخوردار نخواهد بود. در روش گالرکین تابع آزمون $\omega_m(r)$ و تابع پایه‌ی $f_n(r)$ مثل هم انتخاب می‌شوند در نتیجه رابطه‌ی تقابل نیز در ماتریس امپدانس برقرار می‌شود و جواب نهایی نیز از دقت بالایی برخوردار خواهد بود [2].

۳- ساختار سیمی نازک

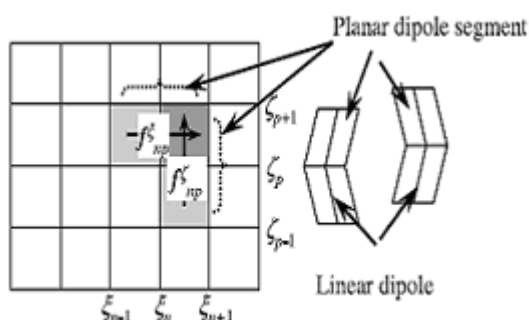
در نخستین مرحله‌ی روش گشتاورها در سال‌های ۱۹۶۸-۱۹۷۵، روش گشتاورهای هرینگتون به طور وسیعی مورد استفاده قرار گرفت چون در این حالت امپدانس خودی و امپدانس متقابل به یک شکل واضح بدون هیچ انتگرالی

۴- ساختارهای مسطح

در تحلیل عددی ساختارهای مسطح به طور معمول مدل سازی حلقه های سیمی برای سطح هادی استفاده می شود [5]. مدل سازی حلقه های سیمی جایگزین ساختار مسطح با مدل حلقه ی سیمی همانند شکل ۲ می شود و دوباره از تقریب سیم نازک استفاده می کنیم. در مدل سازی حلقه ی سیمی همانند آنچه در شکل ۳ نشان داده شده است نقاط گره قسمت های دوقطبی سیمی را به هم متصل می کنند و پیوستگی جریان در این نقاط گره بسیار مهم است. این روش یک عیب عمده دارد و آن عدم صحت برای میدان نقاط نزدیک می باشد.



شکل ۲: مدل سازی حلقه های سیمی برای ساختارهای مسطح سیمی.

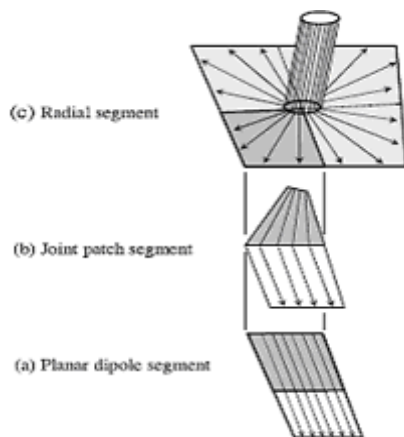


شکل ۳: تقسیم بندی ساختارهای مسطح به بخش های دوقطبی مسطح.

تبدیل می شود [۱]. اما با افزایش طول پراکننده تعداد توابع پایه N زیادی برای حصول جواب دقیق مورد نیاز است و زمان CPU برای حل معادلات همزمان در رابطه ی (۴) نیز افزایش می یابد چون زمان CPU برای حل N معادله ی N مجهولی متناسب با N^3 می باشد برای غلبه بر این مشکل ترکیبات زیادی از توابع پایه در طول سال های ۱۹۷۰ تا ۱۹۷۵ ارائه شده است [۲]. از سال ۱۹۷۵ روش گشتاورهای رایموند به طور معمول استفاده می شود به طوری که در این روش سینوسی های تکه وار به عنوان توابع پایه و توابع آزمون مورد استفاده قرار می گیرند [۴]. در روش گشتاور رایموند روش گشتاور گالرکین مطرح شده و دقت جواب نهایی با N مرحله حاصل می شود. روش گشتاورهای رایموند بر خلاف روش هرینگتون برای رسیدن به جواب قابل قبول نیاز به N بزرگ ندارد.

روش رایموند می تواند به آسانی به کار برده شود حتی زمانی که پراکننده از ساختارهای سیمی نازک پیچیده تشکیل شده باشد در این صورت مساله با تقسیم پراکننده به صورت قسمت های دوقطبی V شکل خم مانند حل می شود. توابع پایه و توابع آزمون برای هریک از قسمت های دوقطبی V شکل از رابطه ی زیر به دست می آید:

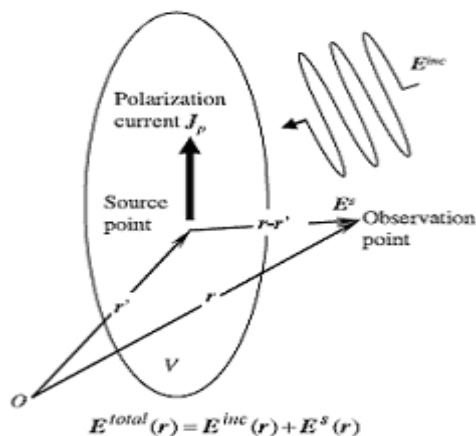
$$f_n(\xi) = a_n(\xi) = \begin{cases} \frac{\text{sink}_0(h_1 + \xi_1)}{\xi_1} \hat{e}_1, & -h_1 \leq \xi_1 \leq 0 \\ \frac{\text{sink}_0(h_2 - \xi_2)}{\xi_2} \hat{e}_2, & 0 \leq \xi_2 \leq h_2 \end{cases} \quad (9)$$



شکل ۵: بخش‌های شعاعی و اتصال بخش‌های patch مانند برای بخش سیمی و بخش مسطح.

۵- مواد عایق

در روش گشتاورها برای پراکننده‌های عایقی معادله‌ی انتگرال حجمی برای به دست آوردن جریان قطبی شده‌ی ناشناخته در داخل ماده‌ی عایق مورد استفاده قرار می‌گیرد.



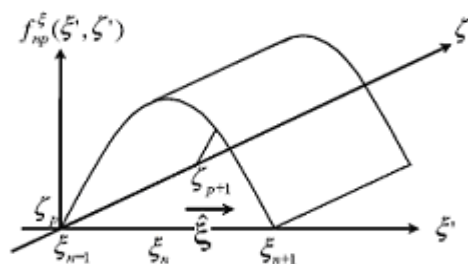
شکل ۶: انتشار موج الکترومغناطیسی با بدنه‌ی عایق.

میدان الکتریکی منتشرشده با جریان قطبی شده‌ی J_p در داخل بدنه‌ی عایق نشان داده شده در شکل ۶ که شامل حجم V می‌باشد با رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

یکی از روشهای تحلیل پراکننده‌های دارای هادی مسطح که دارای دقت بالایی می‌باشد روش گشتاورهای رایموند تعمیم یافته می‌باشد [4] به طوری که توابع پایه و توابع آزمون سینوسی تکه‌وار برای قسمت‌های دوقطبی مسطح نشان داده شده در شکل ۴ به کار می‌رود این توابع پایه طبق فرمول زیر محاسبه می‌شوند:

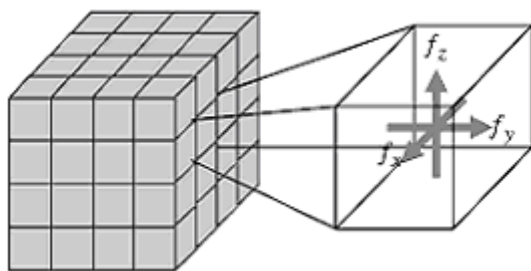
$$f_{np}^{\xi}(\xi', \xi') = \begin{cases} \frac{\sin k_0(\xi_{n+1} - \xi')}{\sin k_0(\xi_{n+1} - \xi_n)} \bar{\xi}, & \xi_{n+1} \geq \xi' \geq \xi_n, \zeta_{p+1} \geq \zeta' \geq \zeta_p \\ \frac{\sin k_0(\xi' - \xi_{n-1})}{\sin k_0(\xi_n - \xi_{n-1})} \bar{\xi}, & \xi_n \geq \xi' \geq \xi_{n-1}, \zeta_{p+1} \geq \zeta' \geq \zeta_p \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

در شکل ۴ نشان داده شده‌اند.



شکل ۴: توابع آزمون و پایه‌ی سینوسی تکه‌وار برای بخش‌های مسطح.

وقتی که هادی پراکننده از سیم‌ها و سطح هادی جدا از هم تشکیل شده اما در نقطه‌ی اتصال سیم‌ها به ساختارهای مسطح مشکل به وجود می‌آید، در این حالت یک رفتار خاص برای بررسی اتصال بین قسمت دوقطبی مسطح و قسمت دوقطبی سیمی نیاز است. همانند آنچه که در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۷: مدل بندی بدنه ی عایق.

در روش گشتاورها بلوکها فقط در فضای ماده ی عایق قرار می گیرند و تعداد بلوکهای مورد نیاز برای روش گشتاورها خیلی کمتر از تعداد سلولهای FDTD می باشد چون در FDTD بایستی بلوکها فضای آزاد یا همان هوا را نیز شامل می شوند.

۶ - نتیجه گیری

در این مقاله نظریه ی روش گشتاورها که روش عددی برای تحلیل مشخصات آنتن ها و پراکننده ها می باشد به طور وسیعی مورد استفاده قرار می گیرد توضیح داده شده است و نحوه ی به کارگیری این روش برای ساختارهای سیم نازک و ساختارهای مسطح بررسی شده است در آخر، روش گشتاورها برای مواد عایق و تحقیقات اخیر در مورد مدل سازی بلوکی بیان گردید.

$$E^s(r) = -j\omega\mu_0 \iiint_V \bar{\bar{G}}_0(r, r') \cdot J_p(r') dV' \quad (12)$$

چون میدان الکتریکی کلی E^{total} به وسیله ی مجموع میدان الکتریکی تابشی E^{inc} و میدان الکتریکی منتشر شده E^s می باشد بنابراین:

$$E^{total}(r) = E^{inc}(r) + E^s(r) \quad (13)$$

و جریان قطبی شده ی J_p از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$J_p(r) = [\sigma + j\omega\epsilon(\epsilon_r - 1)]E^{total}(r) \quad (14)$$

بنابراین:

$$E^{inc}(r) = \frac{J_p(r)}{\sigma(r) + j\omega\epsilon_0[\epsilon_r(r) - 1]} + j\omega\mu_0 \iiint_V \bar{\bar{G}}_0(r, r') \cdot J_p(r') dV' \quad (15)$$

در تحلیل عددی مواد عایق با استفاده از روش گشتاورها مدل سازی بلوکی به طور عمده مورد استفاده قرار می گیرد. همانند آنچه در شکل ۷ نشان داده شده است. تابع پایه در هر بلوک معمولا به صورت تابع یکسان انتخاب می شود. روش تطبیق نقطه ای در این حالت منجر به جواب دقیق در حوزه ی میدان نزدیک نمی شود. بنابراین برای توابع آزمون بایستی توابع خطی استفاده شود [۳].

[1] R.F. Harrington, Field Computation by Moment Methods, The Macmilan Co., New York, 1968.

[2] R. Mittra ed., Computer Techniques for Electromagnetics, pergamon. New York, 1973.

[3] S. Uebayashi and Y. Amemiya. "power deposition in a block model of man exposed to the near field of a $\frac{1}{2}$ dipole antenna," IECE Trans.Comm. (Japanese Edition), vol. J67-B, no. 8, pp.877-883, Aug . 1984.

[۴] J.A. Richmond. "A wire-grid model of scattering by conducting bodies," Antennas Propag., vol. AP-14, no. 3, pp. 782-786, Nov. 1966.

[۵] R.W.P. King, Table of Antenna Characteristics, Pelnum Press, 1971.

