محاسبه پارامترهای مدار زمین

مریم سلیمانزاده

دانشکده برق

دانشگاه علم و صنعت ایران

m_soleimanzadeh@ee.iust.ac.ir

چکیده: این مقاله یک عبارت تحلیلی ساده برای معادله زمان[۱] بدست می آورد، که اختلاف بین زمان خورشیدی[۲] و زمان متوسط محلی[۳] را در غالب پارامترهای مدار زمین بیان می کند؛ سپس از آن عبارت برای محاسبه پارامترهای مدل استفاده می شود و برای این منظور تنها از یک جدول زمانهای طلوع و غروب خورشید به عنوان ورودی استفاده می کند. این محاسبه ساده منجر میشود به اینکه زمانهای عبور از حضیض[۴] زمین و اعتدال بهاری به یک یا دو روز و زاویه میل[۵] محورها به چند درصد تصحیح شود.

کلمات کلیدی: *مدار زمین*، خورشید ، *زاویه میل* ، *اکسنتریسیتی*[۶] ،*حضیض*

۱- مقدمه

در اینجا یک محاسبه جالب توجه که انجام می شود محاسبه ایست که علاوه بر اکسنتریسیتی و عبور از حضیض مدار زمین، زاویه میل را نسبت به دایرهٔ البروج و زمان اعتدال بهاری محاسبه کند. تنها معادله مورد نیاز معادله

---

[1] Time equation
[2] Sundial time
[3] Clock time
[4] Perihelion
[5] Inclination
[6] Eccentricity

زمان است، تابعی که اختلاف بین زمان خورشیدی و زمان متوسط محلی را بیان می کند. این تابع مجددا از جدول ستاره شناسی قابل دسترس است؛ که می تواند از یک جدول زمانهای طلوع و غروب آفتاب بدست اید. در اینجا ما برای سادگی محاسبات، مختصات را نسبت به زمین می سنجیم و فرض می کنیم که خورشید در مدارش به دور زمین می چرخد!

۲- یک معادله ساده برای زمان

ابتدا با فرض اینکه حرکت متوسط خورشید به صورت یک مدار دایره ای است که زاویه شیب e نسبت به استوا دارد، زاویه میل را بررسی می کنیم.

۲-۱- اثر زاویه میل

حرکت خورشید اطراف مدار دایره ای اش می تواند توسط λ (طول جغرافیایی دایرهٔ البروج) تعریف شود. به صورت زیر[1]:

$$\lambda = 2\pi(d-d_0)/Y \qquad (۱)$$

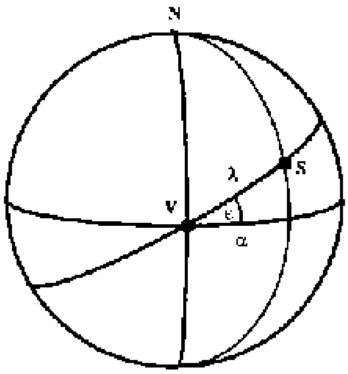
که در آن d شماره یک روز خاص است؛

Y شماره روزهای یک سال است(مثلا ۳۶۵)

d_0 شماره روزی است که خورشید طول جغرافیای دایرهٔ البروج صفر دارد، $\lambda=۰$ ، یعنی زمانی که خورشید از صفحه استوا می گذرد، مثلا در نقطه اعتدال بهاری.

تصویر ۱ رابطه بین λ و صعود راست α را نشان می دهد.

$$\tan\alpha = \tan\lambda.\cos\varepsilon \qquad (۲)$$



شکل ۱ – N قطب شمال و V بردار اعتدال بهاری است

بنابراین معادله زمان E به صورت زیر تعریف می شود:

$$E_i = \lambda - \alpha \qquad (۳)$$

که E به صورت یک زاویه بیان می شود؛ یا هنگامی که به صورت واحد زمان بیان می شـود ، کـه L طـول روز اسـت(مـثلا ۱۴۴۰ دقیقه)

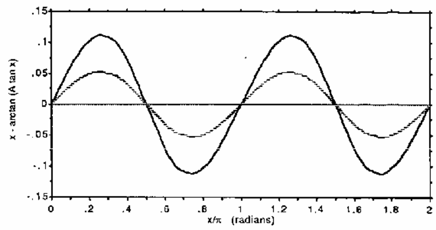
$$E_i = L(\lambda - \alpha)/2\pi \qquad (۴)$$

معادله (۳) یا (۴) در ترکیب با معادله (۲) به شکل زیر در می آید:

$$x - \tan^{-1}(A\tan x) \qquad (۵)$$

و این تابع که در شکل ۲ نشان داده شده است، به راحتی بدست می آید که توسط یک تغییر سینوسی در x با دوره تنـاوب π غالب شود. دامنه این تغییر می تواند با مشتق گیری از (۵) بدست آید:

$$\pi/2 - 2\tan^{-1}(\sqrt{A}) \qquad (۶)$$



شکل ۲ - رفتار تابع $x - \tan^{-1}(A\tan x)$

اگر در این عبارت قرار دهیم $A = \cos\varepsilon$ و با معادلات (۱) و (۴) ترکیب کنیم، داریم:

$$E_1 = L\left(\frac{1}{4} - \frac{\tan^{-1}(\sqrt{\cos\varepsilon})}{\pi}\right)\sin(4\pi(d - d_0)/Y) \qquad (۷)$$

۳- تاثیر اکسنتریسیتی

مسئله تعیین مکان یک سیاره در یک مدار بیضوی به عنوان تابعی از زمان به صورت تحلیلـی قابـل حـل نیـست. حتی با آنکه مسئله عکس ان به صورت تحلیلی قابل حل است و با معادلات کپلر بیان می شود.(یعنی یافتن زمانی که سیاره در مکان خاصی از مدار خود است)[2]

در هر حال اگر اکسنتریسیتی یعنی e خیلی کوچک باشد میتوان نشان داد سیاره تقریبا در این زاویه قرار دارد:

$$2e\sin\varphi \qquad (۸)$$

در این عبارت φ زاویه ای است که سیاره در مدار خود می گردد؛ بنابر این می توانیم بگوییم که خورشید واقعی با یک زاویه $2e\sin\varphi$ در مدار آشکار اطراف زمین ، جلوی خورشید متوسط است . از آنجایی که e خیلی کوچک اسـت ، مـی توانیم بنویسیم:

$$\varphi = 2\pi(d - d_1)/Y \qquad (۹)$$

که در آن d تاریخ عبور از حضیض است؛ با ترکیب این معادله با معادله (۸) بدست می آوریم:

$$E_2 = -\frac{Le}{\pi}\sin(2\pi(d-d_1)/Y) \qquad (۱۰)$$

حال با ترکیب معادلات (۷) و (۱۰) مدل نهایی را برای معادله زمان بدست می آوریم:

$$E = L\left[\frac{1}{4}-\frac{\tan^{-1}(\sqrt{\cos\varepsilon})}{\pi}\right]\sin(4\pi(d-d_0)/Y)-\frac{Le}{\pi}\sin(2\pi(d-d_1)/Y) \qquad (۱۱)$$

۴- پیدا کردن پارامترهای مدل

مدل ارائه شده در معادله (۱۱) نشان می دهد که معادله زمان E با داشتن یک جزء با دوره تناوب ۶ ماه که دامنه آن تنها با ε تعیین شده است و یک جزء با دوره تناوب ۱۲ ماه که دامنه آن تنها با e تعیین شده است، به صورت هارمونیکی با شماره روز d تغییر می کند.[3]

بنابر این پارامترهای مدل می تواند با تبدیل فوریه تغییرات E با d تعیین شود. با تخمین خوبی می تواند فرض شود که زمان طلوع و غروب خورشید مساوی است؛ هنگام ظهر خورشیدی ، ظهر محلی نسبت به خورشید متوسط، به اندازه E زودتر اتفاق می افتد.

بنابر این اگر ما یک نقطه برای سادگی روی Greenwich در نظر بگیریم داریم :

$$E = 720-(T_s+T_r)/2 \qquad (۱۲)$$

که در آن T_s و T_r زمانهای غروب و طلوع خورشید اند، که به صورت دقیقه بعد از نیمه شب بیان می شوند. در جدول ۱ ، E با استفاده از معادله (۱۲) محاسبه شده است که یک جدول از طلوع و غروب خورشید در ۱۹۹۰ برای کمبریج میباشد؛ که خیلی نزدیک Greenwich است.

d	Date	T_r (min)	T_s (min)	E (min)	E_{true} (min)
1	Jan 1	488	959	−3.5	−3.5
24	Jan 24	472	993	−12.5	−12.1
47	Feb 16	434	1035	−14.5	−14.1
69	Mar 10	386	1075	−10.5	−10.3
92	Apr 2	333	1115	−4.0	−3.7
115	Apr 25	283	1154	−1.5	+2.0
138	May 18	242	1192	+3.0	+3.6
161	Jun 10	221	1218	+0.5	+0.7
184	Jul 3	225	1222	−3.5	−4.2
206	Jul 25	251	1201	−6.0	−6.5
229	Aug 18	288	1158	−3.0	−3.9
252	Sep 10	326	1107	+3.5	+3.0
275	Oct 3	364	1054	+11.0	+10.9
298	Oct 26	403	1004	+16.5	+16.0
320	Nov 17	443	967	+15.0	+15.1
343	Dec 9	475	949	+8.0	+7.7

تبدیل فوریه این اطلاعات بدست می دهد:

$$E = 0.21\cos\psi - 7.97\sin\psi - 3.61\cos 2\psi - 9.03\sin 2\psi \qquad (۱۳)$$

که در آن E و $\psi = 2\pi(d-1)/Y$ به دقیقه بیان شده است. این معادله می تواند به فرم معادله (۱۱) باز نویسی شود:

$$E = 9.72\sin(4\pi(d-81)/Y) - 7.97\sin(2\pi(d-3)/Y) \qquad (۱۴)$$

با مقایسه این معادله با معادله (۱) بدست بدست می آید:

d_0 (اعتدال بهاری) = ۸۱ (۲۲ مارس)

d_1 (عبور از حضیض) = ۳ (۳ ژانویه)

e (اکسنتریسیتی) = ۰/۰۱۷۴

ε (شیب) = °۲۳/۳

توجه کنید که d_0 میتواند همچنین Y/2+81 باشد.

۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

یک عبارت ساده تحلیلی برای معادله زمان بدست آمد و نشان داده شد که به زمان اعتدال بهاری و عبور از حضیض زمین بستگی دارد. عبارت شامل تنها عبارات هارمونیک ساده با دوره تناوب ۶ ماه و ۱۲ ماه است، و پارامترهای این هارمونیکها می تواند تنها با استفاده از اطلاعات جدول طلوع و غروب تعیین شود.

۶- مراجع

[1] Spacecraft dynamics and control, by: Marcel J. Sidi, CAMBRIDGE university press

[2] Aravind P K 1987 *Am. J . Phys. 55* 1144

[3] Calkin M G 1989 Am. *J. Phys. 57* 374