

به نام خدا

منطق فازی

نویسنده

آزاده غفاری

کلمات کلیدی

منطق فازی

چکیده

در این مقاله آشنایی مقدماتی در مورد منطق فازی بیان شده است



۱. مقدمه [۱]

ریاضیات فازی یک فرا مجموعه از منطق بولی است که بر مفهوم درستی نسبی، دلالت می کند. منطق کلاسیک هر چیزی را بر اساس یک سیستم دوتائی نشان می دهد (درست یا غلط، ۰ یا ۱، سیاه یا سفید) ولی منطق فازی درستی هر چیزی را با یک عدد که مقدار آن بین صفر و یک است نشان می دهد. مثلاً اگر رنگ سیاه را عدد صفر و رنگ سفید را عدد ۱ نشان دهیم، آن گاه رنگ خاکستری عددی نزدیک به صفر خواهد بود.

در سال ۱۹۶۵، دکتر لطفی زاده نظریه سیستم های فازی را معرفی کرد. در فضایی که دانشمندان علوم مهندسی به دنبال روش های ریاضی برای شکست دادن مسایل دشوارتر بودند، نظریه فازی به گونه ای دیگر از مدل سازی، اقدام کرد.

منطق فازی معتقد است که ابهام در ماهیت علم است. بر خلاف دیگران که معتقدند که باید تقریب ها را دقیق تر کرد تا بهره وری افزایش یابد، لطفی زاده معتقد است که باید به دنبال ساختن مدل هایی بود که ابهام را به عنوان بخشی از سیستم مدل کند. در منطق ارسطویی، یک دسته بندی درست و نادرست وجود دارد. تمام گزاره ها درست یا نادرست هستند. بنابراین جمله «هوا سرد است»، در مدل ارسطویی اساساً یک گزاره نمی باشد، چرا که مقدار سرد بودن برای افراد مختلف متفاوت است و این جمله اساساً همیشه درست یا همیشه نادرست نیست. در منطق فازی، جملاتی هستند که مقداری درست و مقداری نادرست هستند. در این منطق به جای درست یا نادرست، سیاه یا سفید، صفر یا یک، سایه های نامحدودی از خاکستری بین سیاه و سفید وجود دارد. تمایز عمده منطق فازی با منطق چند ارزشی آن است که در منطق فازی، حقیقت و حتی ذات مطالب هم می تواند نادقیق باشد. در منطق فازی، مجاز به بیان جملاتی از قبیل «کاملاً درست است» یا «کم و بیش درست است» هستیم. حتی می توان از احتمال نادقیق مثل «تقریباً غیرممکن»، «نه چندان» و «به ندرت» نیز استفاده کرد. بدیهی است منطق فازی نظام کاملاً انعطاف پذیری را در خدمت زبان طبیعی قرار می دهد. برای مثال، جمله «هوا سرد است» یک گزاره منطقی فازی می باشد که درستی آن گاهی کم و گاهی زیاد است. گاهی همیشه درست و گاهی همیشه نادرست و گاهی تا حدودی درست است. منطق فازی می تواند پایه ریز بنیانی برای فن آوری جدیدی باشد که تا کنون هم دست آوردهای فراوانی داشته است. شاید زمانیکه پروفیسور لطفی زاده منطق فازی را مطرح نمود؛ باور آنکه روزی این منطق یکی از کاربردی ترین روشها برای ساخت دستگاه های مختلف باشد؛ امری بسیار بعید به نظر میرسید. ولی هم اکنون نه تنها این امر بعید به نظر نمیرسد بلکه اکثر کارخانه های دنیا بدنبال کاربردهای نوینی از این منطق در دستگاه های خود هستند.

تاریخچه کاربرد منطق فازی در دستگاه های صنعتی به حدود ۱۰ سال قبل باز میگردد؛ برای نخستین بار ژاپنی ها منطق فازی را وارد سیستم صنعتی خود نمودند و براساس منطق فازی به ساخت دستگاه های مختلف پرداختند؛ تفاوت کارکرد این دستگاه ها با دستگاه هایی که از طریق منطق استدلالی کنترل

میشوند؛ درکارایی بهتر و جامع تر بودن آنها است؛ این دستگاهها بدلیل گستردگی عوامل محیطی؛ دردسترس بودن و تشریح کامل شرایط فیزیکی ممتاز هستند و به زودی تمامی سیستم های کنترل هوشمند را تحت تاثیر منطق فازی قرارخواهند داد.

سیستم های فازی؛ سیستم هایی هستند با تعریف دقیق و کنترل فازی نیز نوع خاصی از کنترل غیر خطی می باشد که آن هم دقیقاً تعریف می گردد. اساساً گرچه سیستم های فازی پدیده های غیر قطعی و نا مشخص را توصیف می کنند؛ با این حال خود تئوری فازی یک تئوری دقیق می باشد.

در سیستم های عملی اطلاعات مهم از دو منبع سر چشمه میگیرند. یکی از منابع افراد خبره میباشد؛ که دانش و آگاهیهایشان را در مورد سیستم با زبان طبیعی تعریف میکنند. منبع دیگر اندازه گیری ها و مدلهای ریاضی هستند که از قواعد فیزیکی مشتق شده اند؛ بنابراین یک مسئله مهم ترکیب این دو نوع اطلاعات در طراحی سیستم ها است .

برای انجام این ترکیب سؤال کلیدی این است که چگونه می توان دانش بشری را در چهارچوبی مشابه مدلهای ریاضی فرموله کرد؛ اما ابتدا باید بدانیم سیستم های فازی چگونه سیستم هایی هستند.

۲. سیستم های فازی

سیستم های فازی؛ سیستمهای مبتنی بر دانش یا قواعد می باشد. قلب یک سیستم فازی یک پایگاه دانش بوده که از قواعد اگر- آنگاه فازی تشکیل شده است. یک قاعده اگر- آنگاه فازی یک عبارت اگر- آنگاه بوده که بعضی کلمات آن بوسیله توابع تعلق پیوسته مشخص شده اند.

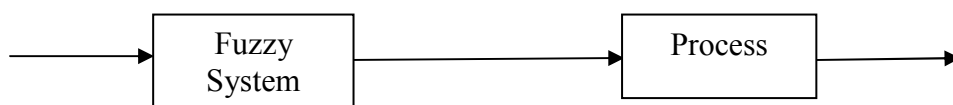
سیستم های فازی کجا و چگونه استفاده می شوند؟

سیستم های فازی امروزه در طیف وسیعی ازعلوم وفنون کاربرد پیدا کرده اند؛از کنترل؛ پردازش سیگنال؛ ارتباطات؛ ساخت مدارات مجتمع و سیستم های خبره گرفته تا بازرگانی؛ پزشکی؛ دانش اجتماعی و با این حال به عنوان مهمترین کاربردهای آن حل مسائل و مشکلات کنترل را می توان نام برد.[۱]

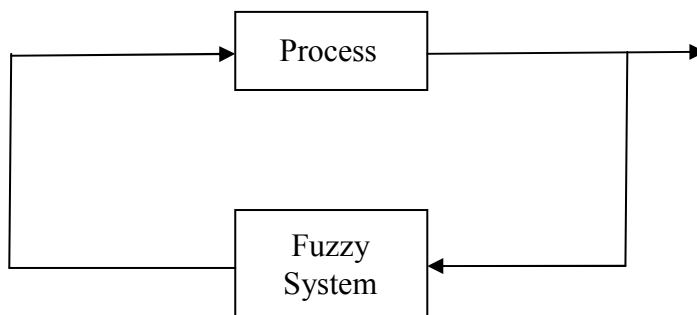
مثالهایی از کاربرد منطق فازی: اتوموبیل و سایر زیرسیستم های نقلیه، مثل ABS؛ دوربین؛ ماشین ظرفشویی؛ آسانسور؛ بازیهای تصویری هوش مصنوعی؛ فیلتر های زبانی در مورد پیغام در chat room ها؛ الگوهای شناخت در دریافت ازراه دور.

سیستم های فازی را ؛ همانطور که نشان داده شده است؛ میتوان به عنوان کنترل کننده حلقه باز و یا کنترل کننده حلقه بسته مورد استفاده قرار داد. هنگامی که به عنوان کنترل کننده حلقه باز استفاده میشود؛ سیستم فازی معمولاً بعضی پارامترهای کنترل را معین کرده و آنگاه سیستم را مطابق با این پارامترها کنترل کار میکند. بسیاری از کاربردهای سیستم های فازی در الکترونیک به این دسته تعلق دارند. هنگامی که سیستم های فازی به عنوان یک کنترل کننده حلقه بسته استفاده میشوند؛ در این

حالت خروجی های فرایند را اندازه گیری کرده و به طور همزمان عملیات کنترل را انجام میدهد. کاربردهای سیستم فازی در فرایندهای صنعتی به این دسته تعلق دارند.



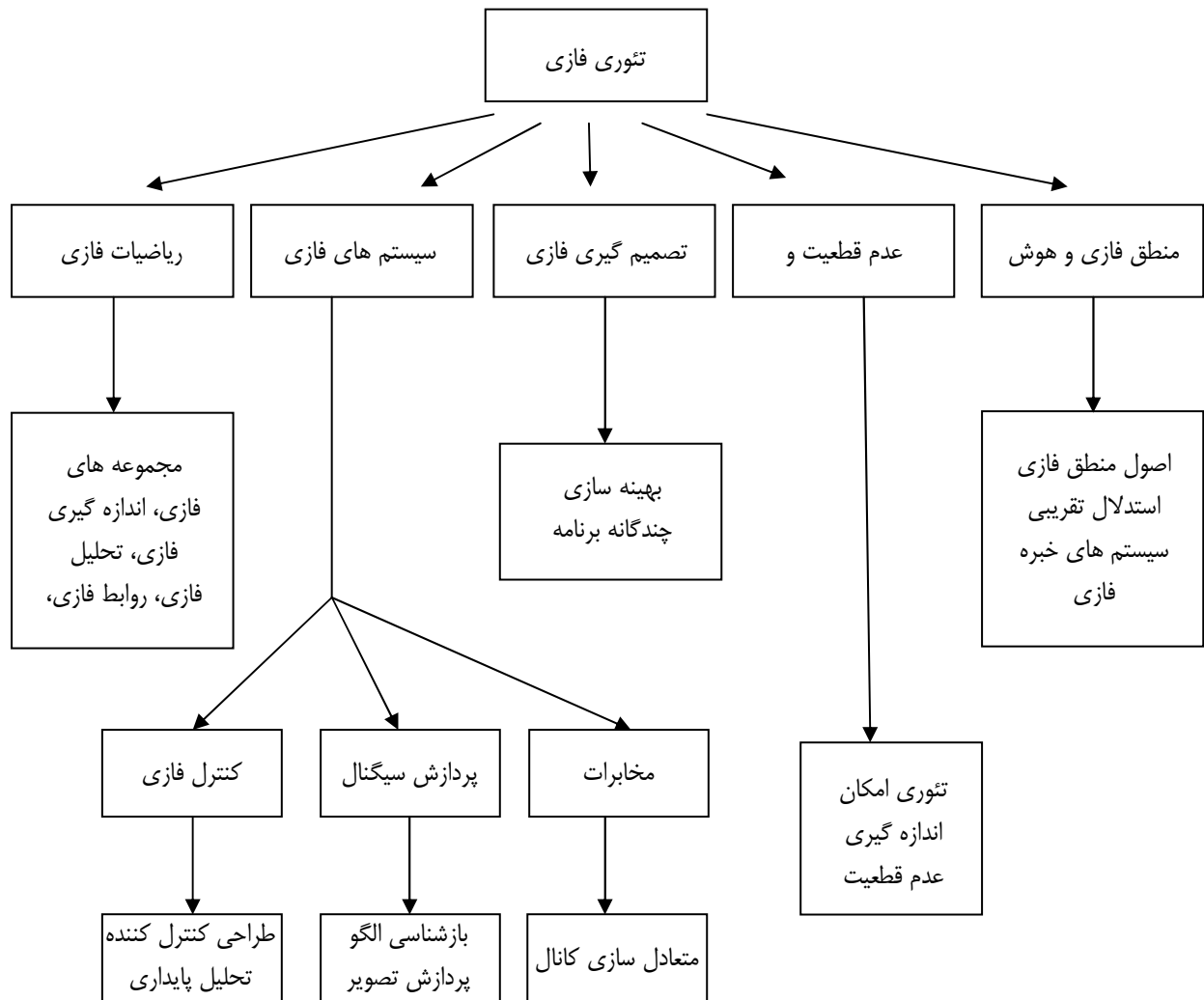
شکل ۱- سیستم فازی به عنوان کنترل کننده حلقه باز



شکل ۲- سیستم فازی به عنوان کنترل کننده حلقه بسته

۳. زمینه های تحقیق عمده در تئوری فازی

منظور از تئوری فازی؛ تمام تئوری هایی است که از مفاهیم اساسی مجموعه های فازی یا توابع تعلق استفاده میکنند. تئوری فازی را مطابق شکل زیر به ۵ شاخه عمده میتوان تقسیم کرد. البته این پنج شاخه مستقل از یکدیگر نبوده و به شدت به هم ارتباط دارند.



شکل ۳ - طبقه بندی تئوری فازی

۴. تاریخچه مختصری از تئوری و کاربردهای فازی

دو حادثه در اوایل قرن بیستم منجر به شکل گیری «منطق فازی» یا «منطق مبهم» شد (منطق فازی یعنی توان استدلال با مجموعه های فازی). اولین حادثه پارادوکس های مطرح شده توسط برتراند راسل در ارتباط با منطق ارسطویی بود. برتراند راسل بنیادهای منطقی برای منطق فازی (منطق مبهم) را طرح نمود، اما هرگز موضوع را تعقیب نکرد. برتراند راسل در ارتباط با منطق ارسطویی چنین بیان می دارد:

«تمام منطق سنتی بنا به عادت، فرض را بر آن می‌گذارد که نمادهای دقیقی به کار گرفته شده است. به این دلیل موضوع در مورد این زندگی خاکی قابل به کارگیری نیست، بلکه فقط برای یک زندگی ماوراء الطبیعه معتبر است.»

دومین حادثه، کشف «اصل عدم قطعیت» توسط هایزنبرگ در فیزیک کوانتوم بود. در این میان منطقیون برای گریز از خشکی و جزمیت منطق دو ارزشی، منطق های چندارزشی را به عنوان تعمیم منطق دو ارزشی پایه گذاری کردند.

ولی روشن است که منطق سه ارزشی نیز با واقعیت فاصله دارد. لذا منطق های n مقداره توسط منطقیون از جمله لوکاسیه ویچ ارائه شد.

منطق فازی نیز یک منطق چند ارزشی است.

منطق فازی عبارت است از «استدلال با مجموعه های فازی». مجموعه های فازی توسط ماکس بلک و لطفی زاده ارائه گردید.

ابتدا در سال ۱۹۷۳ ماکس بلک فیلسوف کوانتوم مقاله ای راجع به آنالیز منطق به نام «ابهام» را منتشر کرد. البته جهان علم و فلسفه مقاله بلک را نادیده گرفت، اگر این چنین نمی شد ما هم اکنون باید منطق گنگ را به جای منطق فازی مورد بررسی قرار می دادیم. سپس در سال ۱۹۶۵ لطفی زاده مقاله ای تحت عنوان «مجموعه های فازی» منتشر ساخت. در این مقاله او از منطق چند مقداری لوکاسیه ویچ برای مجموعه ها استفاده کرد. او نام فازی را برای این مجموعه ها در نظر گرفت تا مفهوم فازی را از منطق دودویی دور سازد. او لغت فازی را انتخاب کرد تا همچون خاری در چشم علم مدرن فرو رود.

ماکس بلک عبارت «مبهم» را به این دلیل استفاده کرد که برتراند راسل و دیگر منطق دانان آن را برای چیزی که ما اکنون آن را «فازی» می نامیم، استفاده کرده بودند. نظریه بلک مورد قبول واقع نشد و در مجله ای اختصاصی که تنها گروه اندکی آن را مطالعه می کردند در سکوت به فراموشی سپرده شد. ماکس بلک که در سال ۱۹۰۹ در شهر باکو در کناره دریای خزر به دنیا آمده بود، در سال ۱۹۸۹ در گذشت. پس از ماکس بلک، لطفی زاده با یک تغییر جدید (تغییر نام «ابهام» به «فازی») راه تازه ای را برای قبولاندن این ایده باز کرد.

لطفی زاده در سال ۱۹۲۱ در باکو چشم به جهان گشود. لطفی زاده یک شهروند ایرانی بوده و پدرش تاجر و خبرنگار روزنامه بود. لطفی زاده از ۱۰ تا ۲۰ سالگی در ایران زندگی کرد و به مدرسه مذهبی رفت. در سال ۱۹۴۲ با درجه لیسانس مهندسی برق از دانشکده فنی دانشگاه تهران فارغ التحصیل شد. او در سال ۱۹۴۴ به آمریکا و به انستیتو فنی ماساچوست (MIT) رفت و در سال ۱۹۴۶ درجه فوق لیسانس را در مهندسی برق دریافت کرد. در آن موقع بود که والدینش از ایران به آمریکا (نیویورک) رفتند. لطفی زاده MIT را ترک کرد و به والدینش در نیویورک پیوست و وارد دانشگاه کلمبیا شد. در سال ۱۹۵۱ او درجه دکترای خود را در رشته مهندسی برق دریافت کرد و به استادان دانشگاه کلمبیا

ملحق شد و تا زمانی که به دانشگاه برکلی رفت، در آنجا اقامت داشت. در سال ۱۹۶۳ ریاست بخش برق دانشگاه برکلی را که بالاترین عنوان در رشته مهندسی بود، برعهده داشت.

در سال ۱۹۶۵ پروفیسور لطفی زاده مقاله «مجموعه فازی» را منتشر ساخت. در این مقاله، لطفی زاده چیزی را که برتراند راسل، جان لوکاسیه ویچ، ماکس بلک و دیگران آن را «ابهام» یا «چند ارزشی» نامیده بودند، «فازی» نامید.

در سال ۱۹۷۳ لطفی زاده مقاله دیگری منتشر کرد و در آن جزئیات بیشتری در مورد منطق و ریاضیات فازی و به کارگیری آن در سیستم های کنترل مورد بحث قرار داد. در سال ۱۹۷۴ اولین سیستم کنترلی که مربوط به تنظیم یک موتور بخار بود و براساس منطق فازی کنترل می شد، پیاده سازی گردید. در سال ۱۹۸۵ در آزمایشگاه بل اولین تراشه نادقیق ساخته شد و بعد از آن تراشه هایی با قدرت بیشتر تولید شد. تراشه ای به نام F310 که در سال ۱۹۸۹ ساخته شد، قادر بود بالغ بر ۵۰ هزار استنتاج فازی را در یک ثانیه انجام دهد. بدیهی است که روند توسعه و استفاده از تراشه های فازی، راه را برای استفاده از رایانه هایی که از این سخت افزار استفاده می کنند، باز خواهد کرد.

نظریه فازی با پشتکار لطفی زاده گسترش یافت. همراه با گسترش این نظریه، انتقاداتی بر آن وارد شد که عمده ترین آنها را می توان در سه گروه تقسیم بندی کرد:

الف: اولین گروه منتقدین سؤال می کردند که کاربرد منطق فازی چیست؟ چه چیزی شما می توانید با مجموعه فازی انجام دهید؟ در مقابل این سؤال، لطفی زاده و پیروانش برای سال ها نتوانستند هیچ کاربردی را نشان دهند. در دهه ۱۹۷۰ اولین کاربردهای منطق فازی ظاهر شده اما اینها اغلب اسباب بازی های رایانه ای بر گرفته از ایده های ساده ریاضی بود. اولین سیستم فازی توسط ابراهیم ممدانی (Ebrahim mamdani) در انگلستان ارائه شد. در دهه ۱۹۸۰ ژاپنی ها از این سیستم ها برای کنترل استفاده کردند و تا سال ۱۹۹۰ ژاپنی ها بیش از ۱۰۰ محصول با کاربردهای کنترل فازی ارائه دادند. [۴]

ب: دومین گروه منتقدین از مراکز علمی و پژوهشی احتمالات بودند. لطفی زاده از اعداد بین صفر و یک برای توصیف ابهام استفاده می کرد. متخصصین احتمالات نیز احساس می کردند که آنها نیز همین کار را انجام می دهند. وقوع درگیری غیرقابل اجتناب بود. بیشتر این انتقادات فازی را همان احتمال با لباس مبدل می دانست. آنها احساس می کردند که لطفی زاده چیز جدیدی ارائه نکرده است و واقعاً کار خاصی انجام نداده است. آنها بیان می کردند که لطفی زاده توان خود را روی قدرت بیان مجموعه های فازی و قدرت تطابق آنها با کلمات معطوف کرده است. در پاسخ به این سؤال، لطفی زاده بیان می دارد که «اصولاً چنین چارچوبی راهی برای مواجهه با مسائلی است که در آنها نادقیق بودن به خاطر عدم وجود معیار صریح عضویت در گروه است، نه حضور متغیرهای تصادفی».

پ: سومین انتقاد از همه مهمتر بود و آن قهر آشکار منطق دوارزشی بود. برای لطفی زاده درست بودن یا حتی داشتن ظاهری درست در آن بود که منطق ارسطو نادیده انگاشته شود. این بدان معناست که چیز ها مجبور نیستند، سیاه یا سفید باشند. انتقادات دوارزشی دو نوع بودند: نوع اول می گوید که منطق دو

ارزشی کارایی دارد، منطق دوازده سال است که به ما خدمت کرده و رایانه ها را به کار انداخته است. ممکن است مقداری هزینه داشته باشد، اما ساده است و کار می کند.

نوع دوم انتقاد، فریادی از خشم است. این مورد ردیای علم جدید در رد (A و نقیض A) و اصرار به درستی (A یا نقیض A) است. اما در این مورد نیز می توان گفت که منطق چندانرزشی می تواند مشکل دوازده سال را نیز حل کند.

دهه ۱۹۶۰: آغاز تئوری فازی

تئوری فازی به وسیله پروفسور لطفی زاده در سال ۱۹۶۵ در مقاله ای بنام "مجموعه های فازی" معرفی گردید.

دهه ۱۹۷۰: رشد تئوری فازی

دهه ۱۹۸۰: کاربردهای بزرگ

تاریخچه کاربرد منطق فازی در دستگاههای صنعتی به حدود ۲۰ سال قبل باز میگردد؛ برای نخستین بار ژاپنی ها منطق فازی را وارد سیستم صنعتی خود نمودند و براساس منطق فازی به ساخت دستگاههای مختلف پرداختند.

ریاضیات فازی یک نقطه شروع و یک زبان اصلی را برای سیستم های فازی فراهم میکند.

ریاضیات فازی به تنهایی زمینه گسترده ای بوده که در آن اصول ریاضی با جایگزینی مجموعه های فازی بجای مجموعه های ریاضیات کلاسیک گسترش پیدا کرده است.

در این راه تمامی شاخه های ریاضیات کلاسیک گسترش پیدا کرده است.

دو نکته مهم را در مورد مجموعه های فازی میتوان استنباط کرد :

خواص و ویژگیهایی که یک مجموعه فازی برای مشخص کردن عضوها استفاده میکند. معمولاً فازی هستند. بنابراین ما می توانیم از توابع تعلق مختلف برای توصیف یک مشخصه یکسان استفاده کنیم. با این حال توابع تعلق خودشان فازی نیستند؛ بلکه توابع ریاضی دقیق میباشند.

به دلیل اینکه انتخاب های متعددی برای توابع تعلق وجود دارد؛ چگونه میتوان یکی را از بین سایرین انتخاب نمود؟ بطور کلی دو راه حل برای تعیین یک تابع تعلق وجود دارد .

اولین راه حل استفاده از دانش انسان خبره است. در راه حل دوم ما از مجموعه های جمع آوری شده برای تعیین توابع تعلق استفاده می کنیم .

به طور مشخص؛ ما ابتدا ساختار توابع تعلق را تعیین کرده؛ آنگاه پارامترهای توابع تعلق را براساس داده های جمع آوری شده بطور دقیق تنظیم می کنیم

۵. مفاهیم اساسی مرتبط با مجموعه های فازی

میخواهیم چند مفهوم واصطلاح اساسی مرتبط با یک مجموعه فازی را معرفی کنیم:

تکیه گاه

مجموعه فازی A در فضای جهانی U یک مجموعه غیر فازی است که شامل تمامی عضوهای غیر صفر U میشود. یعنی :

$$\text{Supp}(A) = \{X \in U \mid \mu_A(X) > 0\}$$

که $\text{supp}(A)$ نشاندهنده تکیه گاه مجموعه فازی A است .

تابع تعلق (تابع عضویت)

برای بیان ابهام در قالب یک عدد، منطق فازی تابعی برای عضویت در یک دسته معرفی می کند، که به هر عنصر یک عدد حقیقی بین صفر و یک نسبت می دهد؛ این عدد نشان دهنده درجه عضویت عنصر نسبت به مجموعه مورد نظر می باشد. عضویت صفر بیانگر این است که عنصر مورد نظر کاملاً خارج از مجموعه است. در حالی که عدد یک نشان دهنده این است که عنصر مورد نظر کاملاً در مجموعه قرار دارد.

مرکز

یک مجموعه فازی بدین صورت تعریف میشود :

اگر مقدار میانگین تمامی نقاطی که در آنها تابع تعلق مجموعه فازی به حداکثر مقدار خود میرسد؛ محدود باشد در آن صورت این مقدار میانگین؛ مرکز یک مجموعه فازی میباشد و اگر مقدار میانگین مثبت بی نهایت (منفی بی نهایت) باشد؛ در آن صورت مرکز بصورت کوچکترین (بزرگترین) نقطه ای که در آن نقاط تابع به حداکثر مقدار خود میرسد؛ تعریف می شود.

ارتفاع

ارتفاع یک مجموعه فازی؛ بزرگترین مقدار یک تابع تعلق است.

عملیات بر روی مجموعه های فازی

میدانیم که بر روی مجموعه های غیر فازی فقط یک نوع عملگر برای مکمل؛ اجتماع یا اشتراک وجود دارد.

مکمل فازی

فرض کنید $C: [0,1] \rightarrow [0,1]$ نگاشتی باشد که تابع تعلق مجموعه فازی A را به تابع تعلق مجموعه مکمل A تبدیل کند؛ بدین معنی که:

$$C[\mu_A(X)] = \mu_{A-}(X)$$

تابع C باید حداقل دو شرط زیر را ارضا کند :

اصل موضوع $C1$: $C(1)=0, C(0)=1$ (شرط مرزی)

اصل موضوع $C2$: برای تمامی مقادیر $a, b \in [0,1]$ اگر $a < b$ آنگاه $C(a) \geq C(b)$ (شرط نزولی بودن) که a, b نشان دهنده توابع تعلق دو مجموعه فازی می باشند یعنی:

$$a = \mu_A(X) \quad , \quad b = \mu_B(X)$$

هر تابع $C: [0,1] \rightarrow [0,1]$ که اصل موضوع $C1, C2$ را ارضا نماید؛ یک مکمل فازی نامیده میشود.

اجتماع فازی : S - نُرم ها

فرض کنید $S: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ نگاشتی باشد که توابع تعلق مجموعه های A, B رابه تابع تعلق اجتماع A, B تبدیل میکند؛

$$S[\mu A(X), \mu B(X)] = \mu A \cup B(X)$$

در مورد چنین رابطه ای؛ $\mu A \cup B(X) = \max[\mu A(X), \mu B(X)]$ داریم :

$$S[\mu A(X), \mu B(X)] = \max[\mu A(X), \mu B(X)]$$

برای اینکه تابع S واجد شرایط اجتماع باشد باید حداقل چهار شرط یا اصل موضوع را ارضا کند:

اصل موضوع $S1$: (شرط مرزی)؛ $S(0,a) = S(a,0) = a, S(1,1) = 1$

اصل موضوع $S2$: شرط جابجایی

اصل موضوع $S3$: (شرط صعودی)؛

$$S(a,b) \leq S(a',b') \text{ آنگاه } b \leq b' \text{ و } a \leq a'$$

اصل موضوع $S4$: (شرط شرکت پذیری)؛

$$S(S(a,b),c) = S(a,S(b,c))$$

هر تابع $S: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ که اصل موضوع $S1$ تا $S4$ را ارضا نماید، یک "S - نُرم" نامیده میشود .

به سادگی می توان نشان داد که تابع اجتماع \max ، یک S - نُرم است

متمم

متمم مجموعه فازی A با کم کردن آن عدد از یک بدست می آید. برای مثال متمم مقدار فازی $0,7$ برابرست با $0,3$.

اشتراک فازی، T - نُرم ها

فرض کنید $t: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ تابعی باشد که توابع تعلق مجموعه های فازی A, B تبدیل کند؛ یعنی :

$$T[\mu A(X), \mu B(X)] = \mu A \cap B(X)$$

$$\mu A \cap B(X) = \min$$

در مورد چنین رابطه ای ؛

$$[\mu A(X), \mu B(X)]$$

$$T[\mu A(X), \mu B(X)] = \min[\mu A(X), \mu B(X)]$$

مجموعه t باید دارای چهار شرط زیر باشد :

اصل موضوع $t1$: شرط مرزی

اصل موضوع $t2$: شرط جابجایی

اصل موضوع $t3$: شرط صعودی بودن

اصل موضوع $t4$: شرط شرکت پذیری

هر تابعی که اصل موضوع $t1$ تا $t4$ را ارضا نماید؛ یک t - نُرم نامیده میشود .

میتوان ثابت کرد که اشتراک فازی \min یک t - نرم است.

۶. سیستم های فازی و ویژگیهای آنها

۶-۱. پایگاه قواعد فازی

یک پایگاه قواعد فازی از مجموعه ای از قواعد اگر- آنگاه فازی تشکیل میشود. پایگاه قواعد فازی از آن جهت که سایر اجزا سیستم فازی برای پیاده سازی این قواعد بشکل موثر و کارا استفاده میشوند؛ قلب یک سیستم فازی محسوب میشود.

قواعد اگر- آنگاه فازی کانونیک در حالت خاص شامل قواعد زیر می باشد:

قواعد جزئی

اگر $X_1, Y_1, \dots, X_m, A_m$ است؛ آنگاه B, Y است، که $m < n$ می باشد.

قواعد یا

اگر $X_1, A_1, \dots, X_m, A_m$ است یا $X_{m+1}, A_{m+1}, \dots, X_n, A_n$ است؛ آنگاه B, Y است.

۶-۲. الگوریتم کنترل فازی [۲]

وقتی یک فرایند را کنترل میکنیم؛ اپراتورها معمولا با یک الگوی کامل از شرایط وابسته؛ روبرو هستند؛ که تفسیر دقیق آنها مشکل است. مقادیر اندازه گیری شده معمولا با اصطلاحاتی چون؛ تند؛ بزرگ؛ آرام؛ بلند و غیره توصیف می شوند. برای نمایش دادن اطلاعات غیر دقیق؛ یک روش غیر ریاضی با نام « منطق فازی » به وسیله پروفیسور لطفی زاده گسترش یافت.

زیر مجموعه فازی A با المان X یک تابع عضویت؛ $\mu_A(X)$ ؛ دارد که بین ۰ و ۱ است. اگر $\mu_A(X)=1$ ؛ آنگاه المان X یک عضو مجموعه و اگر $\mu_A(X)=0$ ؛ آنگاه عضو مجموعه نیست. تابع عضویت درجه تعلق هر المان به زیر مجموعه را مشخص میکند.

۶-۳. منطق فازی

تئوری منطق فازی شامل قضایای پیچیده ای است؛ اما این مسئله مانع گسترش الگوریتم منطق فازی نشده است.

سه تعریف زیر جدول جستجویی تشکیل میدهند که در الگوریتم کنترل استفاده میشود.

اجتماع دو مجموعه؛ $A \cup B$ ؛ همانند عملوند OR؛ و تعریف میشود با:

$$U(A \cup B) = \max(\mu_A(X), \mu_B(X))$$

اشتراک دو مجموعه؛ $A \cap B$ ؛ همانند عملوند AND؛ و تعریف میشود با:

$$U(A \cap B) = \min(\mu_A(X), \mu_B(B))$$

مکمل مجموعه A ؛ معادل عملوند NOT؛ و تعریف میشود با:

$$U(\text{NOT } A) = 1 - \mu_A(X)$$

برای ساختن یک کنترل کننده فازی؛ لازم است که قواعد اصلی درهرآزمایش تفسیر شوند؛ همانند تشکیل جدول جستجویی که ورودی ها و خروجی ها را نظیر به نظیر مشخص میکند. الگوریتم فازی شامل موقعیت و عامل هردومیشود؛ قواعد شرطی در غالب عبارات IF و THEN بیان میشود. به عنوان مثال؛ قواعد کنترل کننده میتواند چنین باشد: اگر خروجی پایین تر از نیاز بود؛ آنگاه ورودی سیستم باید افزایش داشته باشد.

۶-۴. موتور استنتاج فازی

در یک موتور استنتاج فازی؛ اصول منطق فازی برای ترکیب قواعد اگر- آنگاه در پایگاه قواعد فازی به نگاشتی از مجموعه فازی A' در U به مجموعه فازی B' در V استفاده شده اند.

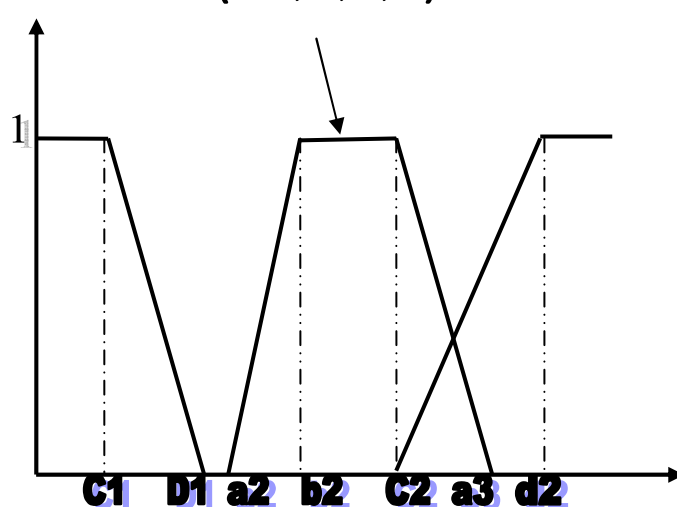
ویژگی های تقریب سیستم های فازی

تابع تعلق شبه دوزنقه ای : فرض کنید $[a, b] \subset R$. تابع تعلق شبه دوزنقه ای مجموعه فازی A یک تابع پیوسته در R است که با تابع زیر داده میشود :

$$\left\{ \begin{array}{l} I(X), X \in [a, b) \\ D(X), X \in (c, d] \\ o, X \in R - (a, d) \quad \mu_A(x, a, b, c, d, H) = H, X \in [b, c) \end{array} \right.$$

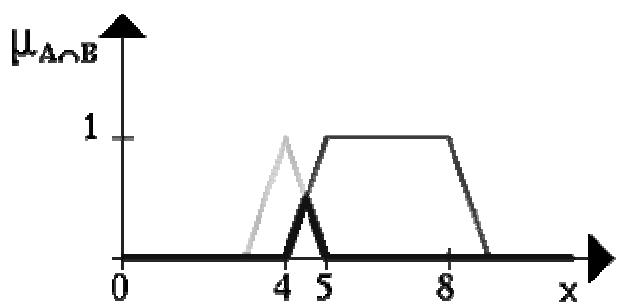
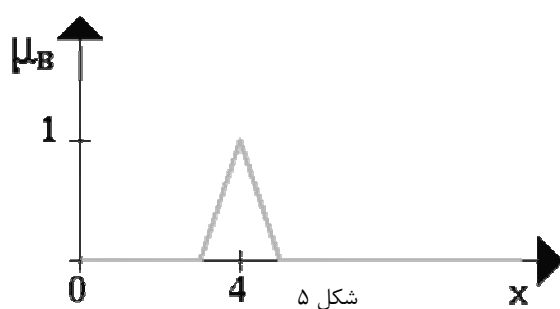
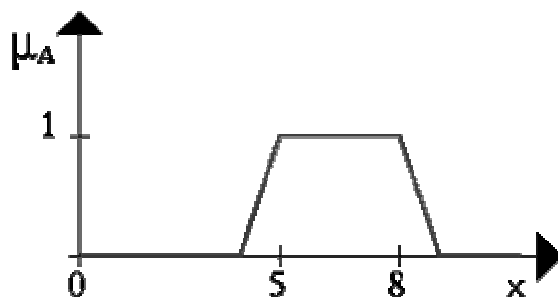
که $0 < D(X) \leq 1$ و $0 \leq I(X) \leq 1$ یک تابع صعودی در بازه $[a, b]$ و $0 < H \leq 1$, $a < b$, $a \leq b \leq c \leq d$ صعودی در بازه $[c, d]$ میباشد. [۲]

در زیر نمونه ای از نمودار تابع شبه دوزنقه ای رسم شده است :

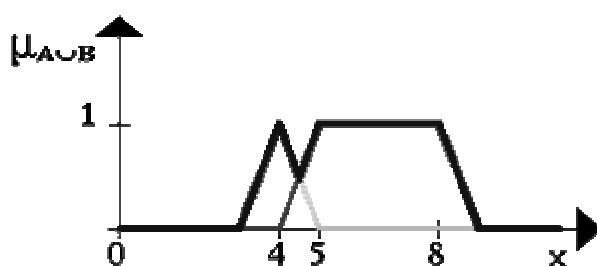


شکل ۴- نمودار تابع شبه دوزنقه ای

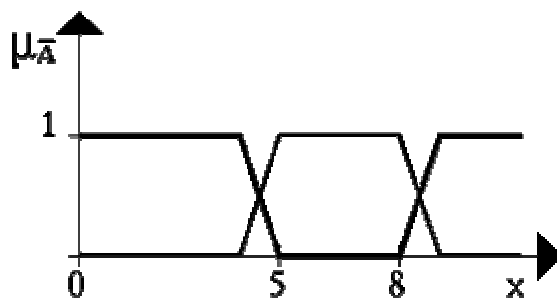
با یک مثال مطالب گفته شده در مباحث قبل روشن تر میشوند:
 A را یک فاصله فازی بین ۵ تا ۸ و B را یک عدد فازی حدود ۴ فرض میکنیم؛ نمودارهای متناظر نشان داده شده اند:



شکل ۶- نمودار زیر مجموعه فازی بین ۵ تا ۸ و حدود ۴ را نشان میدهد. (اشتراک)



شکل ۷- نمودار زیر مجموعه فازی بین ۵ تا ۸ یا حدود ۴ را نشان میدهد. (اجتماع)



شکل ۸- نقیض منطقی مجموعه A

روش چهار مرحله ای استفاده از منطق فازی

این چهار مرحله عبارتند از:

(۱) فازی کردن

(۲) استنتاج

(۳) ترکیب و ساخت

(۴) برگرداندن از حالت فازی

۶-۵. فازی کردن [۳]

در این مرحله واقعیات بر اساس سیستم فازی تعریف می شوند. ابتدا باید ورودی و خروجی سیستم معرفی شده، سپس قوانین اگر-آنگاه مناسب به کار گرفته شوند. برای ساخت تابع عضویت بایستی از داده های خام استفاده شود. حال سیستم برای اعمال منطق فازی آماده است.

مثالی برای فازی کردن: دستگاه تهویه ای را در نظر بگیرید که با اندازه گیری دما و رطوبت اتاق میزان به جریان در آوردن هوا را مشخص می کند. در این مورد ورودی عبارتست از دما و میزان رطوبت و خروجی نیز سطح جریان هوای خروجی از دستگاه تهویه مطبوع است که شامل سه حالت، خاموش، کم و زیاد می باشد. همچنین این قوانین اگر-آنگاه استفاده می شوند:

اگر اتاق گرم باشد آنگاه هوای زیادی منتشر کن

اگر اتاق خنک باشد، آنگاه هیچ هوایی منتشر نکن

اگر اتاق سرد و مرطوب است، آنگاه کمی هوا جریان داشته باشد

در آخر، یک متخصص دانا باید دو تابع عضویت تعیین کند. یکی برای اینکه دما را به مقدار فازی تبدیل کند و دیگری برای تبدیل میزان رطوبت به مقدار فازی.

استنتاج

هنگامی که ورودی ها به سیستم می رسند استنتاج، همه قوانین اگر-آنگاه را مورد ارزیابی قرار می دهد و درجه درستی آنها را مشخص می کند. اگر یک ورودی داده شده به طور صریح با یک قانون اگر-آنگاه مشخص نشده باشد، آنگاه تطابق بخشی مورد استفاده قرار می گیرد تا جوابی مشخص شود. راههای متعددی برای پیدا کردن پاسخ بخشی وجود دارد که البته فراتر از حد این مقاله میباشند. [۴]

مثالی برای استنتاج: فرض کنید دستگاه تهویه مطبوع دما و درجه رطوبت را اندازه گیری کرده و به آنها به ترتیب مقادیر فازی ۰،۷ و ۰،۱ را نسبت داده باشد. حال این سیستم بایستی درستی هر یک از قوانین فازی را که در بالا بحث شد مورد بررسی قرار دهد. برای این منظور روشهای استنتاج بسیاری وجود دارد. این مثال ساده ترین روش را مورد استفاده قرار می دهد که روش ماکسیم-مینیم نامیده می شود. این روش مقدار فازی قسمت آنگاه (نتیجه) را به قسمت اگر نسبت می دهد. بنابراین این روش مقادیر فازی ۰،۷ و ۰،۱ و ۰،۱ را به ترتیب به قوانین ۱، ۲ و ۳ نسبت می دهد.

۶-۶. ساخت

در این قسمت برای بدست آوردن یک نتیجه کلی تمامی مقادیر بدست آمده از قسمت استنتاج با هم ترکیب می شوند. قوانین فازی مختلف نتایج مختلفی خواهند داشت. بنابراین ضروری است تا همه قوانین در نظر گرفته شوند. برای این منظور روشهای متعددی وجود دارند که توضیح همه آنها در این مقاله نمی گنجد.

مثالی برای ساخت: هر نتیجه استنتاجی درباره سیستم تهویه مطبوع عمل خاصی را پیشنهاد می کند. در مثال فوق قانون اول، سطح گردش هوای زیاد را پیشنهاد می کند. قانون دوم، خاموش کردن، و قانون سوم، سطح گردش هوای کم را بیان می کند. تکنیک های متعددی برای بدست آوردن نتیجه کلی وجود دارند. این مثال از روش ماکزیمم-مینیم که روش ساده ای است استفاده می کند. این روش ماکزیمم مقدار فازی قسمت استنتاج به عنوان نتیجه در نظر می گیرد. یعنی در عمل، قسمت ساخت مقدار ۰،۷ را انتخاب می کند چون مقدار بیشتری را بین مقادیر فازی دارا است.

۶-۷. بازگرداندن از حالت فازی [۳]

در این مرحله مقدار فازی بدست آمده از قسمت ساخت به یک داده قابل استفاده تبدیل می شود. این قسمت از کار اغلب پیچیده است چون مجموعه فازی نباید مستقیماً به داده قابل استفاده تبدیل شود. از آنجا که کنترلرهای سیستمهای فیزیکی به سیگنال های گسسته نیاز دارند، این مرحله بسیار مهم می باشد.

مثالی برای باز گرداندن از حالت فازی: به خاطر دارید که مقدار فازی بدست آمده از مرحله قبل ۰،۷ بود. این مقدار عددی برای سیستم تهویه مطبوع قابل فهم نیست. باید مشخص شود که دستگاه کدامیک از فرامین کم، زیاد یا خاموش را به جریان بیندازد. مرحله بازگرداندن از حالت فازی بایستی عدد ۰،۷ را به یکی از فرامین فوق

تبدیل کند. در این مثال واضح است که مقدار خروجی ۰،۷ بیانگر این است که سیستم تهویه مطبوع بایستی در حالت زیاد باشد.

۷. نتیجه گیری

با وجود اینکه منطق فازی از حل بعضی مسائل عاجز است (مانند مثال قبل) ولی به جزء لاینفک روشهای حل مساله در هوش مصنوعی بدل شده است. که راه ساده ای را برای ساخت نتیجه صریح بر پایه اطلاعات ورودی غیر صریح، مبهم، نویز دار و مفقود شده مهیا می سازد. در نتیجه منطق فازی به ابزار ساده ای برای مدل کردن پیچیدگیهای دنیای واقعی بدل شده است. این مدل ها معمولا از موارد مشابه خود بسیار دقیق تر بوده و نتایج دقیقتری به ما ارائه می دهند. به همین دلیل منطق فازی پتانسیل لازم را برای صرفه جویی وقت و هزینه ها در توسعه محصولات خواهد داشت. مزایایی که کمتر شرکت و موسسه ای قادر به نادیده گرفتن آن است.

مراجع:

وانگ، لی، سیستم های فازی و کنترل فازی (محمد تشنه لب، نیما صفارپور، داریوش افیونی)، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۸۵.

Carbonell, Pablo; Garcera, Gabriel; Adolfo, Hilario, Fuzzy gain scheduling control of switch-mode dc/dc converters , IEEE Transaction on Industrial Electronics, vol.44, pp.661-669, 1997.

Siler, William; Buckley, James. J. Fuzzy Expert Systems And Fuzzy Reasoning , John Wiley & Sons, 2005.

Yurkovich, Stephen, A laboratory course on fuzzy control, IEEE transaction on education, vol.42, pp.15-21, 1999.