

بررسی ساختارهای LHM (محیطهایی با ϵ و μ منفی) و معرفی یک نوع لنز کامل

حسین کورکچی

گروه مخابرات

دانشکده برق دانشگاه علم و صنعت ایران

hkourkchi@ee.iust.ac.ir

محسن فرمهمینی فراهانی

گروه مخابرات

دانشکده برق دانشگاه علم و صنعت ایران

mohsen.ff@gmail.com

۱- چکیده:

metamaterials چیستند؟ واژه meta در زبان یونانی به معنی "فرا" و "ماورا" میباشد در واقع metamaterials به موادی گفته می شود که دارای خواص غیر عادی بوده و به طور ذاتی در طبیعت وجود ندارند. در اینجا بحث ما بر روی مواد فرا مغناطیسی می باشد مواد "چپگرد" (LHM)^۱ موادی می باشند که خواص الکترومغناطیسی آنها با خواص الکترو مغناطیسی مواد موجود در طبیعت متفاوت می باشد. به همین علت به این مواد واژه Metamaterial اطلاق می شود. ساخت چنین موادی همراه با منفی شدن ضریب نفوذ پذیری مغناطیسی و گذردهی الکتریکی می باشد. البته منفی شدن ضریب گذردهی الکتریکی به طور طبیعی در لایه ای از جو زمین به نام یونسفر که خاصیت پلاسمایی دارد نیز اتفاق می افتد.

کلمات کلیدی: لنز کامل ، راستگردی و چپگردی، LHM، SRR، DNG و SNG

۲- مقدمه:

برای اولین بار veselago در سال ۱۹۶۷ مفهوم مواد چپگرد (LHM) را معرفی کرد [۱]. به ساده ترین بیان مواد LHM موادی هستند با ضریب گذردهی الکتریکی منفی و ضریب نفوذ پذیری مغناطیسی منفی. در محیطهای LHM بردارهای \mathbf{H} و \mathbf{E} یک مجموعه چپگرد را تشکیل می دهند. در حالی که در محیطهای عادی

¹ Left Handed Materials

($m > 0, e > 0$) آنها یک مجموعه راستگرد را تشکیل می دهند. در این حالت امواج الکترو مغناطیسی (EMW) در چنین محیطهایی منتشر میشوند اما دارای خواص غیر عادی می باشند. تمامی این خواص از اینجا ناشی می شود که بردار پوینتینگ $S = E \times H$ در یک محیط LHM با بردار K غیر هم جهت می باشد اگر $e < 0, m < 0$ هر دو با هم محقق شوند به این محیط DNG^2 و اگر فقط یکی از آن دو منفی شود به محیط SNG^3 گفته میشود. از همین خاصیت محیطهای DNG در ساخت لنزهای Veselago استفاده می کنند. از کاربردهای محیطهای SNG می توان به Near-Field Imaging فقط با استفاده از $e < 0$ اشاره کرد.

در این مقاله ابتدا به چگونگی ساختارهای چنین محیطهایی پرداخته می شود و سپس در ادامه به روابط حاکم و خواص انتشاری در این محیطها و در پایان به بررسی یکی از کاربردهای این ساختارها یعنی "لنزهای کامل"^۴ پرداخته می شود.

۳- چگونگی تحقق محیطهای LHM:

سوالی که مطرح میشود این است که چگونه می توان محیطهایی با $e < 0, m < 0$ ایجاد کرد. تا سال ۱۹۹۹ این یک سوال باقی ماند تا اینکه Pendry بیان کرد که اجسامی مجزا از هم می توانند هر کدام از خواص $e < 0, m < 0$ را ایجاد کنند. بعدها smith ساختارهای شبکه ماندی که دقیقاً به هم جفت شده بودند را پیشنهاد کرد. ما در این قسمت در مورد چنین ساختارهایی صحبت کرده و اندکی به روابط موجود می پردازیم [۲].

برای نیل به چنین خواصی ما از یک سری حلقه های تشدید (SRR)^۵ استفاده می کنیم. SRR ها از دو حلقه مجزای هم محور فاصله دار تشکیل شده اند. این حلقه ها هم دارای خاصیت سلفی و هم خازنی می باشند که خود باعث تشکیل یک مدار تشدید LC می شود. این مدار دارای یک فرکانس تشدید می باشد. در فرکانس رزونانس این رزوناتور بیشترین انرژی را از موج الکترومغناطیس برخوردی جذب می کند و در این حالت مدار بزرگترین پاسخ را می دهد. اما در اینجا به دنبال راهی هستیم تا در فرکانسهای بالاتر از فرکانس تشدید پاسخ مغناطیسی بزرگتری داشته باشیم. یعنی وقتی یک میدان خارجی به SRR اعمال شود SRR یک میدان مغناطیسی مخالف تولید کند. حال با این تفاسیر اندکی به روابط حاکم بر این ساختارها می پردازیم.

اگر ما در مورد پاسخ موثر سیستم در فرکانس خاصی صحبت می کنیم (W) و ابعاد هر یک از سلولها a باشد برای تعریف e و m موثر باید شرایط زیر برقرار باشد [۲].

$$a \ll l = 2\pi cW^{-1} \quad (۱-۳)$$

حال به چگونگی محاسبه e_{eff} و m_{eff} می پردازیم. سوالی که در اینجا مطرح می شود این است که مفهوم متوسط چیست؟ هنگامی که ساختاری مرکب از سیمهای نازک و ورقه های فلزی تشکیل شده است و معادل همان حجم ما فضائی با e_{eff} و m_{eff} در نظر بگیریم پاسخها یکسان خواهند شد. فرم انتگرالی معادلات ماکسول در ذهن مفهوم یک میدان متوسط را تداعی می کند. ما برای سهولت یک ساختار تناوبی در یک دستگاه در نظر می گیریم. با متوسط

² Double Negative

³ Single Negative

⁴ Perfect Lens

⁵ split-ring resonator

گیری از میدان H در طول سه محور هر کدام از سلولها تمامی مولفه های H_{ave} را محاسبه می کنیم. در یک سیستم مکعبی خواهیم داشت:

$$(H_{ave})_x = \int_{r=(0,0,0)}^{r=(a,0,0)} H.dr \quad (2-3)$$

$$(H_{ave})_y = \int_{r=(0,0,0)}^{r=(0,a,0)} H.dr \quad (3-3)$$

$$(H_{ave})_z = \int_{r=(0,0,0)}^{r=(0,0,a)} H.dr \quad (4-3)$$

البته در تعریف این واحدهای سلولی باید توجه داشت که گوشه ها نباید هیچگونه تقاطعی با ساختارهای شامل این واحد سلولی داشته باشد. این موضوع به ما این اجازه را می دهد که ساختار را به تعداد تمام واحدهای سلولی تقسیم کنیم در حالی که این اطمینان را به ما می دهد که مولفه موازی سطح H_{ave} در طول سطح پیوسته می ماند که این موضوع در معرفی تئوری محیط موثر لازم است. مشابه تعریفی که برای میدان H_{ave} انجام دادیم برای B_{ave} انجام می دهیم. با این تفاوت که این بار از میدان B_{ave} بر روی هر سه سطح واحد سلولی متوسط گیری انجام می دهیم و در نهایت خواهیم داشت:

$$(m_{eff})_x = (B_{ave})_x / (m_0 H_{ave})_x \quad (5-3)$$

$$(m_{eff})_y = (B_{ave})_y / (m_0 H_{ave})_y \quad (6-3)$$

$$(m_{eff})_z = (B_{ave})_z / (m_0 H_{ave})_z \quad (7-3)$$

۳-۱- ساختار آرایه ای از استوانه ها:

این ساختار را در شکل ۱ مشاهده می کنید. پس از انجام محاسبات [۲] خواهیم داشت:

$$m_{eff} = 1 - \frac{pr^2}{a^2} \left[1 + i \frac{2S}{wr m_0} \right] \quad (8-3)$$

که در آن S مقاومت در واحد سطح استوانه می باشد در حالتی که استوانه ها دارای هدایت بی نهایت بزرگی باشند و یا اینکه در فرکانس کار بسیار بالا m_{eff} با نسبت حجم استوانه به حجم سلول کاهش می یابد. این نسبت حجمها نقش مهمی در تعیین قدرت این اثر در مدل ما ایفا می کند. کاملاً مشخص است که در مدل کنونی m_{eff} هرگز نمی تواند کوچکتر از صفر یا بزرگتر از واحد شود. در اینجا باید اشاره کرد که برای افزایش این اثر می توانیم از مکعب به جای استوانه استفاده کنیم. چون که با این کار حجم محصور در آن بیشتر می شود.

۳-۲- ساختارهای استوانه ای ناقص:

ساختار بعدی که در اینجا مورد مطالعه قرار می دهیم حلقه های شکسته شده هم مرکز ۶ میباشند. این ساختار ها مشابه حالت قبل می باشند با ای تفاوت که شامل دو استوانه ناقص هم محور می باشند، و در نتیجه دارای یک ظرفیت

خازنی اضافه شده (شکل ۲). نکته مهم در این نوع ساختار فاصله ایست که مانع از ایجاد جریان به دور هر یک از حلقه ها می شود. سپس به رابطه زیر خواهیم رسید [۲] که در آن F نسبت حجمی، فضای اشغال شده سلول توسط استوانه به حجم سلول و C ظرفیت خازنی در واحد سطح بین دو ورقه می باشد.

$$m_{eff} = 1 - \frac{F}{1 + \frac{2Si}{wr m_0} + \frac{3}{p^2 m_0 w^2 C r^3}} \quad (9-3)$$

شکل ۳ فرم m_{eff} ساختارهای مورد بحث در اینجا را مشخص می کند. w_0 فرکانسی که در آن m_{eff} دو شاخه می شود و به صورت زیر به دست می آید:

$$w_0 = \sqrt{\frac{3}{p^2 m_0 C r^3}} \quad (10-3)$$

و w_{mp} فرکانس مغناطیسی پلاسما می باشد که از رابطه زیر به دست می آید:

$$w_{mp} = \sqrt{\frac{3}{p^2 m_0 C r^3 (1 - F)}} \quad (11-3)$$

در اینجا توجه کنید که فاصله بین دو فرکانس w_0 و w_{mp} که در آن m_{eff} منفی می شود رابطه مستقیمی با F که به شکل زیر تعریف می شود دارد:

$$F = 1 - \frac{pr^2}{a^2} \quad (12-3)$$

۳-۳- معرفی ساختاری جدید و تحلیل عددی این نوع ساختارها:

تا اینجا ما فقط به بررسی تحلیلی این نوع ساختار ها پرداختیم. در این قسمت به بررسی عددی یک ساختار جدید برای تحقق $e < 0$ می پردازیم. در اینجا مستقیماً از معادلات ماکسول و با استفاده از روش ماتریس انتقال (TMM)^۷ پاسخها را بدست می آوریم و با نتایج تحلیلی مقایسه می کنیم. [۳] این ساختار مرکب از Wire و SRR^۸ ها می باشد. نتایج حاصل از شبیه سازی این ساختار را می توان در شکل ۴ ملاحظه کرد. منحنی تو پر حاصل از ترکیب دو محیط با هم می باشد و منحنی نقطه چین حاصل از تک تک محیطها به تنهایی می باشد. همانطور که ملاحظه می شود افزودن ساختار سیمی به SRR هیچگونه تاثیری بر روی خاصیت m محیط ندارد در حالیکه در مورد e این چنین نمی باشد و در ساختار ترکیبی e نسبت به حالتی که ساختار فقط متشکل از سیم می باشد کمتر منفی می باشد. پس با ترکیب این دو نوع ساختار و قرار دادن این المانها در شبکه به صورت تناوبی می توان محیطی DNG ایجاد کرد که در آن هر دو e و m منفی می باشند.

۴- خواص انتشاری در محیطهای LHM:

⁷ transfer matrix method

⁸ split-ring resonator

در این قسمت به خواص انتشاری در چنین محیطهایی اشاره ای می شود. معادله پراکندگی که در آن e و m به عنوان پارامترهای ذاتی محیط بیان می شوند به فرم زیر می باشد: [۱]

$$\left| \frac{w^2}{c^2} e_{il} m_{li} - k^2 d_{ij} + k_i k_j \right| = 0 \quad (۱-۴)$$

فرم ساده تر این معادله برای محیطهای ایزوتروپ به شکل زیر در می آید:

$$k^2 = \frac{w^2}{c^2} n^2 \quad (۲-۴)$$

که در آن n ضریب شکست محیط می باشد و از رابطه زیر حاصل می شود:

$$n^2 = em \quad (۳-۴)$$

در حالتی که محیط کاملاً بدون اتلاف باشد e و m و n هر سه کاملاً حقیقی خواهند بود و به نظر می رسد که تغییر علامت همزمان e و m هیچ تاثیری بر روابط بالا ندارد. در ابتدا شاید به نظر آید که تغییر همزمان e و m تاثیری بر انتشار امواج ندارد اما ممکن است با این تغییر ما شاهد تغییرات اساسی در قوانین حاکم باشیم. به عنوان مثال سرعت فاز بر خلاف جریان انرژی می باشد [۴] و یا اینکه ما شاهد اثر داپلر به صورت معکوس خواهیم بود [۱].

۵- چگونگی شکست نور در فصل مشترک دو محیط با راستگردی^۹ متفاوت:

در عبور نور از یک محیط به محیط دیگر صرفنظر از چپگرد یا راستگرد بودن محیطها همیشه شرایط مرزی زیر برقرار می باشد:

$$E_{t1} = E_{t2} \quad H_{t1} = H_{t2} \quad e_1 E_{n1} = e_2 E_{n2} \quad m_1 H_{n1} = m_2 H_{n2} \quad (۱-۵)$$

پس در نتیجه از دو معادله اولی خواهیم داشت که مولفه های x و y میدانهای E و H جهتشان را حفظ خواهند کرد (صرفنظر از راستگردی محیط). اما مؤلفه z فقط به شرطی جهتش حفظ می شود که هر دو محیط دارای راستگردی یکسانی باشند و در غیر این صورت مؤلفه z تغییر علامت خواهد داد. این موضوع به این دلیل اتفاق می افتد که در عبور موج از دو محیط با راستگردی متفاوت نه تنها اندازه میدانهای E و H به واسطه تفاوت در e و m تغییر می کند بلکه این میدانها دچار یک بازتاب نسبت به فصل مشترک خواهند شد. این اتفاق نیز برای بردار k رخ می دهد. مسیر امواج شکسته شده حاصل از این بازتاب را می توان در شکل ۵ ملاحظه کرد. همانطور که ملاحظه می شود در حالتی که محیط دوم چپگرد باشد موج بر خلاف معمول در جهت مخالف محور z انتشار پیدا می کند. البته باید توجه داشت که در هر دو حالت موج بازتابی یکسان خواهد بود. می توان گفت که قانون اسنل به همان فرم قبلی باقی خواهد ماند یعنی:

$$\frac{\sin j}{\sin y} = n_{1,2} = \sqrt{\frac{e_2 m_2}{e_1 m_1}} \quad (۲-۵)$$

^۹ Rightness

۶- لنز کامل و ضریب شکست منفی:

همان طور که می دانیم کار لنز های معمول بر این اساس می باشد که سطوح دارای انحنای و با ضریب شکست متفاوت با هوا می توانند نور را متمرکز کنند. اما مشکل این نوع لنزها این است که نور را نمی توانند در ناحیه ای کوچکتر از مربع طول موج نور تابانده شده متمرکز کنند. ما در اینجا نوعی سوپرنلز^{۱۰} را معرفی می کنیم که فاقد محدودیتهای لنزهای معمول می باشد.

یک دو قطبی بسیار کوچک^{۱۱} در پشت لنز و در فرکانس w در نظر بگیرید. مولفه میدان الکتریکی توسط بسط فوریه دو بعدی به شکل زیر حاصل می شود:

$$E(r,t) = \sum_{s, k_x, k_y} E_s(k_x, k_y) \times \exp(ik_z z + ik_x x + ik_y y - iwt) \quad (۱-۶)$$

در اینجا محور لنز در جهت Z انتخاب شده است. طبق قوانین ماکسول داریم:

$$k_z = +\sqrt{w^2 c^{-2} - k_x^2 - k_y^2}, w^2 c^{-2} > k_x^2 + k_y^2 \quad (۲-۶)$$

عملکرد لنز طوری است که هر یک از مولفه های بسط فوریه را تصحیح فاز کرده و در کانونی در آن طرف لنز تصویر همان دو قطبی را ایجاد می کند. اما از طرفی برای بردار انتقال موج بزرگتر خواهیم داشت:

$$k_z = +i\sqrt{-w^2 c^{-2} + k_x^2 + k_y^2}, w^2 c^{-2} < k_x^2 + k_y^2 \quad (۳-۶)$$

این امواج میرا شونده به طور نمایی با Z کوچک می شوند و در نتیجه تصحیح فاز نمی تواند آنها را از نظر اندازه به حالت اول باز گرداند. در نتیجه انتشار امواج به شرط زیر محدود می شود:

$$w^2 c^{-2} > k_x^2 + k_y^2 \quad (۴-۶)$$

حال در اینجا فرض کنید که $n = -1$. در این صورت همانطور که قبلاً هم نیز اشاره طبق قانون اسنل زاویه شکست نور منفی خواهد شد و نور پس از برخورد به فصل مشترک با زاویه منفی میشکند. البته در یک قطعه باریک این عمل دو بار انجام شده و پس از همگرا شدن نور در داخل قطعه و واگرایی مجدد پس از شکستی مجدد نور در کانونی در طرف دیگر لنز همگرا می شود (شکل ۶). اگر که $e = -1$ و $m = -1$ در این صورت در ورود موج به قطعه به علت تطبیق دو محیط هیچ گونه بازتابی نخواهیم داشت و همچنین در خروج موج از این محیط به خلا. پس در چنین حالتی تمام موج تابیده شده به طرف دیگر خواهد رسید. محاسبات نشان می دهند که تمامی انرژی به محیط منتقل می شود [۵]. با پیشرفتهای انجام شده در تولید ساختارهای SRR/Wire می توان به تقریبهای $e = -1$ و $m = -1$ در فرکانسهای خاصی نزدیک شد. در فرکانسهای نوری چندین نوع فلز همانند پلاسما عمل می کنند و عملکرد دی الکتریکی آنها به فرم زیر در می آید. فلزات نقره و طلا و مس شاید بهترین مثال برای این حالت می باشند.

$$e = 1 - \frac{w_{ep}^2}{w^2} \quad (۵-۶)$$

¹⁰ superlenses

¹¹ infinitesimal dipole

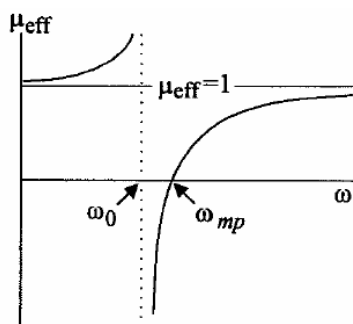
در پایان عمل تمرکز را با استفاده از یک ورق نقره ای انجام می دهیم. ما فرض می کنیم که جسم ما از پتانسیل الکترواستاتیکی با دو نقطه تشکیل شده است. (شکل ۷) در غیاب صفحه نقره ای پتانسیل الکترواستاتیکی در فاصله $z = 2d = 80 \text{ nm}$ از شیئی تصویر محو می شود و دیگر آن دو نقطه قابل بازسازی نمی باشند. زیرا که اندازه مؤلفه های با درجه بالاتر بسط فوریه آن تضعیف می شوند. نتیجه را می توان در شکل ۸ ملاحظه کرد. در اینجا از یک ورقه نقره ای برای بازسازی اندازه مؤلفه های درجه بالاتر و تمرکز تصویر استفاده شده است [۵].

۷- نتیجه گیری:

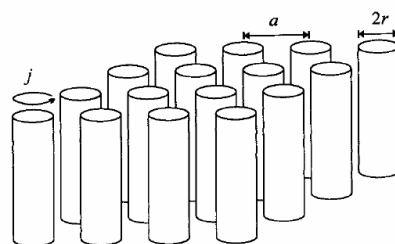
در این مقاله سعی شد تا اندکی از مزایای محیطهای DNG و خواص انتشاری و چگونگی ایجاد چنین محیطهایی بحث شده و سپس به یکی از کاربردهای مهم آن یعنی ساخت لنز کامل پرداخته شد.

۸- فهرست مراجع و مأخذ:

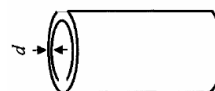
- [۱] V. G. Veselago, The electrodynamics of substances with simutaneously negative value of ϵ and m , Soviet Physics Uspekhi, Vol.10, No.4, pp.509-514, Jan-Feb.1968
- [۲] J.B.Pendry, A.J.Holden, D.J.Robbins, W.J.Stewart, Magnetism from Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena, IEEE Trans. Microwave Theory Tech, Vol.47, No.11, PP.2075-2084, Nov.1999
- [۳] D. R. Smith, S. Schultz, Determination of Negative Permittivity and Permeability of Metamaterials from Reflection and Transmission Coefficients, PREPRINT, 2/13/2002
- [۴] Richard W. Ziolkowski, Wave propagation in media having negative permittivity and permeability, Phys. Rev E, vol. 64, pp. 056625/1-15, Nov. 2001
- [۵] J. B. Pendry, Negative Refraction Makes a Perfect Lens, Phys. Rev., vol.85, No.18, pp. 3966-3969, Oct. 2003



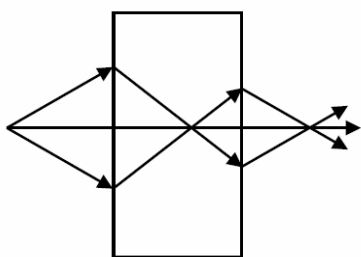
شکل ۳: m_{eff} برای مدل دوم که نشان دهنده یک ساختار تشدید حاصل از ظرفیت خازنی بین دو ورقه و ظرفیت القائی استوانه ها می باشد. پایین فرکانس تشدید m_{eff} افزایش می یابد ولیکن در پایین فرکانس تشدید مقدار آن کوچکتر از واحد و حتی در نواحی فرکانس تشدید مقدار آن نیز منفی می شود.



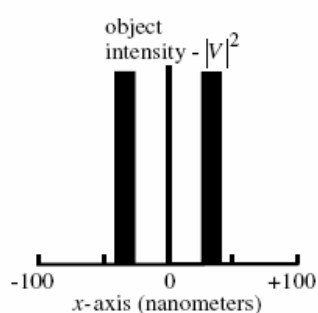
شکل ۱: مدل اول مشتمل بر آرایه ای از استوانه های هادی برای خواص مغناطیسی در جهت موازی با محور استوانه ها



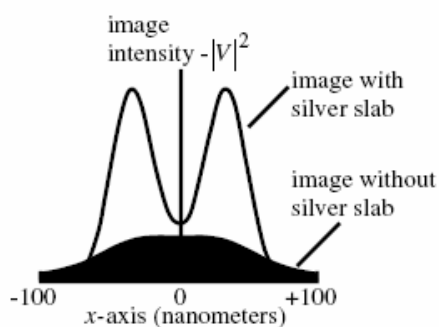
شکل ۲: مدل دوم شامل ساختارهای استوانه های ناقص SR



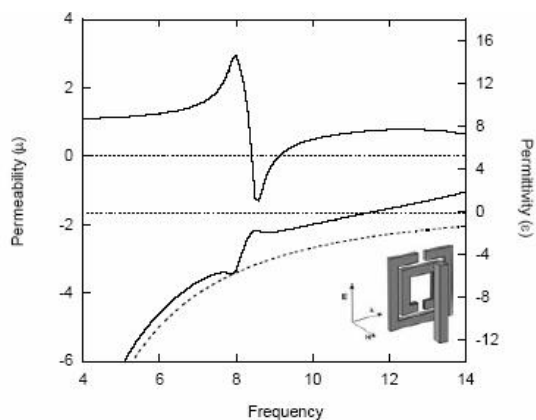
شکل ۶: چگونگی عملکرد محیطی با ضریب شکست 1- و تمرکز نور در یک کانون با استفاده از آن



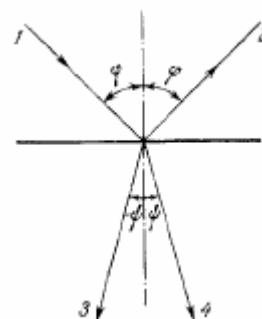
شکل ۷: تمرکز یک میدان شبه استاتیکی با استفاده از یک سطح نقره ای



شکل ۸: تصویر ایجاد شده در حالت با صفحه نقره ای و بدون آن.



شکل ۴: در قسمت بالا بر حسب مقیاسهای سمت راست $Re(m)$ و در پایین بر حسب مقیاسهای سمت چپ $Re(e)$ در ساختار ترکیبی سیم و SRR ملاحظه می کنید.



شکل ۵: عبور موج از فصل مشترک دو محیط: 1-موج تابانده شده. 2-موج بازتابی. 3-موج شکسته شده در حالتی که محیط دوم LHM باشد. 4-موج شکسته شده در حالتی که محیط دوم RHM باشد.