به نام خدا

بررسی پدیده گیپس

GIBBS PHENOMENON

نویسنده:

حسین اقبالی

amhaf2006@gmail.com

کلمات کلیدی:

پدیده گیپس – نرم افزار مطلب

چکیده:

در این مقاله سعی شده توضیح مختصری در مورد بررسی پدیده گیپس در نرم افزار مطلب ارایه شود.

$$x(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(\omega_n t + \phi_n)$$

If periodic (repeating)

$$\boxed{\omega_n = n\omega_1}$$

Fourier Series

$$\boxed{f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)\right]}$$

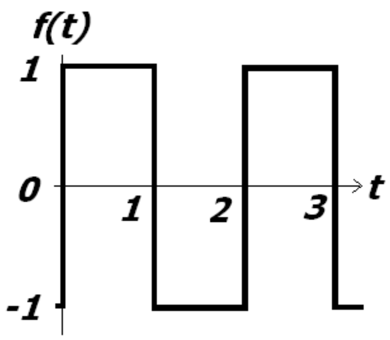
$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(n\omega t)dt$$

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(n\omega t)dt$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

موج مربعی:



$f(t)=1 \quad 0<t<1$

$= -1 \quad 1<t<2$

دوره تناوب: T=2 ,w =π

قرار می دهیم: t= 0 to 1 and t=1 to 2

و

$$a_0 = \int_0^2 f(t)dt$$
$$= \int_0^1 dt - \int_1^2 dt = 1-1 \Rightarrow a_0 = 0$$

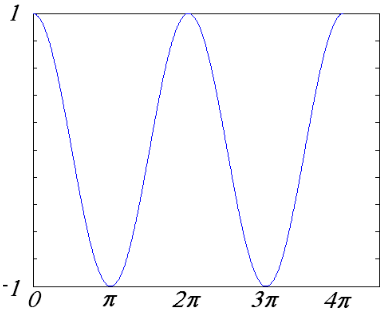
$$a_n = \int_0^2 f(t)\cos(n\pi t)dt$$
$$= \int_0^1 \cos(n\pi t)dt - \int_1^2 \cos(n\pi t)dt$$
$$= \frac{1}{n\pi}\left[\sin(n\pi t)\Big|_0^1 - \sin(n\pi t)\Big|_1^2\right] \Rightarrow a_n = 0$$

$$b_n = \int_0^2 f(t)\sin(n\pi t)dt = \int_0^1 \sin(n\pi t)dt - \int_1^2 \sin(n\pi t)dt$$
$$= -\frac{1}{n\pi}\left[\cos(n\pi t)\Big|_0^1 - \cos(n\pi t)\Big|_1^2\right]$$
$$= -\frac{1}{n\pi}\left((\cos(n\pi)-1)-(\cos(n\pi 2)-\cos(n\pi))\right)$$
$$= -\frac{1}{n\pi}(2\cos(n\pi)-1-\cos(n2\pi))$$

می دانیم:

$$b_n = -\frac{1}{n\pi}(2\cos(n\pi)-1-\cos(n2\pi))$$

$$n=1,\ \ b_1=-\frac{1}{n\pi}(2(-1)-1-1)=\frac{4}{n\pi}$$
$$n=2,\ \ b_2=-\frac{1}{n\pi}(2(1)-1-1)=0$$
$$n=3,\ \ b_3=-\frac{1}{n\pi}(2(-1)-1-1)=\frac{4}{n\pi}$$
$$n=4,\ \ b_4=-\frac{1}{n\pi}(2(1)-1-1)=0$$
$$n=5,\ \ b_2=-\frac{1}{n\pi}(2(-1)-1-1)=\frac{4}{n\pi}$$



$$a_0=0$$

$$a_n=0$$

$$b_n=\frac{4}{n\pi}\ \text{when n}=1,3,5...$$

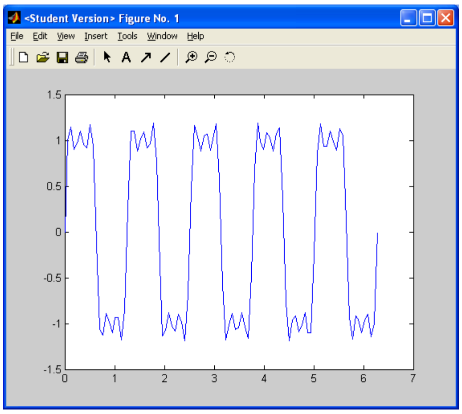
سری فوریه برای موج مربعی برابر است با:

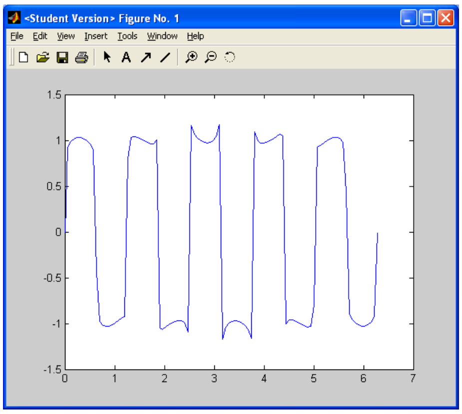
$$f(t)=\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos(n\omega t)+b_n\sin(n\omega t)\right]$$

$$f\ (t)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin n\pi t=\frac{4}{\pi}\ [\ \sin\ \pi t+\tfrac{1}{3}\sin\ 3\pi t+\tfrac{1}{5}\sin\ 5\pi t+...]$$

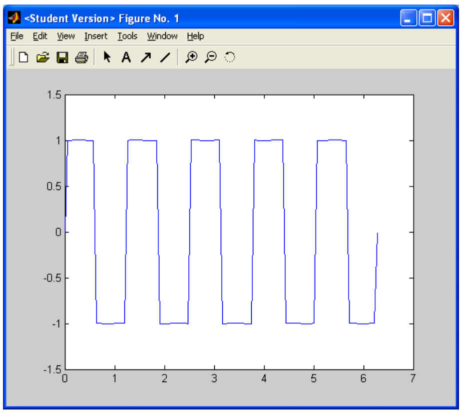
برنامه مطلب را اینگونه می نویسیم:

```
f=500;
w=2*pi*f;
t=linspace(0,1/f*5,100);
y1=4/pi*(sin(w*t)+1/3*sin(3*w*t)+1/5*sin(5*w*t));
plot(t,y1)
```

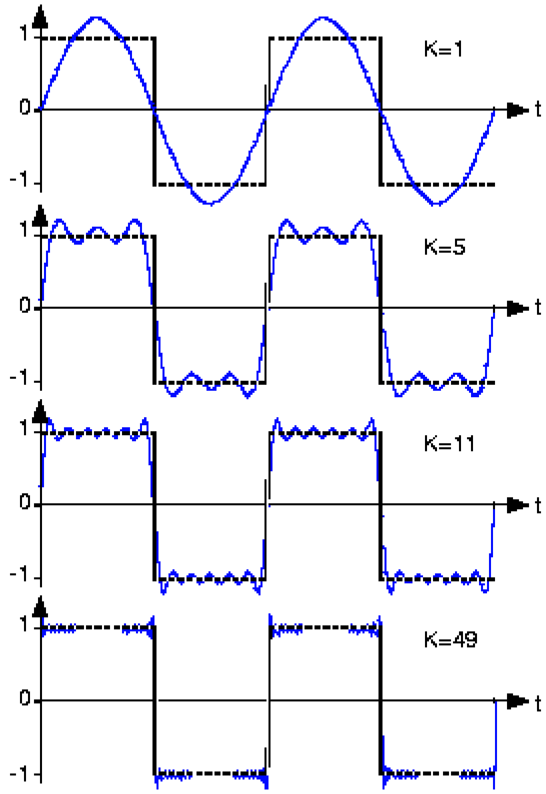




And if n=1000



و همچنین شکل موج های زیربه ازای مقادیر مختلف رسم شده است:


K=1
K=5
K=11
K=49
1
0
-1
t