طراحی کنترل کننده برای سیستم غیر خطی آهنربای الکتریکی با تلفیق دو روش خطی سازی فیدبک و کنترل لغزشی

آزاده معین[1] | سعید قربانی [1] | محمدرضا جاهد مطلق[2]
Azadeh_Moein@graduate.uk.ac.ir | Saeed_Ghorbani@graduate.uk.ac.ir | Jahed@sun.iust.ac.ir

[1]بخش مهندسی برق ، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهید باهنر کرمان .
[2]دانشکده کامپیوتر، دانشگاه علم و صنعت ایران.

چکیده

عوامل غیرخطی را می توان بر مبنای خواص ریاضی آنها، به دو نوع پیوسته و ناپیوسته تقسیم کرد. از آنجا که توابع غیر پیوسته را نمی توان به طور موضعی با توابع خطی تقریب زد ، بنابراین امکان خطی سازی سیستم غیرخطی تا حدود زیادی به رفتار المان غیرخطی در گستره فرکانسی مورد نظر وابسته است. به این ترتیب در بسیاری از مسائل کنترل غیرخطی ، خطی سازی سیستم و نتایج حاصل از آن هیچ اعتباری ندارد. در این مقاله مسئله طراحی کنترل کننده با استفاده از تلفیق دو روش خطی سازی فیدبک و کنترل لغزشی برای سیستم آهنربای مغناطیسی مورد بررسی قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: *سیستم غیرخطی، خطی سازی فیدبک،کنترل لغزشی*

۱- مقدمه

روشهای طراحی در کنترل خطی بر پایه فرض اصلی عملکرد در محدوده کوچک برای مدل خطی استوار است.هنگامی که محدوده عملکرد مورد نیاز بازه وسیعی از فرکانسها را در بر می گیرد ،کنترل کننده خطی عملکرد ضعیفی خواهد داشت، زیرا قادر به جبران اثرات غیر خطی سیستم به طور کامل نمی باشد .[۳]

فرض دیگر در مورد کنترل کننده خطی آن است که مدل سیستم قابل خطی سازی باشد و عدم قطعیت در آن وجود نداشته باشد . اما در بسیاری از موارد طبیعت خاص سیستم اجازه تقریب خطی را به طراح نمی دهد.

در ادامه با ارائه مطالبی در ارتباط با روش خطی سازی فیدبک و کنترل لغزشی شرایط لازم جهت طراحی با هر یک از روشها را عنوان کرده و در پایان به بررسی عملکرد کنترل کننده طراحی شده با استفاده از دو روش مذکور پرداخته شده است. نتایج حاصل از شبیه سازی در محیط MATLAB بیانگر این امر است که ترکیب این دو روش بایکدیگر به مراتب نتایج بهتری نسبت به طراحی کنترل کننده با هر یک از روشها می دهد.

۲- خطی سازی فیدبک

ایده اصلی روش خطی سازی فیدبک مبتنی بر تغییر مختصات یک سیستم غیر خطی به نحوی است که با تبدیل کل دینامیکهای سیستم غیرخطی یا بخشی از آنها به دینامیکهای خطی روشهای خطی کنترل خطی در سیستم حاصل قابل اجرا باشد. البته این روش تضمین مقاوم بودن سیستم در برابر تغییر پارامترهای نامعین و یا اغتشاش را نمی کند. همچنین به دلیل حجم محاسباتی زیاد این روش،کاربردهای عملی آن محدود می باشد.[۳،۴]

سیستم غیر خطی ثابت در زمان زیر در نظر بگیرید.

$$
\begin{aligned}
&X^{n} = f(x) + g(x)u \\
&Y = h(x) \\
&\quad X \in R^{n} \quad u \in R^{m}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

که در آن $f(x), g(x)$ توابعی ساده و هموار می باشند.از آنجا که بررسی عملکـرد یـک سیـستم غیرخطـی در نقطـه تعادل آن انجام می گیرد، بدون از بین رفتن کلیت مسئله می توان در روشهای مختلف طراحـی نقطـه تعـادل را برابـر (۰،۰) در نظر گرفت.

۲-۱ خطی سازی ورودی - حالت

خطی سازی ورودی- حالت با ترکیبی از تبدیل حالت و تبدیل ورودی و با بکارگیری فیدبک حالت در هردو به دست می آید.

مسئله طراحی ورودی کنترل u در یک سیستم غیر خطی با استفاده از روش خطی سازی ورودی-حالت به دو بخش تقسیم می شود .

مرحله اول پیدا کردن یک تبدیل حالت $Z(x)$ویک تبدیل ورودی $U(x,v)$ است که قادر به تبدیل دینامیکهای سیستم غیرخطی به دینامیک خطی متغیر با زمان به فرم $Z^{\cdot} = Az + Bv$باشد.به این ترتیب در مرحله دوم می توان از روشهای استاندارد خطی برای طراحی کنترل کننده سیستم غیرخطی استفاده کرد.برای پیاده سازی این قانون کنترل ، مولفه های حالت جدید بایستی در دسترس بوده و از نظر فیزیکی معنا دار باشند.اگر در مدل عدم قطعیت وجود داشته باشد، این امر باعث ایجاد اشتباه هم در محاسبه حالتهای جدید و هم در ورودی کنترل کننده می شود.

سیستم غیر خطی $X^{\cdot} = f(x) + g(x)u$ قابل خطی سازی ورودی - حالت است

اگر و فقط اگر:

- $\left[g \quad ad_{f} g \quad\quad ad_{fn-1} g\right]$در فضای Ωمستقل خطی باشند.
- $\left[g \quad ad_{f} g \quad\quad ad_{fn-2} g\right]$در فضای Ω Involutive باشند.

تحت این شرایط تبدیل حالت مورد نظر به صورت زیر تعریف می شود.

$$Z = \left[z \quad L_{f} z \quad .. \quad L_{f^{n-1}} z\right]^{T}$$

$$\begin{bmatrix} g & ad_f g & \dots & ad_{fn-1} g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial z / \partial x_1 \\ . \\ \partial z / \partial x_{n-1} \\ \partial z / \partial x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (۲)$$

با وجود شرط استقلال در میدانهای برداری،مشتقهای جزیی $\partial z / \partial x_1 \ldots\ldots \partial z / \partial x_n$ را می توان به طور یکتا از حل معادلات بالا به دست آورد. آنگاه می توان متغیر حالت x_1 را با انتگرال گیریهای متوالی تعیین کرد.

بر این اساس تیـدیل ورودی مناسب به فرم

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v$$

$$\alpha(x) = -\frac{L_f{}^n z}{L_g L_f{}^{n-1} z} \qquad \beta(x) = \frac{1}{L_g L_f{}^{n-1} z} \qquad (۳)$$

خواهد بود.

۳-کنترل لغزشی

کنترل سیستم غیر خطی که مدل آن به دقت کافی مشخص نیست به دو روش صورت می گیرد.

۱- روشهای کنترل مقاوم.
۲- روشهای کنترل تطبیقی.

از دیدگاه کنترل،عدم دقت در مدلسازی به دو نوع اصلی تقسیم می شود.

- عدم قطعیت درپارامترهای موجود در مدل.
- تخمین مرتبه پایین تر برای سیستم و وجود دینامیکهای مدل نشده درمدل تقریبی.

کنترل لغزشی یکی از روشهای طراحی کنترل مقاوم است که امکان دستیابی به عملکرد مطلوب سیستم را با وجود پارامترهای غیر دقیق و تخمین مرتبه پایین تر سیستم در مدل فراهم می آورد.
ایده اصلی در این روش این است که کنترل سیستم درجه یک غیرخطی با وجود عدم قطعیت مـدل آسـانتر از کنتـرل سیستم درجه n است. البته این امر ممکن است منجر به قانون کنترل با انرژی زیاد شود که از لحاظ عملی قابل پیـاده سازی نیست.
کنترل لغزشی در واقع مصالحه ای بین مدلسازی و عملکرد مناسب با طراحی غیردقیق است.

۳-۱ سطح لغزش

مدل سیستم غیر خطی را به صورت زیر درنظر بگیرید.

$$X^n = f(x) + b(x)u \qquad (۴)$$

تابع $f(x)$ یک تابع غیر خطی است که کران بالای آن بر حسب تابعی از x معین است.
$b(x)$ تابعی پیوسته است که کران بالا و پایین آن به وسیله توابعی از x مشخص است.

هدف تعیین حالات X به نحوی است که با وجود عدم قطعیت در توابع *f(x),b(x)* حالتهای مطلوب دنبال شود.

$$\widetilde{X} = X - X_d = \left[\widetilde{x}, \widetilde{x}^{\cdot}, \ldots \widetilde{x}^{n-1}\right]^T \quad (۵)$$

در حالت ایده آل

$$\widetilde{X} \equiv 0$$

و معادله سطح لغزش به صورت زیر تعریف می شود.

$$S(x,t) = (d/dt + \lambda)^{n-1}\,\widetilde{X} \qquad (۶)$$

به این ترتیب مسئله دنبال کردن بردار n بعدی Xd به مسئله پایدار سازی مرتبه یک در سیستم S تبدیل می شود.از این رو کلیه محدودیتهایی که با توجه به شرایط مسئله روی بردار $\widetilde{X}$ اعمال شده، مستقیما در S تاثیر خواهد گذاشت.

می توان ثابت کرد

(۷)

$$\forall \quad t \geq 0, \quad \left|S(t) \leq \Phi\right| \Rightarrow \quad \left|\widetilde{X}_i(t)\right| \quad \leq (2\lambda)^i\,\Phi/\lambda^{n-1}$$

برای آنکه سیگنال کنترل به دست آمده از این روش طراحی دارای انرژی محدود باشد،لازم است تا $X_d(0) = X(0)$. به عبارت دیگر

(۸)

$$S^{\cdot}(x,t) \equiv 0$$

$$\Rightarrow 1/2\,\frac{dS^2}{dt} \leq -\eta|S|$$

قانون کنترل که متغیرهای حالت را روی سطح لغزش نگه می دارد،از دو بخش تشکیل شده است .

۱- **ترم کنترل معادل** - متغیرهای لغزش را روی سطح نگه می دارد.

۲- **ترم کنترل مقاوم** - شرایط لغزش را با اعمال پارامترهای نامعین در سیستم برقرار می سازد.

بنابراین ایده اصلی طراحی سطح لغزش وکنترل سیستم غیرخطی به این طریق تعیین تابع خوشرفتار از خطای ردیابی مطابق معادله (۷) و سپس تعیین قانون کنترل u به نحوی است که $S^۲$ با وجود غیردقیق بودن مدل، یک تابع لیاپانوف مانند برای سیستم حلقه بسته باقی بماند .

در روند طراحی قانون کنترل برروی *S(t)* به صورت ناپیوسته درنظرگرفته می شود، تا عدم دقت موجود در مدل در سطح لغزش لحاظ شده باشدو اثر پدیده Chattering کاهش یابد.

وجود Chattering باعث فعالیت کنترل زیاد می شود و امکان دارد که دینامیکهای فرکانس بالایی که در مدلسازی صرفنظر شده اند ،تحریک شوند. البته قانون کنترل ناپیوسته U به طور مناسبی هموار می شود تا تعادل بهینه ای بین پهنای باند کنترل و دقت ردیابی به دست آید.

دینامیکهای سیستم را تحت شرایطی که در حالت لغزش قرار دارند،می توان به صورت زیر نوشت.

$$S^{\cdot} = 0$$

با حل این معادله قانون کنترلی به دست خواهد آمد،که،می توان آن را به عنوان تعبیری از قانون کنترل پیوسته تحت شرایطی که کلیه دینامیکها معلوم باشند درنظرگرفت.

$$U_{eq} = \alpha U_{+} + (1-\alpha)U_{-} \qquad (۹)$$

۴-شبیه سازی

مدل سیستم یک آهنربای الکتریکی با استفاده از معادلات حالت به صورت زیر بیان می شود.[۳]

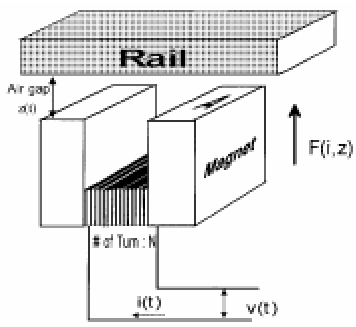
$$\alpha \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\dfrac{\mu_0 N^2 A}{4\alpha m}(\dfrac{x_3}{x_1})^2 + G + f_d \\ \dfrac{x_2 x_3}{x_1} - \dfrac{2R}{\mu_0 N^2 A} x_3 x_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{2x_1}{\mu_0 N^2 A} \end{bmatrix} u \qquad (۱۰)$$

$$y = x_1$$

که در آن x_1 فاصله هوایی عمودی،x_2 سرعت عمودی،x_3 جریان ورودی آهنربا و u ولتاژ لحظه ای دو سر سیم پیچ می باشد.در این مدل مقادیر زیر به عنوان پارامترهای مسئله در نظر گرفته شده است.

$$G = 9.8 m/s^2, \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$$

A: Area of the Horizontal Section of the Magnet .
N:The Number of Turns.
Fd:Disturbance.
m:Total Mass.



شکل ۱- مدل EMS

از آنجا که مهمترین پارامتر متغیر در این سیستم تغییرات جرم آن است،لازم است تا کنترل کننده طراحی شده نسبت به این پارامتر مقاوم باشد. α ضریبی است که با توجه به تغییر جرم سیستم مقدار آن در بازه $[.01,1]$تغییر می کند. معادله دیفرانسیل سیستم با وجود پارامتر نامعین αبه صورت

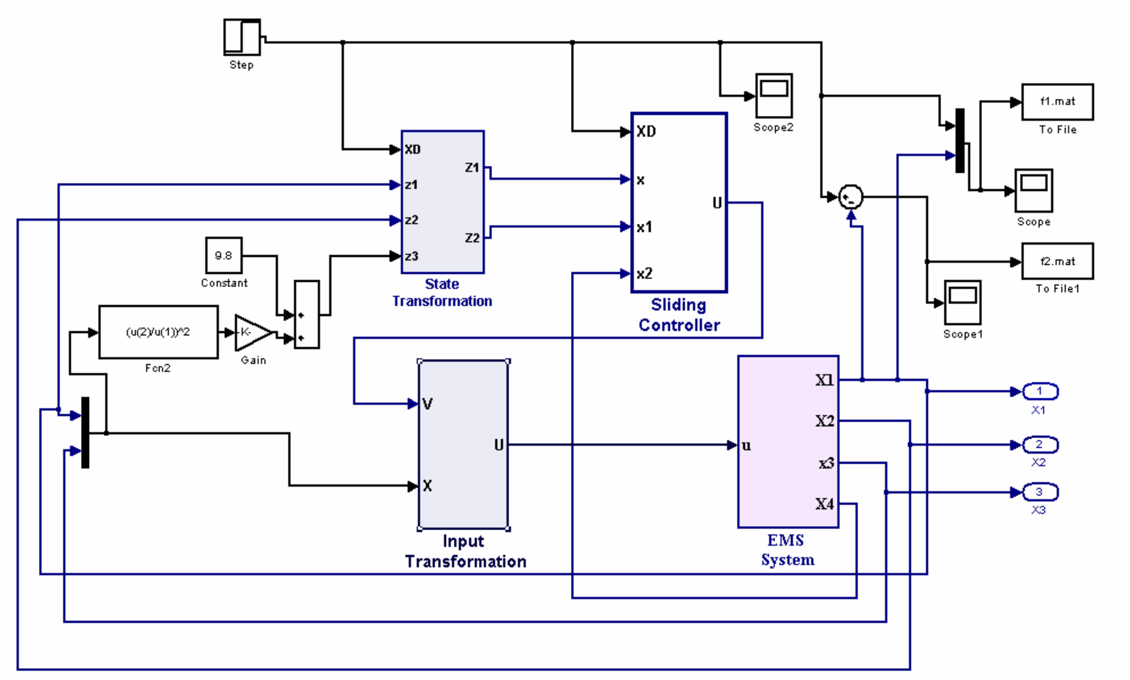
$$\dddot{x}_1 = \frac{-10^5}{6\pi} \; x_1(\ddot{x}_1 + G) - \frac{6.634}{\alpha}\sqrt{G - \ddot{x}_1}\, u \qquad (۱۱)$$

$$\alpha \in [.01,1]$$

به دست خواهد آمد،که با توجه به معین بودن کرانه های α،شرایط لازم بـرای طراحـی کنتـرل کننـده بـا اسـتفاده از کنترل لغزشی فراهم می آید.

پس از شبیه سازی سیستم فوق برای دستیابی به خطای قابل قبول، لازم است تا مقدار K بزرگ انتخاب شود،که این امرعلاوه برکاهش سرعت پاسخ سیستم، در برخی موارد منجر به قانون کنترل با انرژی زیاد و ناپایداری سیستم می شد. ایده ای که در این مقاله استفاده شده است،تلفیق روش خطی سازی فیدبک و کنترل لغزشی در طراحی کنترل کننده نهایی است.

به عبارت دیگر با خطی سازی فیدبک ،قانون کنترل معادل را باوجود ترم نامعین ،در دستگاه مختصات جدید به دست آورده و طراحی لغزشی را برای سیستم خطی شده در دستگاه مختصات جدید انجام می دهیم.



شکل ۲-بلوک دیاگرام کنترل لغزشی و خطی سازی فیدبک.

در سیستم مذکور شرایط خطی سازی فیدبک برقرار است و معادلات حالت سیستم مورد نظر با استفاده از روش خطی سازی فیدبک با وجود پارامتر نا معین αبه صورت

$$\dot{z}_1 = z_2 \qquad (۱۲)$$

$$\dot{z}_2 = \frac{z_3}{\alpha} + G$$

$$\dot{z}_3 = v$$

در خواهد آمد.در این قسمت طراحی با در نظر گرفتن بردار فیدبک حالت برابر [۳۰ ۳۰۰ ۲۵۰۰] انجام شده است. معادله دیفرانسیل مربوطه نیز به فرم

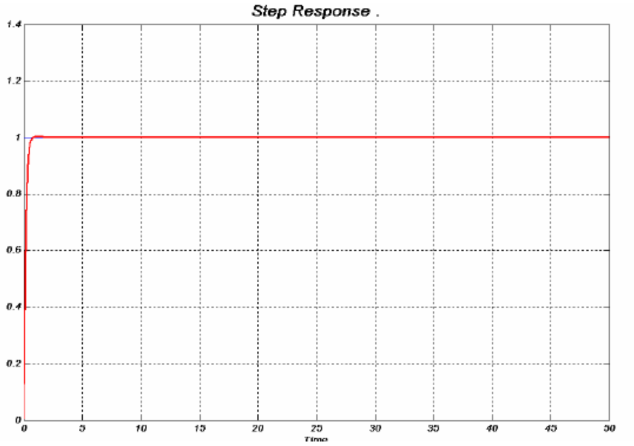
$$\dddot{z}_1 = \frac{v}{\alpha} \qquad (۱۳)$$

محاسبه می شود.به این ترتیب سیگنال کنترل معادل برابر است با

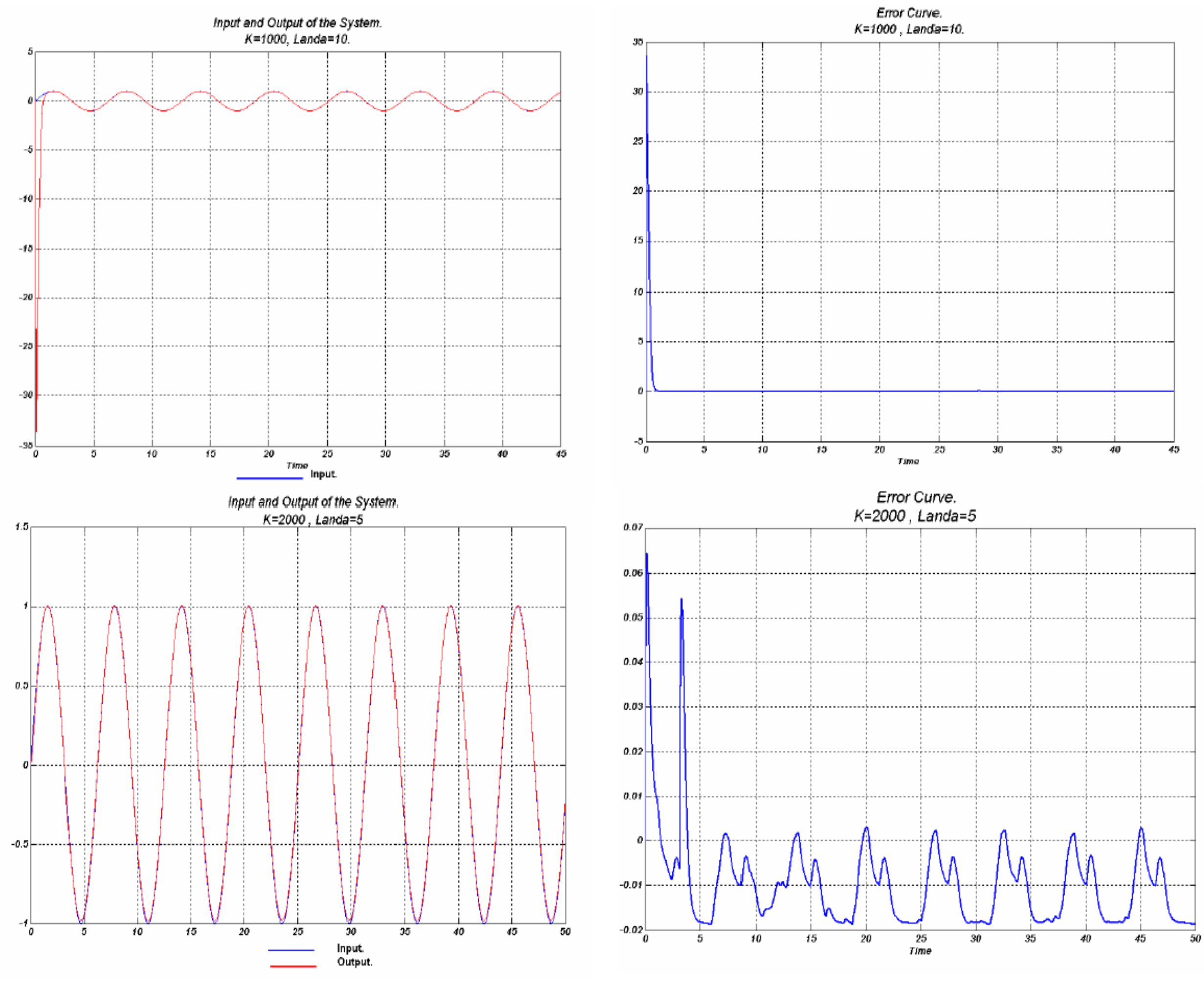
(۱۴)

$$v_{eq} = \hat{\alpha}(\hat{v} - k\,\mathrm{sgn}(s))$$

با Veq به دست آمده می توان قانون کنترل مناسب جهت روش خطی سازی فیدبک را به دست آورد.
در ادامه نتایج حاصل از شبیه سازی سیستم فوق در محیط MATLAB آورده شده است.



شکل ۳-پاسخ پله سیستم.



شکل ۴- پاسخ سیستم ومنحنی خطا به ورودی سینوسی به ازا

K=۱۰۰۰ ,Landa=۱۰ K=۲۰۰۰ , Landa=۵

کاهش مقدار λ باعث افزایش سرعت پاسخ سیستم می شود.همان طور که در شکل دیده می شود با افزایش k وکاهش λ ضربه لحظه اول سیستم تا حدود زیادی کاهش پیدا می کند،اما در طی روند شبیه سازی خطا افزایش پیدا کرده است.با افزایش مقدار k منحنی خطا به طور نامنظمی تغییر می کند ،اما به طور کلی می توان گفت در هر مرحله به منحنی سینوسی نزدیکتر می شود.

۵-نتیجه گیری

با افزایش بازه کاری سیستم های غیر خطی، روشهای طراحی بر پایه خطی سازی معتبر نمی باشد.از این رو لازم است تا طراحی کنترل کننده سیستم بر مبنای روشهای غیر خطی انجام گیرد.طراحی به روش کنترل لغزشی یکی از انواع روش های کنترل مقاوم است که طراحی کنترل کننده را با وجود ترم نامعین در سیستم غیرخطی انجام می دهد. تلفیق این روش با ایده طراحی خطی سازی فیدبک می تواند روش کارامدی برای طراحی سیستمهای غیرخطی نا معین باشد.

فهرست منابع و مراجع :

[۱] - Joo, Sung.J and Jin H.Seo " Design and Analysis of the Nonlinear Feedback Linearizing Control for an Electromagnetic Suspension System",IEEE Transaction on Control System Technology,Vol۵, Issue ۱،۱۹۹۷.

[۲]- Joo, Sung.J and Jijoon Byun,and Hyungb Shim and Jin H.Seo " Design and Analysis of the Nonlinear Feedback Linearizing Controller for an EMS System."IEEE Transaction on Control System Technology,۱۹۹٤.

[۳]- Slotine,J.J.E and W.Li,*Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs,NJ,Prentice-Hall,۱۹۹۱.

[٤]-Khalil, H. K., *Nonlinear Systems*, Macmillan publishing company, New York, ۱۹۹٦.

[۵]- Vidyasagar, M. *Nonlinear Systems Analysis*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.۱۹۹۳.

[٦]- Sinha, P. K. "Electromagnetic Suspension: Dynamics& Control, IEEE Control on Engineering Series. Vol۳۰،۱۹۸۷ .

[۷]- Jin J.H ,"Controller Development for an EMS Using Non-linear Feedback Linearization" , M.Sc Thesis, Seoul National Univ, Korea.