

حل TSP به روش الگوریتم ژنتیک

علیرضا باقریان

بخش مهندسی برق

دانشکده فنی دانشگاه شهید باهنر کرمان

a.r.bagherian@gmail.com

چکیده : TSP مخفف عبارت Traveling Salesman Problem و به معنای مسئله فروشنده دوره گرد می باشد. TSP یک نمونه بارز از مسائل ترکیبی بهینه سازی است که تحقیقات بسیاری از محققان در این زمینه را به سوی خود جلب کرده است. این فروشنده دوره گرد باید از n شهر عبور کرده ، با این شرایط که باید از تمام شهرها عبور کرده و از هر شهر فقط یکبار گذر کند. یعنی هر مسیر باید شرایط یک گراف همیتونی را داشته باشد. آنچه در این مقاله شرح داده ام پروسه حل این مسئله به روش الگوریتم ژنتیک است که در مرحله همبری روشی جدید (بهیود در روش ERX) به کار گرفته شده است . کد نویسی این الگوریتم در نرم افزار MATLAB انجام شده است.

کلمات کلیدی : الگوریتم ژنتیک، TSP، چرخ رولت، Crossover، Offspring، Mutation

۱- مقدمه

الگوریتم ژنتیک یکی از مباحث مهم در Soft Computing می باشد که در میان الگوریتمهای بهینه سازی- به دلیل نتایج مناسب خود- جایگاه ویژه ای پیدا کرده است.

برای حل TSP روشهای متعددی پیشنهاد شده است که هر کدام از روشها محدودیتهای خاص خود را برای مسئله ایجاب می کند. به دلیل ساختار خاص TSP، انتقال فضای مسئله به فضای الگوریتم ژنتیک با پیچیدگیهای مختلفی روبروست و همین امر توجه محققان را به تحقیق در این مورد جلب کرده است.

در پنج سال گذشته بیش از ۱۷۰۰ متن در مورد TSP منتشر شده است که در نوع خود می تواند جالب توجه باشد. این مطالعات در زمینه های متعدد انجام شده و هدف به دست آوردن راه حل های زیر اپتیمم است (Sub optimal)

البته روشهای متعددی غیر از الگوریتمهای وراثتی برای حل مسئله فروشنده دوره گرد مطرح شده است. تعدادی از این روشها بدین قرارند : SA (پخت شبیه سازی شده)، شبکه های عصبی و کولونی مورچه ای. در زمینه الگوریتم های وراثتی عملگرهای متعددی برای مسئله فروشنده دوره گرد مطرح شده است. بسیاری از طرحهایی که برای کدگذاری

این الگوریتمها پیشنهاد شده است ، محدودیتهای متنوعی را ایجاد کرده اند که منجر به از دست رفتن پاره ای از اطلاعات می شوند. لذا این کدگذاری (Encoding) باید طوری در نظر گرفته شود تا حداقل اطلاعات ضایع گردد.

در این الگوریتم، سیستم عملگر همبری از اهمیت ویژه ای برخوردار است که به همین دلیل تنوع روشها در این قسمت به چشم می خورد. از انواع متنوع عملگرهای همبری (Crossover) در TSP می توان به همبری چرخه ای Partially Match و همبری Edge-Recombination اشاره کرد که هر کدام مزایای خاص خود را دارند.

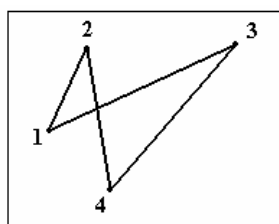
TSP و مسائل مربوط به آن کاربردهای متفاوتی دارند که از آن جمله می توان به کاربرد آن در سیستمهای توزیع قدرت، مسئله مسیره های مربوط به وسایل نقلیه، کریستالوگرافی بوسیله اشعه X و طرح PCB اشاره کرد. [۱]

آنچه در این مقاله می خوانید شرح مراحل حل TSP به روش الگوریتم ژنتیک است که شامل قسمتهای کدینگ کروموزوم، تابع برازش مسئله، انتخاب کروموزومها -برای عملگر همبری- و شرح عملیات همبری و جهش و نتیجه گیری می باشد.

۲- کدگذاری کروموزوم

در پروسه حل یک مسئله به کمک الگوریتم ژنتیک، یکی از مهمترین بخشها کد کردن فضای مسئله به کروموزومها جهت تشکیل جمعیت اولیه می باشد. چگونگی این کدینگ در مواقع بسیاری منجر به از دست رفتن پاره ای از اطلاعات یا ایجاد محدودیت برای حل مسئله می شود. لذا با توجه به اهمیت این موضوع باید سیستم کدینگ مناسبی برای حل هر مسئله طراحی کرد.

در TSP نیز روشهای مختلفی برای کدینگ پیشنهاد شده است. در یکی از این روشها هر کروموزوم متشکل از یک ماتریس $n \times n$ است که شامل درایه های صفر و یک می باشد. هر درایه $X_{ij}=1$ بدین معناست که شهر i به شهر j متصل است و بالعکس، در نتیجه این ماتریس متقارن و تعداد یکهای آن برابر $2n$ می باشد. برای شکل ۱ ماتریس کروموزوم بصورت ذیل می باشد [۱] و [۲].



شکل ۱

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

۳- تابع برازش (Fitness Function)

تابع برازش TSP عبارتست از مجموع فواصل اقلیدسی هریک از شهرها تا شهر مجاور خود. با استفاده از مقدار تابع برازش به هر کروموزوم در هر جمعیت، احتمال خاصی تخصیص می یابد. به عبارت دیگر هرچه خروجی تابع برازش مقدار بیشتری داشته باشد، در مرحله تخصیص احتمال، مقدار احتمال کمتری به آن کروموزوم تعلق خواهد گرفت .

۴- انتخاب کروموزومها (Selection)

برای انجام Crossover به دو کروموزوم برای تولید یک خروجی (Offspring) نیاز است. تعداد این خروجیها (Offspring) مساوی تعداد کروموزومهای جمعیت اولیه می باشد به عبارت دیگر برای یک جمعیت n تایی باید n بار عمل همبری انجام شود تا نسل بعدی تشکیل شود. پس از تخصیص احتمال به کروموزوم در مرحله قبل (در هر جمعیت خاص) و با استفاده از روش چرخ رولت دو کروموزوم برای Crossover انتخاب می شوند.

۵- همبری (Crossover)

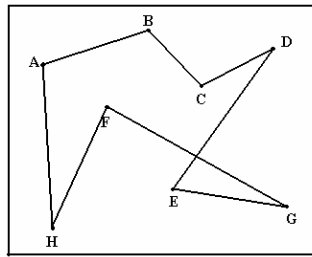
همبری یا Crossover در TSP مهمترین قسمت پروسه حل می باشد. این بخش از الگوریتم ژنتیک ارتباط مستقیم با همگرایی به پاسخ اپتیمم دارد. اهمیت این بخش نیز ناشی از همین موضوع می باشد. برای TSP روشهای همبری مختلفی ارائه شده است که می تواند در نوع خود جالب توجه باشد. یکی از این روشها Edge Recombination (ERX) می باشد که از روشهای موفق در این زمینه بوده است [۳]. بر خلاف همبری های دیگر، ERX به اطلاعات شهرهای مجاور در یک تور اهمیت میدهد. من در این مقاله با اعمال تغییراتی در روش ERX اصلی به پاسخهای بهتر و با سرعت همگرایی بالاتری نسبت به نوع اصلی آن دست یافتم که در ادامه ERX بهبود یافته را با ذکر مثالی توضیح خواهم داد.

- ابتدا باید جدول لیست یالها را تشکیل داد. بدین صورت که در این جدول در لیست یالهای هر شهر، شهرهای مجاور آن در هر دو کروموزوم انتخابی (به بخش ۴ رجوع شود) درج می شود.
 - در مرحله بعد یک شهر به طور تصادفی انتخاب می شود.
 - در جدول مذکور، شهر انتخابی از لیست یالها در کل جدول حذف می شود.
 - با مراجعه به لیست یالهای مقابل شهر انتخابی، شهری که در لیست یالهای خود، نقاط کمتری در مقابل خود دارد - به عنوان شهر بعد - انتخاب می شود.
 - اگر زمانی شهری که انتخاب می شود، لیست یالهای آن خالی باشد، یک اشتباه منظور می شود. در این مورد ERX شهری دیگری را به تصادف انتخاب کرده و آن را به offspring اضافه کند.
- این پروسه تا اتمام کامل یک دور مرتب تکرار می شود.

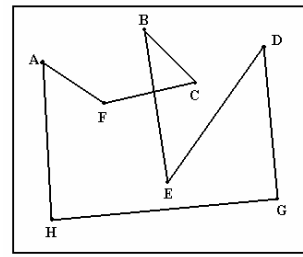
حال اگر شهرهای مقابل شهر انتخابی دارای تعداد شهر مساوی در لیست یالهای مقابل خود باشند، این سوال پیش می آید که باید کدام شهر را انتخاب کرد. ERX اصلی می گوید که باید از میان آن چند شهر یکی را به تصادف انتخاب کرد. من در این مقاله از روش ذیل استفاده کردم که طبق نتایج به دست آمده، نسبت به ERX اصلی پاسخ بهینه تر و با سرعت همگرایی بالاتری به دست می دهد. در ERX بهبود یافته باید مراحل زیر طی شود:

۱. از آنجا که اگر یالی در دو کروموزوم، مشترک باشد، نشان از آن دارد که وجود آن یال در کروموزوم تولیدی به حالت بهینه نزدیک است، لذا شهر بعدی شهری انتخاب می شود که شرط یال مشترک (در صورت وجود) را تامین کند.
۲. اگر حالت یال مشترک موجود نبود، شهر بعدی شهری انتخاب می شود که فاصله آن تا شهر انتخابی قبلی حداقل باشد. هر چند در این حالت میزان نخبه گرایی افزایش می یابد، ولی در این نوع مسئله پس از بررسی نتایج آزمایشات به این نتیجه رسیدم که استفاده از این روش بهبود نسبتاً خوبی در پاسخ مسئله دارد.

برای روشن شدن بیشتر مطالب ذکر شده، عملیات همبری را در دو کروموزوم انتخابی فرضی - که در شکل‌های ۲-الف و ۲-ب نشان داده شده اند - برای حالتی که ۸ شهر وجود دارد، شرح خواهیم داد.



شکل ۲-الف



شکل ۲-ب

جدول ۱-الف

لیست یالها	شهر	لیست یالها	شهر
B,D,G	E	F,H,B	A
G,H,C,A	F	C,E,A	B
D,H,E,F	G	F,B,D	C
A,F,G	H	E,G,F	D

جدول ۱-ب

لیست یالها	شهر	لیست یالها	شهر
B,G	E	F,H,B	A
G,H,C,A	F	C,E,A	B
H,E,F	G	F,B	C
A,F,G	H	E,G,F	D

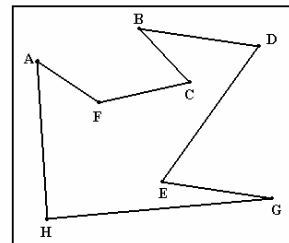
در ابتدا باید جدول لیست یالها تشکیل شود (جدول ۱-الف). سپس یک شهر بطور تصادفی انتخاب می شود. فرض می کنیم این شهر D باشد. در مرحله بعد شهر D از لیست یالها در جدول حذف می کنیم (جدول ۱-ب). حال با توجه به جدول، مشاهده می شود که در مقابل شهر D سه یال E,F,G وجود دارند. اکنون شهری که در مقابل خود تعداد یال کمتری دارد، باید به عنوان شهر بعد انتخاب شود. در جدول یالها شهر E دو یال، شهر F چهار یال، و شهر G سه یال در لیست یالهای خود دارند. لذا شهر بعدی E انتخاب می شود.

پس از انتخاب شهر E، آن را از لیست یالهای جدول حذف می کنیم. برای انتخاب شهر بعد از E دوباره به جدول رجوع می کنیم. در لیست یالهای E دو شهر B و G قرار دارند. B در مقابل خود دو شهر (A و C) و G نیز در مقابل

خود دو شهر (H و F) دارد. پس طبق مطالب گفته شده در بخش قبل برای انتخاب شهر بعدی باید پروسه مذکور طی شود.

ابتدا شرایط بند ۱ چک میشود. چون هیچکدام از یالهای EG و EB، یال مشترک نیستند، پس شرایط بند ۱ محقق نیست. لذا برای انتخاب شهر بعدی باید به طریق بند ۲ عمل کرد. از میان B و G شهری که فاصله کمتری تا E دارد انتخاب می شود. لذا شهر بعد از E شهر G می باشد.

حال G را از لیست یالها در جدول لیست یالها حذف می کنیم و یالهای مقابل G را بررسی می کنیم. چون H یال کمتری در مقابل دارد، شهر بعدی H انتخاب می شود. پس از حذف شهر H از جدول حالت قبل، یالهای مقابل H بررسی می شود که A و F هستند. چون هر دو A و F تعداد یال مساوی در مقابل خود دارند، و با توجه به وجود یال مشترک HA در هر دو کروموزوم انتخابی، A به عنوان شهر بعدی انتخاب می شود. بقیه مراحل نیز مطابق آنچه گفته شد طی می شود. کروموزوم تولیدی از همبری در شکل ۲-ج نشان داده شده است.



Off Spring: D E G H A F C B

شکل ۲-ج

۶- جهش (Mutation)

در این الگوریتم عملگر جهش برای یک کروموزوم به صورت جابجایی مکان دو شهر با هم - که بطور تصادفی انتخاب شده اند- انجام می شود. اگر نرخ جهش بالا باشد، پاسخ نهایی مناسبی نخواهد داشت و لذا نرخ انتخاب جهش نسبت به همبری باید بسیار کم باشد.

نتیجه گیری

الگوریتم پیشنهادی در این مقاله در حالت تعداد شهر نسبتاً کم (۳۰ شهر) ، دارای نتایج قابل قبولی می باشد که با تولید نسل کم به پاسخ نهایی همگرا خواهد شد و لذا سرعت دستیابی به پاسخ به طرز چشمگیری افزایش خواهد یافت. یکی از معایب این الگوریتم نیز همگرایی پاسخ به نقاط بهینه محلی می باشد که با تغییر نرخ عملگر جهش می توان آن را تا حد زیادی جبران نمود.

سپاسگزاری

در پایان بر خود لازم می دانم از راهنماییهای استاد گرانقدر آقای دکتر نظام آبادی پور در طی این انجام مراحل این پروژه تشکر نمایم.

مراجع

- [١] Soonchul Jung and Byung-Ro Moon, Member, IEEE: Toward Minimal Restriction of Genetic Encoding and Crossovers for the Two-Dimensional Euclidean TSP IEEE Transaction on evolutionary computation , VOL.٦,NO.٦, DECEMBER ٢٠٠٢
- [٢] thang n.Bui and Byung R.moon : A new genetic approach for the traveling salesman problem 1st IEEE Conf. Evolutionary Computation ,IEEE ١٩٩٤
- [٣]H.D.Nguyen & I.Yoshihara & M.Yasunaga : modified edge recombination Operators of genetic algorithm for the traveling saleman problem, IEEE ٢٠٠٠, pp ٧-١,page ٢٨١٧