

طراحی ربات های کابلی پارالل با درجه آزادی کاهش یافته

چکیده:

در این مقاله، روشی جدید برای مطالعه و طراحی ربات های کابلی ارائه شده است. در این نوع ربات ها، یک المان تلسکوپی برای وارد نمودن فشار به اندام های انتهایی برای حفظ کشش در تمام کابل ها مورد استفاده قرار گرفته است. در نتیجه، کشش کابل ها و یا فشار های داخلی در بازوها در پروسه قرار می گیرند که پروسه طراحی را از ربات های اصل سلب مشکل تر نموده است. تمرکز اصلی این مقاله، بررسی هندسی این مساله می باشد. در این روش، توانایی اندام ابتدایی برای وارد کردن نیرو و گشتاور به جسم خارجی ظرفیت قدرت/گشتاور نامیده شده و بعنوان هدف اصلی پردازش طراحی در نظر گرفته می شود. ظرفیت قدرت و گشتاور بازو در یک فضای سه بعدی که محورهای آن بخش های قدرت و گشتاور می باشد نشان داده شده است. نشان داده شده است که ظرفیت قدرت و گشتاور به ترتیب دارای شکل مخروطی و متوازی السطوح می باشند. بنابراین مساله طراحی، به سائزبندی این شکل ها بر اساس نیازهای طراحی و محدودیت های تولید محدود می شود. این روش در طراحی DeltaBot، یک بازوی با سه درجه آزادی کابلی پارالل اعمال شده و نتایج آورده شده است.

Design of reduced DOF parallel cable-based robots

Author: Saeed Behzadipour and Amir Khajepour

This paper appears in: Mechanism and Machine Theory

Issue Date : October 2004

Volume : 39 , Issue:10

Date of Current Version : October 2004

Sponsored by : ScienceDirect

Abstract

In this paper, a new approach for the study and design of cable-based robots are presented. In the cable-based robots, a telescopic element is used to apply a force to the end-effector in order to maintain tension in all cables. As a result, cables tensions or internal forces in the manipulator appear in the design procedure which in turn makes the design procedure more complex than rigid-link robots. The main focus of this work is to introduce a geometrical approach for the study of this problem. In this approach, the capability of the end-effector for applying force and torque to external object is called force/torque capacity and is considered as the main target of the design process. The force and torque capacity of the manipulator is illustrated in a 3D space whose axes are force or torque components. It is shown that the force and torque capacity have a convex cone and parallelepiped shape, respectively. The design problem is then reduced to the sizing of these shapes according to the design requirements and manufacturing limitations. The approach is applied to the design of DeltaBot, a 3DOF cable-based parallel manipulator and the results are presented.

مقدمه

بازوهای دارای ساختار پارالل برای اینرسی پائین حرکتی و دقت بالای مکان یابی معروف هستند. با استفاده از بخش های منعطفی مثل کابل به جای اتصالات ثلب نیز هر چه بیشتر جرم حرکتی را کاهش داده و انعطاف پذیری بیشتری را در شرایط راه اندازی، محیط کاری و بخش هایی که در تماس با زمین است فراهم نموده است.

مهم ترین مساله در ربات های کابلی نگهداری کشش کابل هاست. لندزبرگر [۵] قابلیت کشش را به عنوان خاصیتی برای بازوهای ربات های کابلی معرفی کرد که بیانگر این است که با استفاده از نیروی تعادلی کافی می توان تحت هر باری تمامی کابل ها را تحت کشش قرار داد. این نیروی تعادلی می تواند توسط فنر، جاذبه، نیروی دینامیکی و یا یک محرک خارجی ایجاد شود.

در [۶]، نویسندگان BetaBot را معرفی نمودند که در واقع یک بازوی کابلی با درجه آزادی محدود شده است. این ربات دارای سه حرکت جا به جایی خالص است و در [۶] اثبات شده است که ربات در همه جای ناحیه کاری اش قابل کشش است. یک مدل کلی از این ربات که در شکل 1a نشان داده شده است را می توان در [۷] یافت. اندام انتهایی توسط سه جفت کابل پارالل که هر کدام توسط یک مکانیزم مکان یابی مثل جرثقیل، بازوی چرخان و یا مسیر لغزنده کشیده می شود مهار شده است. ستون فقرات این ربات یک عنصر تلسکوپیک است که وظیفه فراهم کردن نیروی تعادلی را برای نگه داشتن تمام کابل ها در کشش بر عهده دارد. در [۸]، نویسندگان یک مدل از این بازو را که تمام جفت کابل های آم توسط بازوهای چرخان کشیده شده است بررسی کردند.

طراحی ربات های کابلی پیچیده تر از ربات های اتصالات ثلب است. دلیل این امر این است که میزان کشش در تمام کابل ها باید به عنوان یکی از موارد در طراحی در نظر گرفته شود. بنابراین، مساله طراحی یک ربات کابلی دوفاز اساسی دارد:

۱. سنتز بازو برای برآوردن کلیه نیازهای سینماتیک آن از جمله محیط کاری، شماره وضعیت، سطح تماس با زمین و غیره. این فاز طراحی همانند طراحی ربات های اتصال ثلب است.
۲. طراحی و یا اندازه بندی نیروی تعادلی. این نیرو در این کار (که در شکل 1a نشان داده شده) توسط یک ستون فقرات در بازو انجام شده است، و این ستون موظف است که کشش را در تمام کابل ها نگهداری کند. میزان کشش در کابل ها متأثر از بارگذاری اضافی بر روی بازو و شتاب بازو می باشد. بنابراین، میزان بارمفید و حداکثر شتاب مجازی که ربات برای آن طراحی شده است باید در این فاز

مشخص شود. این مرحله از پروسه طراحی مختص بازوهای کابلی است و به نیروهای استاتیک و دینامیک اتصالات می پردازد.

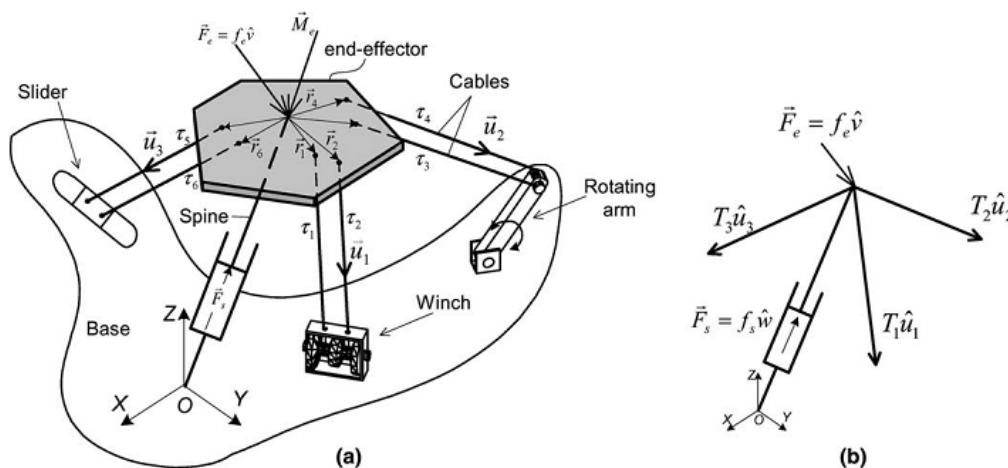


Fig. 1. (a) The general configuration of the cable-based robot with pure translational motion and (b) the force balance of the end-effector.

باید دقت شود که قابلیت کشش بازوی کابلی دومین فاز پردازش طراحی را از مرحله اول آن کاملاً مستقل می سازد. به این معنی که برای یک بازوی کشش پذیر، دومین مرحله طراحی را می توان با یک پیش کشش محدود در کابل ها به انجام رساند. با این حال، وارد نمودن این پیش کشش بخاطر محدودیت های ساخت شدنی نیست. بنابراین می توان طراحی بهینه را با چندبار تکرار بین دو فاز به انجام رساند.

در این مقاله، بخش دوم پروسه طراحی برای بازوهای کلی نشان داده شده در شکل 1a بررسی شده است. در این بازوها، همانگونه که قبلاً گفته شد، یک ستون فقرات با نیروی ثابت میزان کشش در تمام کابل ها را نگهداری می کند. واضح است که دامنه نیروی ستون فقرات به طور مستقیم بر روی پیش کشش کابل ها تاثیر می گذارد و بنابراین، اندازه محرک ها را که در حالت کلی باید حداقل باشند را تغییر می دهد. در [۸]، نویسندگان روشی را پیشنهاد کرده اند که به واسطه آن بتوان حد بالای این نیرو را زمانی که حداکثر نیروی خارجی اندام انتهایی مشخص است. در مقاله حاضر، این مساله به طور کامل بررسی شده و حداقل نیروی ستون فقرات بر اساس نیازهای نیز بدست آمده است:

۱. تمام کابل ها در تمام لحظات تحت فشار باشند.

۲. نیرویی با حداکثر دامنه F_{max} می تواند توسط اندام انتهایی به هر نقطه ای در ناحیه کاری و در هر جهتی اعمال شود.

۳. گشتاوری با حداکثر دامنه M_{max} می تواند توسط اندام انتهایی به هر نقطه ای در ناحیه کاری و در هر جهتی اعمال شود.

مساله طراحی: تعریف ظرفیت نیرو و گشتاور

برای یک نیرو و گشتاور خارجی شناخته شده، می توان به راحتی نیروی ستون فقرات را برای هر حالت بازو بوسیله حل معادلات تعادل نیرو و گشتاور استاتیک بدست آورد. با این حال، در یک مساله طراحی واقعی، هیچ دانسته قیاسی در رابطه با جهت نیروی خارجی و گشتاور و دامنه واقعی آنها وجود ندارد. تنها چیزی که از آن اطلاعاتی داریم، دامنه حداکثر نیرو و گشتاور می باشد. بنابراین، بدترین حالت بارگذاری از راه تجزیه و تحلیل در نظر گرفته می شود و میزان نیروی مورد نیاز ستون فقرات برای آن بدست می آید.

در ادامه، پروسه ای معرفی شده است که نیروی ستون فقرات را برای هر یک از حالت های بازو برای برآورده کردن نیازهای طراحی ذکر شده در بالا بر اساس سینماتیک های مشخص (طول اتصالات) بدست می آورد. فرض می شود که طول اتصالات ربات توسط پروسه طراحی سینماتیک که در کارهای بسیاری از جمله [۹ و ۱۰] و مخصوصاً [۱۱] بررسی شده بدست آمده است.

برای یک ربات کابلی در یک حالت مشخص با نیروی مشخص ستون فقرات، ظرفیت نیرو/گشتاور مجموع تمام نیرو/گشتاورهایی است که می تواند توسط اندام انتهایی اعمال شود، پیش از این که سیم ها شل شوند. تعیین این دو مرحله اساسی در برقرار نمودن یک پروسه طراحی می باشد. با داشتن ظرفیت نیرو و گشتاور به عنوان تابعی از نیروی ستون فقرات، مساله طراحی به تنظیم ظرفیت قدرت/گشتاور بوسیله انتخاب نیروی مناسبی برای ستون فقرات، که در نتیجه آن نیرو و گشتاور خارجی مورد نیاز زیرمجموعه ای از ظرفیت نیرو/گشتاور ربات می شود، کاهش پیدا می کند.

در این مقاله، ظرفیت نیرو/گشتاور به روش هندسی محاسبه شده است. نشان داده خواهد شد که ظرفیت نیرو/گشتاور این ربات ها را می توان توسط اشکال هندسی که از خواص آنها برای آنالیز و طراحی ربات استفاده می شود نمایش داد.

ظرفیت نیرو: آنالیز و طراحی

در شکل 1a، پیکربندی کلی ربات های کابلی که در این مقاله در رابطه با آنها بحث شده نشان داده شده است. مکان کابل های متصل به اندام انتهایی توسط r_1 تا r_6 نشان داده شده است. ضمناً، جهت جفت کابل ها نیز توسط بردارهای یکه u_1 تا u_3 نشان داده شده است و نیروی ستون فقرات هم به وسیله F_s به نمایش

درآمده است. تنش درون کابل ها توسط τ_1 تا τ_6 نشان داده شده اند. نیروی خارجی F_e با دامنه f_e و جهت V نشان داده شده. هم چنین گشتاور چرخشی بر روی اندام انتهایی نیزه M_e می باشد. در شکل 1b، نمودار نیروی اندام انتهایی نمایش داده شده است. تعداد بردارهای نیروی کابل مجزا را می توان با استفاده از موازی کردن کابل ها از ۶ به ۳ کاهش داد. معادله توازن نیرو به این صورت می باشد:

$$T_1 \hat{u}_1 + T_2 \hat{u}_2 + T_3 \hat{u}_3 + \vec{F}_s + \vec{F}_e = \vec{0} \quad (1)$$

که در آن T_1, T_2 و T_3 کشش مرکب از سه جفت کابل به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \tau_1 + \tau_2 &= T_1 \\ \tau_3 + \tau_4 &= T_2 \\ \tau_5 + \tau_6 &= T_3 \end{aligned} \quad (2)$$

ظرفیت نیروی اندام انتهایی همانگونه که در بخش قبل معرفی شد، مجموع تمام نیروهایی است که اندام انتهایی می تواند بدون کم شدن کشش هیچ یک از کابل ها اعمال کند. این مجموع بوسیله Φ نشان داده شده و از بردار $-F_e$ (واکنش وارده به نیروی خارجی) که از معادله ۱ بدست می آید تولید می شود:

$$\Phi = \{ \vec{\phi} \mid \vec{\phi} = T_1 \hat{u}_1 + T_2 \hat{u}_2 + T_3 \hat{u}_3 + \vec{F}_s, T_1, T_2, T_3 \geq 0 \} \quad (3)$$

می دانیم که ترکیبی خطی $T_1 \hat{u}_1 + T_2 \hat{u}_2 + T_3 \hat{u}_3$ از سه بردار واحد با ضرایب مثبت می باشد. این ترکیب که در آن T ها همه مقادیر مثبت حقیقی می گیرند نشان دهنده نقطه ای درون و یا روی مخروط محدب نشان داده شده در شکل ۲ می باشد. این مخروط که در واقع نمایش هندسی ظرفیت نیرو (Φ) می باشد در فضای سه بعدی بردارهای نیرو قرار دارد که سه محور آن، F_x, F_y, F_z هم جهت با بردارهای دستگاه مختصات اصلی که در شکل ۱ نشان داده شده می باشد. این فضا در این مقاله، فضای نیرو نامیده شده است. بر اساس شکل ۲، شکل ظرفیت نیرو بر اساس جهت کابل ها (بردارهای U_1, U_2, U_3) تعیین می شود، و بنابراین، تابعی از حالت ربات می باشد. مکان راس مخروط توسط نیروی ستون فقرات تعیین می شود. نیروی ستون فقرات به این صورت می باشد:

$$\vec{F}_s = f_s \hat{w} \quad (4)$$

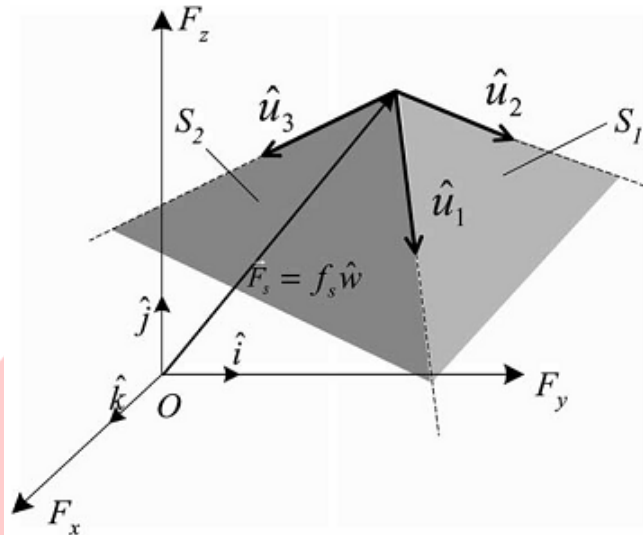


Fig. 2. Force capacity of the cable-based robot.

که در آن دامنه f_s و جهت نیروی ستون فقرات می باشد. بر اساس معادله ۳ می دانیم که با افزایش f_s مخروط در جهت W ، جهت ستون فقرات، در فضای نیرو حرکت می کند. این مخروط را می توان توسط ۳ نامساوی خطی مربوط به سه وجه $S_1 S_2 S_3$ که تشکیل مخروط را می دهد نشان داد. بنابراین، بردار P در فضای نیرو به ظرفیت نیرو تعلق دارد اگر و تنها اگر نامساوی زیر را ارضا کند:

$$\hat{n}_i \cdot \vec{p} \leq \hat{n}_i \cdot f_s \hat{w}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

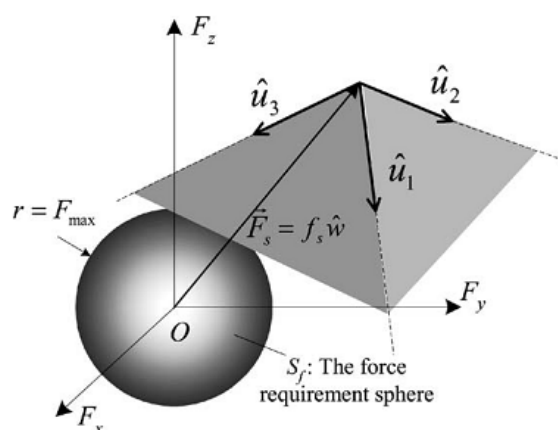
که در آن N_i ها بردارهای یک عمود بر وجه S_i می باشد که به سمت خارج مخروط اشاره می کند و می توان آن را با استفاده از بردارهای جهت کابل ها بدست آورد. مثلاً برای N_1 :

$$\hat{n}_1 = \frac{\hat{u}_1 \times \hat{u}_2}{\|\hat{u}_1 \times \hat{u}_2\|} \quad (6)$$

سمت راست نامساوی ۵ فاصله بین وجه S_i و مرکز O را نشان می دهد و تابعی از سینماتیک های ربات و نیروی ستون فقرات f_s می باشد.

حداکثر بار مفید ربات و یا نیرویی که اندام انتهایی باید بتواند بر اساس نیازهای طراحی وارد نماید نیز می توان در فضای نیرو در شکل ۲ نشان داد. فرض می شود که حداکثر بار مفید ربات اندازه ای برابر با F_{\max} در جهت دلخواهی دارد. مجموع تمام نیروها با دامنه یکسان که ای را در فضای نیرو تشکیل می دهد و در این مورد شعاع این کره F_{\max} خواهد بود. این کره به همراه ظرفیت نیرو در شکل ۳ نشان داده شده است.

حال، جهت برآورده نمودن بار مفید مورد انتظار، f_s انتخاب می شود تا مخروط ظرفیت نیرو شامل S_f نیز بشود. واضح است که حداقل f_s که این شرایط را ارضا می کند باعث می شود که حداقل یکی از وجه های مخروط به کره S_f مماس شود. بنابراین، برای طراحی f_s ، میزان f_s مورد نیاز برای هر وجه به گونه ای پیدا می شود که آن وجه بر کره S_f مماس شود. بزرگترین f_s شمول کره در مخروط ظرفیت نیرو را تضمین می کند. این مساله را می توان با استفاده از معادله ۵ نشان داد:



$$\hat{n}_i \cdot f_s^i \hat{w} = F_{\max}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

$$\Rightarrow f_s^i = \frac{F_{\max}}{\hat{n}_i \cdot \hat{w}}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

$$f_s = \max_{i=1,2,3} (f_s^i) \quad (9)$$

که در آن f_s^i نیروی مورد نیاز ستون فقرات برای مماس نمودن وجه i به کره S_f می باشد.

باید ذکر شود در صورتی که بازو در حالت خود قابل کشش باشد، فرمول بالا همیشه یک مقدار مثبت f_s را نتیجه می دهد. دلیل این امر این است که قابل کشش بودن تضمین می کند که می توان هر نیروی خارجی را توسط اندام انتهایی به وسیله انتخاب نیروی بزرگ کافی ستون فقرات متعادل نمود. تفسیر هندسی این مساله این است که در یک حالت قابل کشش، راستای نیروی ستون فقرات در داخل مخروط ظرفیت نیرو قرار می گیرد و به همین دلیل فواصل وجه ها از مرکز با افزایش نیروی ستون فقرات به شکل یکنواختی افزایش می یابد.

معادلات ۷ تا ۹ کشش های غیر منفی در کابل ها را تضمین می کنند. با این حال در عمل، یک مقدار حداقل کشش در هر شرایطی باید درون کابل ها نگهداری شود. فرض کنیم که این مقدار حداقل η می باشد و کشش های جدید کابل ها نیز τ' می باشد. به این صورت:

$$\tau_i = \tau'_i - \eta, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (10)$$

بر اساس این تعریف، داشتن مقادیر نامنفی برای τ_i به طور ضمنی بیان می کند که τ'_i کمتر از η نمی باشد. بر این اساس کشش های ترکیبی جدید جفت کابل ها نیز به این صورت تعریف می شوند:

$$T'_1 = \tau'_1 + \tau'_2 = T_1 + 2\eta \quad (11)$$

$$T'_2 = \tau'_3 + \tau'_4 = T_2 + 2\eta \quad (12)$$

$$T'_3 = \tau'_5 + \tau'_6 = T_3 + 2\eta \quad (13)$$

ظرفیت جدید نیرو که در آن حداقل کشش η در تمام کابل باقی می ماند بر اساس معادلات ۱ و ۲ به این صورت بدست می آید:

(14)

$$\begin{aligned} \Phi' &= \{ \vec{\phi} \mid \vec{\phi} = (T_1 + 2\eta)\hat{u}_1 + (T_2 + 2\eta)\hat{u}_2 + (T_3 + 2\eta)\hat{u}_3 + \vec{F}_s, \quad T_1, T_2, T_3 \geq 0 \} \\ &= \{ \vec{\phi} \mid \vec{\phi} = T_1\hat{u}_1 + T_2\hat{u}_2 + T_3\hat{u}_3 + \vec{F}_s + 2\eta(\hat{u}_1 + \hat{u}_2 + \hat{u}_3), \quad T_1, T_2, T_3 \geq 0 \} \end{aligned}$$

با مقایسه فرمول ۱۴ با ۱، مشاهده می شود که ظرفیت جدید نیرو شکل مخروطی مشابهی در فضای نیرو دارد، اما با بردار ثابت $2\eta(U_1+U_2+U_3)$ جا به جا شده است. این مخروط جدید را بوسیله ۳ وجهش بصورت زیر اظهار داشت:

$$\hat{n}_i \cdot \vec{p} < \hat{n}_i \cdot (f_s \hat{w} + 2\eta(\hat{u}_1 + \hat{u}_2 + \hat{u}_3)), \quad i = 1, 2, 3 \quad (15)$$

که در آن N_i و P بصورت مشابه با معادله ۵ می باشد و بنابراین، معادلات طراحی عبارتند از:

$$\hat{n}_i \cdot (f_s^i \hat{w} + 2\eta(\hat{u}_1 + \hat{u}_2 + \hat{u}_3)) = F_{\max}, \quad (16)$$

$$\Rightarrow f_s^i = \frac{F_{\max} - 2\eta \hat{n}_i \cdot (\hat{u}_1 + \hat{u}_2 + \hat{u}_3)}{\hat{n}_i \cdot \hat{w}}, \quad (17)$$

که f_s^i در معادله ۷ تعریف شده و حداکثر مقدار f_s ها برای $i=1,2,3$ مقدار نیروی بالاست مورد نیاز در ستون فقرات می باشد.

$$\tau_1 + \tau_2 = T_1$$

ظرفیت گشتاور: آنالیز و طراحی

فضای گشتاور اندام انتهایی به عنوان یک فضای سه بعدی که بردارهای آن بخش های گشتاور (M_x, M_y, M_z) در امتداد بردارهای محورهای مختصات اصلی XYZ (شکل ۱ را ببینید) است در نظر گرفته می شود. نشان داده خواهد شد که ظرفیت گشتاور اندام انتهایی زمانی که ستون فقرات و اندام انتهایی توسط مفاصل توپ-و-حفره ای به هم متصل شده اند تشکیل یک متوازی السطوح را در فضای گشتاور می دهند.

معادله تعادل گشتاور اندام انتهایی، نوشته شده برای مرکز اندام به این صورت می باشد:

$$(\tau_1 \vec{r}_1 + \tau_2 \vec{r}_2) \times \hat{u}_1 + (\tau_3 \vec{r}_3 + \tau_4 \vec{r}_4) \times \hat{u}_2 + (\tau_5 \vec{r}_5 + \tau_6 \vec{r}_6) \times \hat{u}_3 + \vec{M}_e = 0 \quad (18)$$

که در آن M_e گشتاور چرخشی وارد شده به اندام انتهایی می باشد. ظرفیت گشتاور اندام انتهایی بوسیله Ψ نشان داده شده و برابر است با مجموع کلیه گشتاورهایی که می توان توسط اندام انتهایی پیش از کم شدن کشش در کابل ها اعمال نمود. این مجمو را می توان به کمک معادله ۱۸ پیدا نمود:

$$\Psi = \{ \vec{\psi} \mid \vec{\psi} = (\tau_1 \vec{r}_1 + \tau_2 \vec{r}_2) \times \hat{u}_1 + (\tau_3 \vec{r}_3 + \tau_4 \vec{r}_4) \times \hat{u}_2 + (\tau_5 \vec{r}_5 + \tau_6 \vec{r}_6) \times \hat{u}_3, \tau_1, \dots, \tau_6 \geq 0 \} \quad (18)$$

در قسمت قبل، ظرفیت نیرو بر اساس کشش ترکیبی هر جفت کابل (T_1, T_2, T_3) تحلیل شد. از آنجائیکه ظرفیت نیرو و گشتاور باید در نهایت برای طراحی مساله با هم در نظر گرفته شوند، در ادامه، ظرفیت گشتاور نیز به جای این که به عنوان کشش مجزای کابل ها در نظر گرفته شود، بر حسب T_1, T_2, T_3 بیان خواهد شد.

سهم دو کابل اول در ظرفیت گشتاور عبارت است از:

$$\vec{\Omega}_1 = (\tau_1 \vec{r}_1 + \tau_2 \vec{r}_2) \times \hat{u}_1 \quad (20)$$

با استفاده از می توان معادله ۲۰ را به این صورت بازنویسی نمود:

$$\vec{\Omega}_1 = \tau_1 \vec{r}_1 \times \hat{u}_1 + (T_1 - \tau_1) \vec{r}_2 \times \hat{u}_1 \quad (21)$$

$$= T_1 \vec{r}_2 \times \hat{u}_1 + \tau_1 (\vec{r}_1 \times \hat{u}_1 - \vec{r}_2 \times \hat{u}_1) \quad (22)$$

$$= T_1 \vec{r}_2 \times \hat{u}_1 + \alpha_1 T_1 (\vec{r}_1 \times \hat{u}_1 - \vec{r}_2 \times \hat{u}_1) \quad (23)$$

که $\alpha_1 = \frac{\tau_1}{T_1}$ در آن می باشد و $0 \leq \alpha_1 \leq 1$ بنابراین، می باشد. \vec{F}_1 and \vec{F}_2 فرض کنیم به این صورت باشد:

$$\vec{F}_1 = \vec{r}_1 \times \hat{u}_1 \quad (24)$$

$$\vec{F}_2 = \vec{r}_2 \times \hat{u}_1 \quad (25)$$

در نتیجه Ω_1 ، گشتاور اولین جفت کابل ها عبارت خواهد بود از:

$$\vec{\Omega}_1 = T_1 \vec{F}_2 + \alpha_1 T_1 (\vec{F}_1 - \vec{F}_2), \quad 0 \leq \alpha_1 \leq 1 \quad (26)$$

به صورت مشابه، می توان گشتاور دو جفت دیگر کابل ها را نیز پیدا نمود و بنابراین، می توان Ψ را از معادله ۱۹ به این شکل بازنویسی نمود:

$$\vec{\psi} = T_1 \vec{F}_2 + T_2 \vec{F}_4 + T_3 \vec{F}_6 + \alpha_1 T_1 (\vec{F}_1 - \vec{F}_2) + \alpha_2 T_2 (\vec{F}_3 - \vec{F}_4) + \alpha_3 T_3 (\vec{F}_5 - \vec{F}_6) \quad (27)$$

$$0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \leq 1 \quad (28)$$

که در آن Γ_1 تا Γ_6 و α_1 و α_2 به صورتی مشابه با به ترتیب Γ_1 ، Γ_2 و α_1 معرفی می شود. معادله ۲۷ در شرایطی که هر یک از اعضایش به عنوان نقطه ای در فضای گشتاور در نظر گرفته شوند می تواند در درک شکل ظرفیت گشتاور کمک نماید. فرض کنیم که بازو در یک حالت محکم با نیروی خارجی و ستون فقرات معلوم بر روی اندام انتهایی قرار گرفته است. بنابراین، بردارهای Γ_1 تا Γ_6 و کشش های ترکیبی کابل ها (T_1 تا T_3) ثابت هستند. با این حال در معادله ۲۶، α_1 و α_2 و α_3 می تواند بین ۰ و ۱ متغیر باشد. در نتیجه، بردار Ψ یک متوازی السطوح را که سه لبه آن بردارهای $T_1(\Gamma_1 - \Gamma_2)$ ، $T_2(\Gamma_3 - \Gamma_4)$ و $T_3(\Gamma_5 - \Gamma_6)$ می باشد و توسط بردار $T_1\Gamma_2 + T_2\Gamma_4 + T_3\Gamma_6$ تبدیل شده است را جاروب می کند. ظرفیت گشتاور Ψ در فضای گشتاور رسم شده و در شکل ۴ نشان داده شده است.

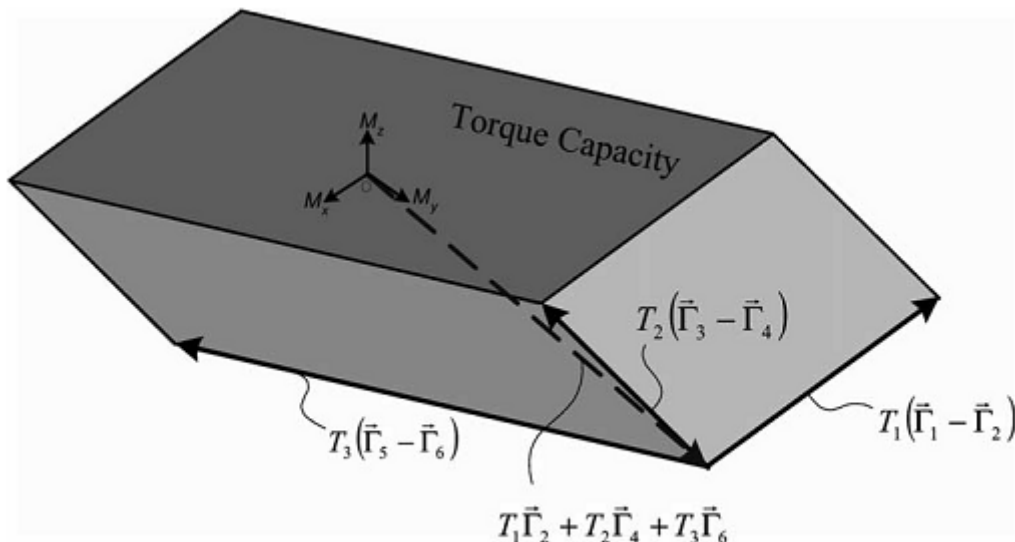


Fig. 4. The torque capacity parallelepiped of the end-effector.

روشی که با آن \vec{T}_i را معرفی نمودیم (معدلات ۲۴ و ۲۵ را ببینید) نشان می دهد که شکل متوازی السطوح تنها به سینماتیک و حالت ربات بستگی دارد، اما با این حال، اندازه و محل متوازی السطوح، تحت تاثیر اندازه اندام انتهایی و کشش های ترکیبی کابل های T_1 ، T_2 و T_3 قرار می گیرد. برای مثال، در صورتی که اندام انتهایی با ضریب λ بزرگ شده باشد (Γ_i به $\lambda\Gamma_i$ تغییر یافته باشد) تمام \vec{T}_i ها با ضریبی مشابه بزرگ می شوند، و بنابراین، متوازی السطوح در تمام اضلاع به اندازه λ کشیده می شود. به طور مشابه، نیروی ستون فقرات نیز اندازه متوازی السطوح را در سه بعد تغییر می دهد. با این حال، هر تغییری در یکی از کشش های ترکیبی کابل ها که امکان دارد به دلیل تغییری در نیروی خرجی بر روی اندام انتهایی باشد، متوازی السطوح را در یک جهت منقبض و یا منبسط می کند. برای نمونه، T_1 می تواند متوازی السطوح را در جهت $\Gamma_1 - \Gamma_2$ منقبض و یا منبسط نماید. می توان از این مساله برای تنظیم کردن اندازه ظرفیت گشتاور برای برآورده نمودن نیازهای طراحی استفاده نمود.

می توان حداکثر گشتاور وارد شده به ربات را به شکل هندسی بوسیله کره S_m در مرکز محور مختصات فضای گشتاور با شعاع M_{max} بصورتی که در شکل ۵ نشان داده شده نمایش داد. در این صورت مساله طراحی، اندازه بندی و مکان یابی متوازی السطوح ظرفیت گشتاور می شود به طوریکه شامل کره گشتاور S_m نیز بشود. باید ذکر شود که در اینجا امکان کشش مهم ترین نقش را ایفا می کند. امکان کشش ربات در یک حالت تضمین میکند که ظرفیت گشتاور و/یا ظرفیت نیرو را می توان تا حد نیاز گسترش داد و بنابراین، مساله طراحی دارای راه حل می شود.

برای این که متوازی السطوح شامل کره گشتاور S_m شود، هر وجه آن باید به اندازه کافی از مرکز به دور باشد. به عبارت دیگر، هر ۶ وجه باید حداقل فاصله M_{\max} (شعاع S_m) را از مرکز داشته باشند تا از تقاطع با S_m جلوگیری شود. این مساله، ۶ قید را بر اساس شش وجه متوازی السطوح که بر حسب T ها بیان شده اند و بعداً با پروسه طراحی ظرفیت نیرو ترکیب می شوند قرار می دهد.

در ادامه، فاصله بین وجه ۱ (شکل ۵ را ببینید) و مرکز محاسبه شده و قید مربوطه استخراج می گردد. این صفحه از دو بردار تشکیل شده است: $T_1(\vec{\Gamma}_1 - \vec{\Gamma}_2)$ و $T_2(\vec{\Gamma}_3 - \vec{\Gamma}_4)$. می توان یک بردار یکه عمود بر این وجه را که جهت آن به سمت بیرون متوازی السطوح می باشد را به این شکل تشکیل داد:

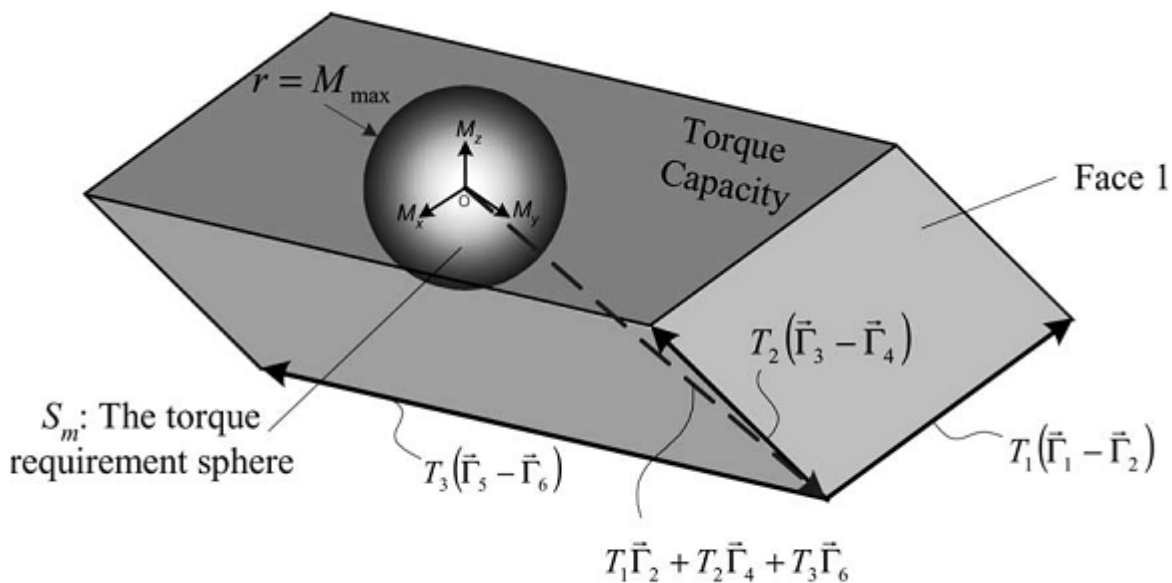


Fig. 5. The torque capacity and the required torque sphere S_m .

$$\hat{t}_1 = \frac{(\vec{\Gamma}_1 - \vec{\Gamma}_2) \times (\vec{\Gamma}_3 - \vec{\Gamma}_4)}{\|(\vec{\Gamma}_1 - \vec{\Gamma}_2) \times (\vec{\Gamma}_3 - \vec{\Gamma}_4)\|} \quad (29)$$

این حاصلضرب داخلی t_1 و بردار مکان هر نقطه در وجه ۱ فاصله بین این وجه و مرکز O را نشان می دهد. بر اساس شکل ۵، نقطه ای با بردار مکان $T_1\vec{\Gamma}_2 + T_2\vec{\Gamma}_4 + T_3\vec{\Gamma}_6$ به وجه ۱ متعلق می باشد و بنابراین، برای یافتن فاصله ای که باید برای تامین نمودن نیازهای گشتاور بیشتر از M_{\max} باشد به این صورت به کار می رود:

$$(T_1\vec{\Gamma}_2 + T_2\vec{\Gamma}_4 + T_3\vec{\Gamma}_6) \cdot \hat{t}_1 = T_1\vec{\Gamma}_2 \cdot \hat{t}_1 + T_2\vec{\Gamma}_4 \cdot \hat{t}_1 + T_3\vec{\Gamma}_6 \cdot \hat{t}_1 \geq M_{\max} \quad (30)$$

$$T_1a_1 + T_2b_1 + T_3c_1 \geq 1$$

$$\frac{\vec{\Gamma}_2 \cdot \hat{t}_1}{M_{\max}}, \frac{\vec{\Gamma}_4 \cdot \hat{t}_1}{M_{\max}}, \frac{\vec{\Gamma}_6 \cdot \hat{t}_1}{M_{\max}}$$

که در آن c_1 ، b_1 و a_1 ثوابت مرتبط با وجه ۱ هستند و به ترتیب برابر با می باشند

برای پنج وجه دیگر متوازی السطوح هم می توان نامساوی های مشابهی را پیدا نمود. هر ترکیبی از کشش های ترکیبی کابل T_1 ، T_2 و T_3 که این ۶ نامساوی و یا قیود را برآورده سازد، تضمین می کند که نیازهای گشتاور تامین شده اند.

تا اینجا، نیازهای گشتاور در اندام انتهایی بر حسب کشش های ترکیبی کابل T_1 ، T_2 و T_3 بیان شده اند. حال، وظیفه باقی مانده قرار دادن این شش نامساوی در فضای نیرو در کنار نامساوی هایی که برای ظراحی فضای نیرو به کار برده شد می باشد.

مشخص است که طرف سمت چپ نامساوی ۳۰، سطح صافی را در یک فضای سه بعدی نشان می دهد که محورهای آن مقادیر T_1 ، T_2 و T_3 را نشان می دهند. بنابراین، نامساوی تمام نقاط بر روی یک طرف این صفحه را نشان می دهد (طرفی که شامل مرکز نمی باشد). این سطح صاف سه محور را در نقاط به ترتیب $1/a_1$ ، $1/b_1$ و $1/c_1$ بدون توجه به اینکه محورها بر روی یک دستگاه مختصات عمودی هستند یا نه، قطع می کند. همانطور که در شکل های ۲ و ۳ نشان داده شد، کشش های ترکیبی کابل T_1 ، T_2 و T_3 در جهت u_1 ، u_2 و u_3 می باشد و بنابراین، نامساوی ۳۰ را می توان با استفاده از u_1 ، u_2 و u_3 به عنوان محورهای دستگاه مختصات در فضای نیروی شکل ۲ نشان داد. نتیجه در شکل ۶ نشان داده شده است. باید یادآوری شود که هر یک از شش وجه متوازی السطوح یک نامساوی مشابه با ۳۰ و بنابراین یک سطح صاف در فضای نیرو تولید می کند. در کل، شش سطح صاف وجود دارند که نیازهای گشتاور بازو را در فضای نیرو اظهار می کنند.

دیده شده که هر یک از این ۶ سطح صاف، بخشی از ظرفیت نیرو را بریده تا از اینکه بخش باقی مانده مطابق با نیازهای طراحی است اطمینان حاصل کنند. برای بیان این شش سطح در محور مختصات $F_x F_y F_z$ ، از فصل مشترک این صفحات و لبه مخروط ظرفیت نیرو استفاده شده است. برای مثال، فصل مشترک صفحه نشان داده شده در شکل ۶ با سه لبه مخروط توسط بردارهای زیر نشان داده می شود:

$$\begin{aligned}\vec{p}_1 &= \vec{F}_s + \frac{1}{a_1} \hat{u}_1 \\ \vec{p}_2 &= \vec{F}_s + \frac{1}{b_1} \hat{u}_2 \\ \vec{p}_3 &= \vec{F}_s + \frac{1}{c_1} \hat{u}_3\end{aligned}\tag{31}$$

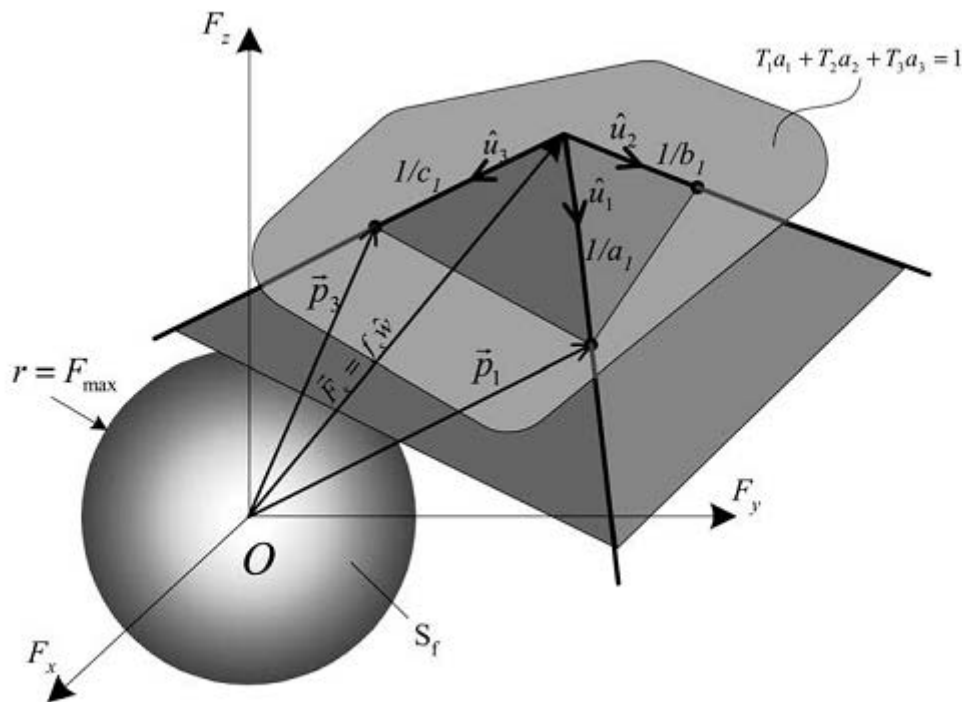


Fig. 6. Torque requirements are presented as a set of planes in the force space.

این صفحه توسط یک بردار یکه عمود s_1 که می توان آن را بصورت زیر بدست آورد نشان داده می شود:

$$\hat{s}_1 = \frac{(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) \times (\vec{p}_1 - \vec{p}_3)}{\|(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) \times (\vec{p}_1 - \vec{p}_3)\|} = \frac{(\frac{1}{a_1} \hat{u}_1 - \frac{1}{b_1} \hat{u}_2) \times (\frac{1}{a_1} \hat{u}_1 - \frac{1}{c_1} \hat{u}_3)}{\|(\frac{1}{a_1} \hat{u}_1 - \frac{1}{b_1} \hat{u}_2) \times (\frac{1}{a_1} \hat{u}_1 - \frac{1}{c_1} \hat{u}_3)\|} \quad (32)$$

همانطور که پیش تر اشاره شد، تنها یک طرف این صفحه دارای مقادیر قابل قبول T ها می باشد و بنابراین کره نیرو S_f نیز باید در همان طرف باشد. این مساله فاصله این صفحه از مرکز را ناگزیراً دارای حداقل مقدار F_{\max} می کند:

$$\hat{s}_1 \cdot \vec{p}_1 \geq F_{\max} \quad (33)$$

و با استفاده از معادله ۳۱ داریم:

$$\hat{s}_1 \cdot \left(f_s \hat{w} + \frac{1}{a_1} \hat{u}_1 \right) = f_s \hat{s}_1 \cdot \hat{w} + \frac{1}{a_1} \hat{s}_1 \cdot \hat{u}_1 \geq F_{\max} \quad (34)$$

و معادله طراحی برای نیروی ستون فقرات مرتبط با هر کدام از ۶ صفحه به این صورت می شود:

$$f_s^i = \frac{F_{\max} - \frac{1}{a_{i-3}} \hat{s}_{i-3} \cdot \hat{u}_1}{\hat{s}_{i-3} \cdot \hat{w}}, \quad i = 4, 5, \dots, 9 \quad (35)$$

با در نظر گرفتن همه شش صفحه و سه صفحه ظرفیت نیرو (معادلات ۷ تا ۹ را ببینید)، معادله نهایی طراحی برای \tilde{f}_s که حداقل نیروی مورد نیاز ستون فقرات می باشد به این صورت می شود:

$$\tilde{f}_s = \max_{i=1,2,\dots,9} (f_s^i) \quad (36)$$

باید به یاد داشت که در تمام پروسه ای که در بالا ذکر شد، فرض شده است که حالت ربات ثابت است و بنابراین، طراحی نهایی با تکرار تمام پروسه برای حالت های مختلف ربات بدست می آید. به بیان دیگر، صفحه کاری باید به چند مش تقسیم شود و برای هر نقطه مش نیرو ستون فقرات محاسبه شده و حداکثر مقدار آن برای طراحی نهایی ستون فقرات به کار رود.

در این بخش، نیروی ستون فقرات برای تامین نیازهای گشتاوری و جلوگیری از بوجود آمدن کشش منفی در هر یک از کابل ها پیدا شد. همانند قسمت قبل، در یک طراحی واقعی، ممکن است نیاز به داشتن یک حداقل کشش مثبت به عنوان حد امنیت بر روی کابل ها داشته باشیم. این حد فرض شد که η باشد و می تواند با استفاده از تغییر متغیر، همانطور که در معادله ۱۰ انجام شد، در پروسه وارد شود. در نتیجه معادله ۳۰ به این شکل در می آید:

$$\begin{aligned} (T_1 + 2\eta)a_1 + (T_2 + 2\eta)b_1 + (T_3 + 2\eta)c_1 &\geq 1 \\ \Rightarrow T_1a_1 + T_2b_1 + T_3c_1 &\geq 1 - 2\eta(a_1 + b_1 + c_1) \end{aligned} \quad (37)$$

که می توان آن را به این شکل تغییر داد:

$$T_1 \frac{a_1}{D} + T_2 \frac{b_1}{D} + T_3 \frac{c_1}{D} \geq 1 \quad (38)$$

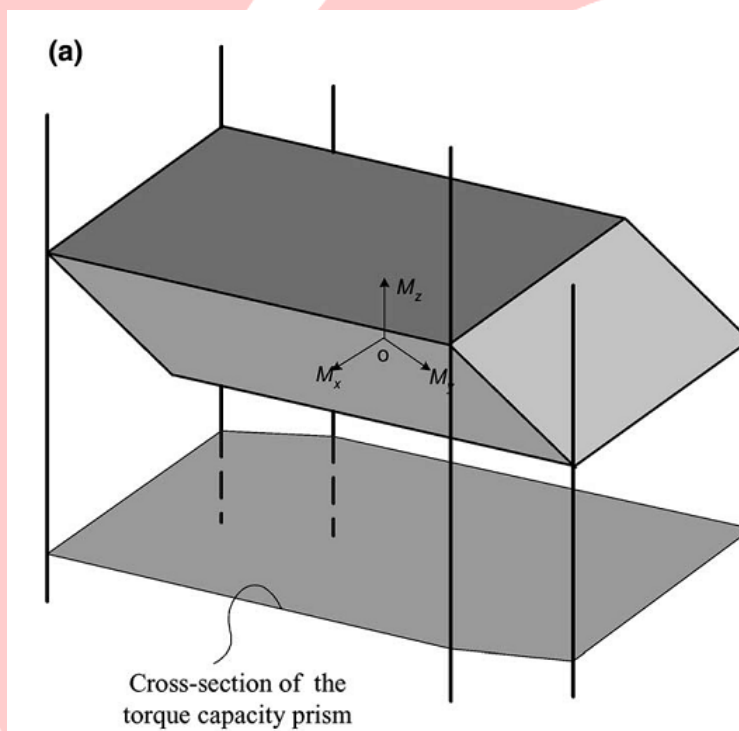
که در $D = 1 - 2\eta(a_1 + b_1 + c_1)$ آن و در معادلات ۳۱ تا ۳۵، a_1 ، b_1 و c_1 به ترتیب با $\frac{a_1}{D}$ ، $\frac{b_1}{D}$ ، $\frac{c_1}{D}$ جایگزین شده اند.

مفاصل چرخنده در مقابل مفاصل توپ-و-حفره ای

در پروسه بالا، فرض شد که اندام انتهایی و ستون فقرات توسط مفاصل توپ و حفره ای به یک دیگر متصل شده اند. در [۶] در این رابطه بحث شده که استفاده از مفاصل چرخنده به جای مفاصل توپ و حفره ای سختی ربات را در برابر هر نوع گشتاور چرخشی (بر اساس شکل ۱، محور چرخش در امتداد Z می باشد) افزایش می دهد. استفاده از مفاصل چرخنده برای اتصال ستون فقرات به اندام انتهایی باعث تغییر ظرفیت گشتاور اندام انتهایی می شود؛ زیرا خود اتصال یک گشتاور واکنشی را در برابر هر چرخش ایجاد می کند.

بنابراین، برای یک اتصال مفصلی چرخنده ایده آل، متوازی السطوح شکل ۴ در امتداد M_z تا بی نهایت گسترده می شود. نتیجه یک منشور خواهد بود که سطح متقاطع آن تصویر شده متوازی السطوح صفحه M_x-M_y که در شکل ۷ نشان داده شده می باشد.

علاوه بر این، نیازهای کره گشتاور نیز بر روی صفحه M_x-M_y تصویر می شود، زیرا هر یک از بخش های کشش در راستای M_z توسط اتصال مفاصل چرخنده فراهم شده است و نیازی به در نظر گرفتن آن در پروسه طراحی نمی باشد. به عنوان نتیجه، نیاز گشتاور به یک دایره تبدیل می شود، C_m ، که در مرکز محور مختصات با شعاع $r=M_{max}$ قرار دارد. هندسه ظرفیت گشتاور و نیازهای آن در این شرایط دوجهی است و بنابراین، به جای متوازی السطوح بخش قبل، سطح متقاطع چند ضلعی منشور باید اندازه بندی شده تا شامل دایره C_m شود.



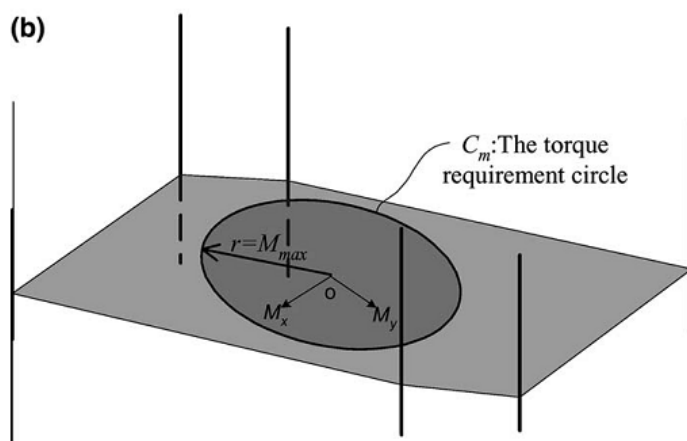
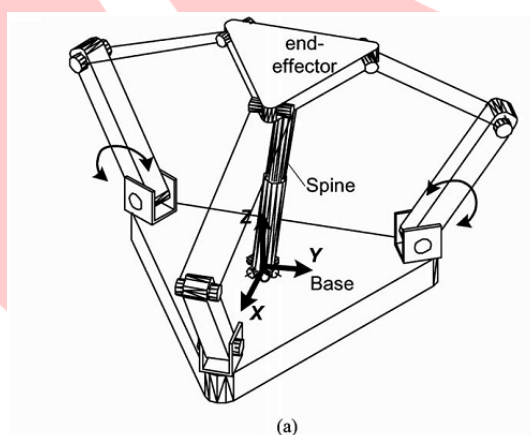


Fig. 7. (a) The torque capacity prism which is made by the extension of the parallelepiped along M_z axis and (b) the torque requirement circle.

برای یافتن این چندضلعی، تمام رئوس این متوازی السطوح باید بر روی صفحه تصویر شود اما تنها ۶ تا از ۸ راس در چندضلعی حضور دارد. رئوس چندضلعی را می توان با معین نمودن غلاف محدب مربوط به ۸ نقطه تصویر شده بدست آورد. زمانی که چندضلعی بدست آمد، بقیه پروسه تقریباً مشابه است به جز اینکه به جای وجه، لبه های چندضلعی باید به قدر کافی دور از مرکز قرار بگیرند.

مثال: طراحی DeltaBot

پروسه طراحی به DeltaBot اعمال شد [۸]، یک ربات کابلی با سه درجه آزادی نشان داده شده در شکل 8a. سنتر ربات برای یک محیط کار استوانه ای به شعاع ۰.۲ متر و ارتفاع ۰.۲ متر انجام شد. اندام انتهایی یک شش ضاعی با شعاع ۰.۰۵ متر می باشد. این اندام اه گونه ای طراحی شده که بتواند حداکثر نیروی 40N و حداکثر گشتاور 1Nm را در هر حالت دلخواه و هر جهتی اعمال نماید.



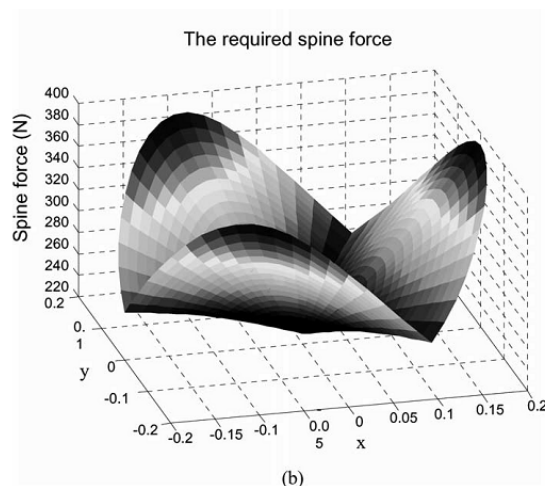


Fig. 8. (a) DeltaBot: a cable-based robot with three translational degrees of freedom and (b) the required spine force for the points of a disk surface in the workspace.

نیروی ستون فقرات برای نقاط زیادی از محیط کار محاسبه شد. برای مثال، یک سطح کاری متقاطع که یک دایره موازی با صفحه X-Y (شکل 8a را ببینید) است را در نظر بگیرید. حداقل نیروی ستون فقرات مورد نیاز برای نقاط این دایره به گونه ای تعیین شد که ربات محک های ذکر شده در بالا را رعایت کند و نتایج در شکل 8b نشان داده شده است. این شکل نشان می دهد که با جابه جایی اندام انتهایی از ناحیه مرکزی به مرزهای ناحیه کاری، میزان نیروی ستون فقرات افزایش می یابد. این رشد زمانی که اندام انتهایی در صفحه بازوهای گردان قرار دارد مهم تر می شود. در همان شکل دیده می شود که بیشترین نیروی ستون فقرات مورد نیاز که ۳۹۰ نیوتون می باشد زمانی مورد نیاز است که اندام انتهایی در مرز بیرونی ناحیه کاری و در صفحه بازوهای گردان قرار دارد.

نتیجه:

پروژه ای برای طراحی نیروی بالاست در یک کلاس از ربات کابلی ارائه شد. ظرفیت های نیرو و گشتاور بر اساس مجموع تمام پیچ خوردگی هایی که اندام انتهایی می تواند بدون کم شدن کشش در هیچ یک از کابل ها اعمال کند معرفی شد. در این مساله طراحی، حداقل نیروی بالاست مورد نیاز برای اطمینان از اینکه ظرفیت نیرو و گشتاور برای بار مفید مورد نیاز کافی هستند پیدا شد.

نشان داده شد که ظرفیت گشتاور و نیروی اندام انتهایی دارای شکل های هندسی خوبی هستند. هندسه خطی به طور موفقیت آمیزی به مطالعه و طراحی ظرفیت نیرو و گشتاور اعمال شد. نشان داده شد که ارائه هندسی می تواند در فهم ظرفیت بار مفید ربات های کابلی مفید باشد.

الگوریتم ارائه شده به DeltaBot، یک ربات کابلی DOF، جهت محاسبه حداقل نیروی بالاست مورد نیاز برای ظرفیت های نیرو و گشتاور دلخواه، اعمال شد.

