طراحی کنترل کننده فازی با استفاده از روش PDC برای سیستم پاندول معکوس و آنالیز پایداری

آزاده معین[1] Azadeh_moein@graduate.uk.ac.ir

محمود سموات[1] msamavat@mail.uk.ac.ir

محمد علی ولی[2] mvali@mail.uk.ac.ir

۱-بخش مهندسی برق،دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهید با هنر کرمان .

۲-پژوهشکده ریاضی ماهانی، دانشگاه شهید با هنر کرمان .

چکیده

منطق فازی به عنوان یکی از بخش های مهم هوش مصنوعی در سال ۱۹۶۵ با ارائه مفهوم مجموعه های فازی توسط پروفسور زاده پایه گذاری شد. نظریه مجموعه های فازی یک قالب جدید ریاضی برای صورت بندی و تجزیه و تحلیل مفاهیم مبهم و غیر دقیق به شمار می آید.

کنترل فازی به عنوان یکی از زیر شاخه های کنترل هوشمند روشهایی را جهت آنالیز و طراحی سیستم های با مدل پیچیده و یا غیر دقیق فراهم می آورد.

در این مقاله با بررسی مفهوم پایداری در سیستم های سوگینو به طراحی کنترل کننده فازی به روش PDC برای سیستم پاندول معکوس و ارابه پرداخته شده است.

استفاده از این روش در طراحی کنترل کننده امکان کنترل زاویه پاندول را در بازه $(-\pi/2, \pi/2)$ فراهم می آورد .این در حالی است که در روش های مشابه طراحی با استفاده از فیدبک حالت کنترل زاویه به بازه $(-\pi/4, \pi/4)$ محدود می شود.

کلمات کلیدی: *فازی، پایداری ،آنالیز PDC.*

۱-مقدمه

روشهای ارائه شده جهت آنالیز و طراحی در کنترل فازی به خوبی این قابلیت را دارند که بر روی سیستم هایی که مدل ریاضی دقیقی ندارند و یا به هر نحو اطلاعات محدودی در مورد آنها در اختیار است پیاده شوند. همین امر یکی از دلایل عمده کاربرد چشمگیر منطق فازی در پروسه های صنعتی در طی دو دهه گذشته بوده است.

کنترل کننده های فازی به دو دسته عمده ممدانی و سوگینو تقسیم می شوند. در کنترل کننده های ممدانی ، طراحی بر پایه دانش تجربی از عملکرد سیستم و به روش سعی و خطا انجام می گیرد .طراحی کنترل کننده سوگینو بر پایه مدل ریاضی سیستم و با در نظر گرفتن هر یک از قوانین ارائه شده به عنوان یک مدل خطی محلی از کل سیستم در نظر گرفته می شود. یک کنترل کننده فازی ،یک کنترل کننده غیرخطی به فرم $u(t) = \varphi(e, \dot{e})$ می باشد که φ

در آن یک تابع فازی است. بنابراین تعمیم روشهای طراحی و آنالیز در کنترل غیر خطی امکان مطالعه کنترل کننده های فازی را به صورت مدون و سیستماتیک فراهم می آورد.[۴]
یکی از مهمترین پارامترهایی که از هر سیستم کنترل انتظار می رود، پایداری کل مجموعه در محدوده کاری است.
مسئله پایداری در سیستم های فازی به لحاظ دقیق نبودن مدل و عدم تعریف دقیق ریاضی تابع فازی φ از اساسی ترین مباحث مطرح شده در کنترل فازی است.
در این مقاله مسئله پایداری در سیستمهای فازی سوگینو بر پایه کنترل غیر متمرکز و با تعریف تابع لیاپانوف مناسب با استفاده آنالیز PDC مورد بحث قرار گرفته است.

۲-مدل فازی سوگینو

مدل فازی سوگینو یک سیستم به صورت مجموعه ای از قوانین اگر- آنگاه به صورت زیر در نظر گرفته می شود.

Rule l

(۱)

$$\begin{array}{ll} If & x_1\ Is\ \ F_1^l, x_2\ Is\ \ F_2^l, \ldots. x_n\ Is\ \ F_n^l \\ Then & \dot{X} = A_l X + B_l U \qquad\qquad l = 1,2,..r \end{array}$$

r : تعداد قوانین سوگینو.

F_j^l: مجموعه فازی jام در قانون lام .

$$X(t) = [x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)] \in R^n$$
$$U(t) = [u_1(t), u_2(t), \ldots, u_m(t)] \in R^m$$
$$A_i \in R^{n*n}, B_i \in R^{n*m}$$

با فرض آنکه غیر فازی ساز استفاده شده غیر فازی ساز میانگین مراکز باشد، خروجی مدل فازی به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{r} w_i (A_i x(t) + B_i u(t))}{\sum_{i=1}^{r} w_i} \qquad (۲)$$

$$w_i = \prod_{k=1}^{r} F_k^i (x_x(t))$$

۲-۱-آنالیز پایداری سیستم های سوگینو با استفاده از قضیه لیاپانوف

اولین قضیه پایداری در سیستمهای سوگینو در سال ۱۹۹۲ توسط سوگینو به صورت یک شرط کافی برای پایداری مجانبی سیستم فازی به صورت زیر مطرح شد. [۶]

نقطه تعادل سیستم فازی(۱) پایدار مجانبی است، اگر بتوان مانریس مثبت معین P را به گونه ای یافت که

$$A_i^T P + PA_i < 0 \qquad i = 1,2,..r \qquad (۳)$$

به این ترتیب می توان تابع انرژی $V(x,t) = X^T PX$ را به گونه ای تعریف کرد که شرایط پایداری لیاپانوف برقرار شود.

شرط فوق یک شرط کافی است و حتی با وجود پایداری کلیه زیر سیستمهای سوگینو ممکن است امکان محاسبه ماتریس P به راحتی فراهم نباشد روش سعی و خطا یکی از اولین راههایی بود که برای محاسبه ماتریس P پیشنهاد شد. البته عدم وجود ماتریس مشترک P دلیل بر ناپایداری سیستم نخواهد بود و در عمل با افزایش تعداد قوانین حجم محاسبات بالا خواهد رفت.

در ادامه محاسبه ماتریس P را در قالب حل یک مسئله LMI مدل خواهیم کرد.

۳- مسئله LMI

بسیاری از مسائل کنترل منجر به حل بهینه نامعادلات ماتریسی و محاسبه مقادیر عددی آنهاست.

بر این اساس کلاس خاصی از مسائل بهینه سازی مقید به صورت زیر مدل می شود.

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^{m} x_i F_i > 0 \qquad (۴)$$

مسئله LMI حل نامعادله مذکور جهت محاسبه بردار X به نحوی است که با شرط متقارن بودن ماتریسهایF_i عبارت $F(x) > ۰$ باشد.

۴- آنالیز PDC

ایده اصلی طراحی کنترل کننده های توزیع یافته جهت سیستمهای سوگینو بر مبنای کنترل غیر متمرکز استوار است. کنترل غیر متمرکز، روشی جهت طراحی کنترل کننده های محلی در سیستمهای مقیاس وسیع و یا دارای مدل پیچیده است، به نحوی که هر یک از زیر سیستمها مجموعه ای از شرایط را به طور محلی تامین کنند.[۲]

از این رو می توان با در نظر گرفتن هریک از قوانین اگر- آنگاه ارائه شده در مدل سوگینو سیستم مورد نظر ، ایده طراحی کنترل کننده غیر متمرکز را به سیستمهای فازی تعمیم داد. [۴]

به این ترتیب مسئله طراحی کنترل کننده فازی به صورت تعیین قانون فیدبک مناسب برای هر یک از زیر سیستمها به نحوی است تا علاوه بر تامین عملکرد مطلوب برای هر یک از آنها پایداری کل مجموعه نیز تضمین گردد.

Rule l

Fuzzy Plant.

$$\begin{array}{ll} If & x_1\ Is\ \ F_1^l\ , x_2\ Is\ \ F_2^l\ ,....x_n\ Is\ \ F_n^l \\ Then & \dot{X}_l = A_l X + B_l U_l \qquad\qquad l = 1,2,..r \end{array}$$

Fuzzy Controller.

(۵)

$$\begin{array}{ll} If & x_1\ Is\ \ F_1^l\ , x_2\ Is\ \ F_2^l\ ,....x_n\ Is\ \ F_n^l \\ Then & U_l = -K_l X \qquad\qquad l = 1,2,..r \end{array}$$

به این ترتیب معادله سیستم حلقه بسته به صورت زیر در خواهد آمد.

$$\begin{array}{ll} If & x_1\ Is\ \ F_1^l\ , x_2\ Is\ \ F_2^l\ ,....x_n\ Is\ \ F_n^l \\ Then & \dot{X}_l = (A_l - B_l K_l)X \qquad\qquad l = 1,2,..r \end{array}$$

(۶)

با اعمال قضیه پایداری سوگینو، شرط کافی جهت پایداری سیستم حلقه بسته به صورت زیر خواهد بود.

$$(A_l - B_l K_l)^T P + P(A_L - B_l K_l)^T < 0 \qquad\qquad l = 1,2,..r$$

(۷)

در نامعادله (۷) اگر مقادیر K_l, P به عنوان متغیرهای ماتریسی در نظر گرفته شوند، به دلیل وجود ترم های غیر خطی $K_l^T B_l P, K_l^T B_l^T P B_l K_l$ محاسبه ماتریس P با حل مسئله LMI امکان پذیر نخواهد بود.

با ضرب طرفین عبارت (۷) در ماتریس $Q = P^{-1}, V_l = KQ_l$ خواهیم داشت.

$$\begin{array}{ll} QA_l^T + A_l Q + V_l^T B_l^T + B_l V_l < 0 & l = 1,2,..r \\ QA_l^T + A_l Q + QA_k^T + A_k Q + V_k^T B_l^T + B_l V_l + B_k V_l < 0 & l < k \le r \end{array} \qquad (۸)$$

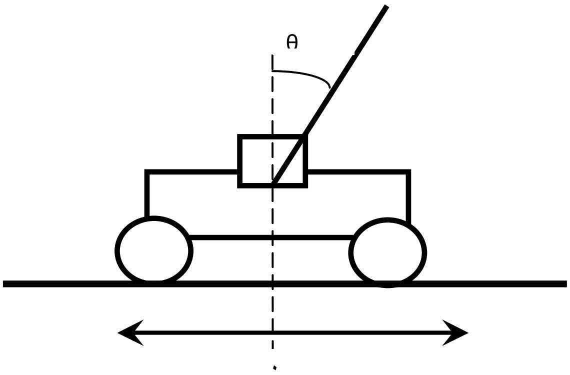
حال با در نظر گرفتن Q, V_l به عنوان متغیرهای مسئله LMI محاسبه ماتریس معین مثبت P ممکن خواهد بود

قانون کنترل فیدبک محاسبه شده ،نه تنها پایداری سیستم فازی را تضمین می کند، بلکه با اعمال قانون کنترل محاسبه شده به سیستم واقعی می توان عملکرد مناسبی از آن انتظار داشت.

۵-شبیه سازی

در این قسمت آنالیز PDC را بر روی مدل پاندول معکوس و ارابه با یک درجه آزادی بررسی می کنیم.
معادلات دینامیکی سیستم با استفاده از روش بهینه سازی لاگرانژ به صورت زیر به دست می آید.

$$\dot{x}_1 = x_2 \qquad (۹)$$
$$\dot{x}_2 = \frac{g\sin(x_1) - amlx_2{}^2 \sin(2x_1)/2 - a\cos(x_1)u}{4l/3 - aml\cos^2(x1)}$$



که در آن $x_۱$ زاویه پاندول با افق و $x_۲$ تغییرات آن با زمان است.

m: جرم پاندول.

M: جرم ارابه .

$۲l$: طول پاندول.

هدف تعیین قانون کنترل به نحوی است که زاویه پاندول در بازه $(-\pi/2, \pi/2)$ قابل تنظیم باشد.

شکل ۱- مدل پاندول معکوس و ارابه.

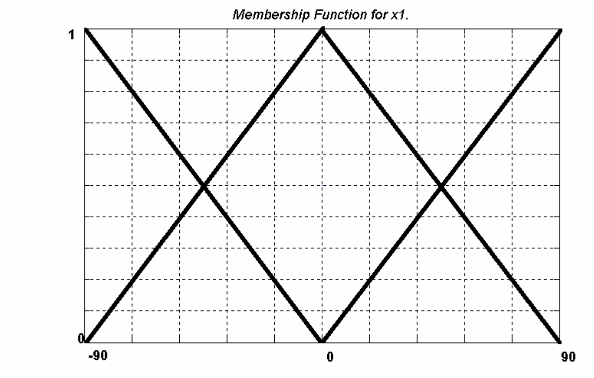
معادلات حالت (۹) را با قوانین سوگینو زیر می توان مدل کرد

$$\begin{aligned} &Rule1: \\ &if \quad x1 \quad is \quad about \quad 0 \quad Then \quad \dot{x}_1 = A_1x + B_1u \\ &Rule2: \\ &if \quad x1 \quad is \quad about \quad \pm\pi/2 \quad Then \quad \dot{x}_1 = A_2x + B_2u \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

ماتریسهای A_1, A_2, B_1, B_2 با خطی سازی حول نقطه تعادل به صورت زیر محاسبه می شود.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \dfrac{g}{4l/3 - aml} & 0 \end{bmatrix} \qquad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{a}{4l/3 - aml} \end{bmatrix} \qquad (۱۱)$$
$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \dfrac{2g}{\pi(4l/3 - aml\beta^2)} & 0 \end{bmatrix} \qquad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dfrac{a\beta}{4l/3 - aml\beta^2} \end{bmatrix}$$

تابع عضویت متغیر x_1 مثلثی و به صورت شکل (۲) در نظر گرفته شده است.



شکل ۲– تابع عضویت متغیر x_1

در مباحث کنترل خطی ،عملکرد مطلوب یک سیستم مرتبه دوم با تعیین کرانهایی برای ۳ پارامتر میرایی، ماکزیمم جهش و زمان نشست بررسی می شود. فرض کنید هدف ،تعیین قانون فیدبک به گونه ای باشد که قطبهای سیستم حلقه بسته دارای مقدار حقیقی کوچکتر از ۱/۵- باشد.

با توجه به این امر که در مدل سازی مذکور تعداد قوانین برابر ۲ می باشد، لازم است تا ماتریسهای Q، V_1، V_2 با استفاده از رابطه (۸)تعیین شود. به این ترتیب ماتریس P برابر خواهد بود با

$$P = \begin{bmatrix} .1129 & .04005 \\ .04005 & .01465 \end{bmatrix} \qquad (۱۲)$$

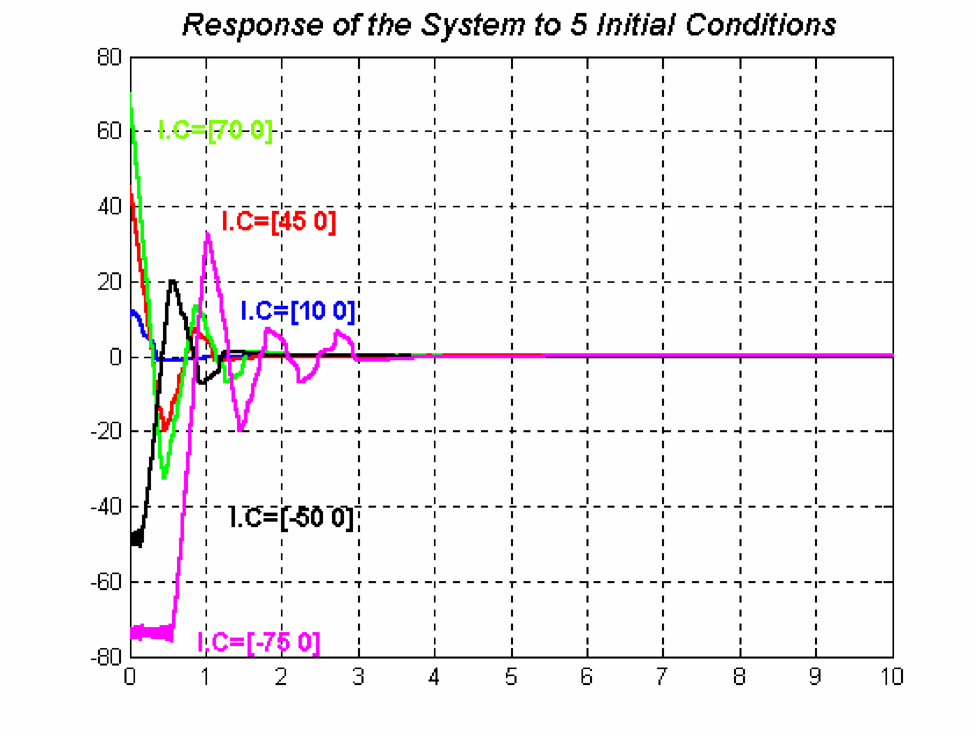
و قانون فیدبک به صورت زیر به دست می آید.

$$\begin{aligned} K_1 &= [1029. \qquad 9356.7] \\ K_2 &= [6978.9 \qquad 2437.4] \end{aligned} \qquad (۱۳)$$

بنابراین با توجه به شرط کافی پایداری سوگینو طراحی مذکور وضعیت پایداری کل سیستم را تضمین می کند.

جهت بررسی وضعیت کل سیستم ، کنترل کننده مذکور را به سیستم واقعی اعمال کرده و آن را در محیط MATLABشبیه سازی می نماییم.

شکل(۳)پاسخ سیستم به ۵ شرط اولیه را نشان می دهد.



شکل ۳- پاسخ سیستم به شرط اولیه

همان طور که مشاهده می شود،کنترل کننده مزبور از عملکرد قابل قبولی برخوردار است و با تغییر شرایط اولیه حالتهای جدید را به گونه ای تغییر می دهد که در نهایت به مقدار [۰, ۰]برسد.

۶-نتیجه گیری

مسئله طراحی کنترل کننده فازی در سیستم های سوگینو را می توان در قالب طراحی کنترل کننده برای هر یک از قوانین اگر – آنگاه به صورت محلی مدل کرد.

به این ترتیب می توان با تعیین قانون کنترل u برای هر یک از زیر سیستمهای مدل شده تضمین شرایط مورد انتظار از عملکرد سیستم را فراهم آورد.
علاوه براین با تعیین قانون فیدبک در قالب حل مسئله LMI می توان ماتریس مثبت معین P را به نحوی تعیین کرد که با تعریف تابع لیاپانوف مناسب ، پایداری سیستم تضمین شود.

فهرست منابع و ماخذ:

[۱]- وانگ –لی ، سیستم های فازی و کنترل فازی،ترجمه تشنه لب،محمد ، صفارپور،نیما ،افیونی ،داریوش. دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی.تهران ۱۳۸۱

[۲]-Jamshidi.M, *Large Scale Systems. Modeling , Control and Fuzzy Logic*,۱۹۹۶.
[۳]-Lin D.H, Er M.J ,"A New Approach for Stabilizing a TS Model Fuzzy System", Int journal of Intelligent Systems,Vol ۱۶, pp ۱۳۲۱-۱۳۳۲, ۲۰۰۱.
[۴]-Farinwata S.S, Filev D, Langari R, *Fuzzy Control Synthesis and Analysis*. John Wiley,۲۰۰۰.
[۵]-Wang H.O, Tanaka K, Griffen M.F, "An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues" .IEEE Trans on Fuzzy Sys. Vol ۴, No ۱،۱۹۹۶
[۶]- Kandel A, Luo .Y, Zhang Y-Q, "Stability Analysis of Fuzzy Control Systems." Fuzzy Sets and Systems. pp ۳۳-۴۸, ۱۹۹۹.
[۷]-Jenkins D.F,Passino K.M,"An Introduction to Nonlinear Analysis of Fuzzy Control Systems.", Journal of Intelligent and Fuzzy Control Systems, Vol۷ ,No ۱,pp۷۵-۱۰۳،۱۹۹۹.
[۸]- Aracil J, Gordillo F, *Stability Issues in Fuzzy Control,Springer Verlag,* ۲۰۰۰
[۹]- Tanaka K, Sugeno M, "Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems", Fuzzy Sets and Systems.Vol۴۵ , No ۲,pp ۱۳۵-۱۵۶, ۱۹۹۲.
[۱۰]- Jenkins,D. F. Nonlinear Analysis of Fuzzy Control Systems, Master's Thesis,Dept of Electrical Engineering.The Ohio State University.