

کنترل لغزشی ترکیبی برای سیستم های غیر خطی

محمد رضا جاهد مطلق^۲
Jahed@sun.iust.ac.ir

آزاده معین^۱
Azadeh_Moein@graduate.uk.ac.ir

سعید قربانی^۱
Saeed_Ghorbani@graduate.uk.ac.ir

۱- بخش مهندسی برق، دانشکده فنی دانشگاه شهید باهنر کرمان

۲- دانشکده کامپیوتر، دانشگاه علم و صنعت ایران

چکیده

در این مقاله مسئله پایدار سازی فیدبک سیستم نوسان ساز انتقالی به وسیله محرک دورانی^۱ مورد مطالعه قرار گرفته است. مهمترین مانع در طراحی کنترلر برای این سیستم، وجود کوپلینگ غیر خطی بین حرکت انتقالی و دورانی توسط یک ترم سینوسی در معادلات دینامیکی سیستم می باشد. در این مقاله سعی شده، به کمک روش کنترل لغزشی ترکیبی، یک کنترل کننده پایدار ساز برای سیستم مفروض طراحی شود.

کلمات کلیدی: کنترل لغزشی، کنترل لغزشی ترکیبی، کوپلینگ غیر خطی

۱- مقدمه

کنترل مد لغزشی^۲ به طور وسیعی به عنوان یک متد موثر برای کنترل سیستم های غیر خطی که در آنها عدم قطعیت در پارامترها را شاهد هستیم، مطرح می باشد. با ارائه یک تبدیل ویژه مسئله دنبال کنندگی مرتبه n ، به یک مسئله پایداری مرتبه ۱ تبدیل می شود، که به مراتب خیلی ساده تر از مسئله کنترل مرتبه n است. کنترل لغزشی نشان داده، که توانایی رسیدن به عملکرد مطلوب را با وجود عدم قطعیت در پارامترهای سیستم و همچنین وجود منابع اغتشاش خارجی دارا می باشد. در این روش با استفاده از سوئیچ کردن بینهایت سریع قسمتی از سیگنال کنترل، کنترل کننده پایدار مقاومی را می توان طراحی کرد. از طرفی عمل سوئیچ کردن موجب نوسانات نامطلوب در سیستم می شود که برای حذف این نوسانات یک روش مناسب، استفاده از لایه مرزی می باشد. اگر چنانچه پهنای باند لایه مرزی به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود، نوسانات کاهش پیدا می کنند. ولی چنانچه پهنای باند کنترل محدود باشد، رسیدن به یک دقت مطلوب دنبال کردن تضمین نمی شود. برای دستیابی همزمان به شرایط کاهش نوسانات و دقت مطلوب دنبال کردن با وجود عدم قطعیت پارامترها، روشهای جبران سازی مختلفی نظیر کنترل لغزشی انتگرالی و یا کنترل لغزشی با لایه مرزی متغیر با زمان و غیره مطرح شده است. در این مقاله مسئله کنترل نوسان ساز انتقالی توسط یک محرک دورانی توسط روش کنترل لغزشی مورد مطالعه قرار گرفته است. هدف کنترلی برای این سیستم غیر خطی عبارتست از طراحی یک کنترلر از نوع لغزشی که مارا به خواسته های زیر برساند.

^۱ Translational Oscillator /Rotational Actuator

^۲ Sliding Mode Control

الف) سیستم حلقه بسته به شکل محلی و یا عمومی پایدار باشد.
 ب) سیستم حلقه بسته برای یک کلاس خاصی از شرایط اولیه رفتار مطلوبی از خود نشان دهد.
 ج) کنترل بدست آمده قابل دستیابی باشد. (گشتاور ماکزیمم)

۲- کنترل ترکیبی لغزشی برای سیستم های^۱ Cascade:

همواره فرآیند های غیر خطی فراوانی وجود دارند که از یک قسمت مکانیکی متحرک به همراه یک درایور الکتریکی تشکیل شده اند. این چنین فرآیندهایی توسط معادلاتی به شکل زیر توصیف می گردند.

$$\dot{y}^n = f_m(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}) + g_m(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}) F(\zeta) \quad (1)$$

$$\dot{\zeta}^p = f_a(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, \zeta, \dot{\zeta}, \dots, \zeta^{(p-1)}) + g_a(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, \zeta, \dot{\zeta}, \dots, \zeta^{(p-1)}) \quad (2)$$

که $u, y \in R$ به ترتیب ورودی و خروجی سیستم و $f_a, g_a : R^n \times R^p \rightarrow R$ و $F : R \rightarrow R$ توابع هموار می باشند. معادله (۱) به طور معمول دینامیکهای قسمت مکانیکی سیستم اصلی و معادله (۲) دینامیکهای قسمت الکتریکی سیستم اصلی را به ترتیب نشان می دهند.

نیروی راه انداز (گشتاور) $F(\zeta)$ ، که به قسمت مکانیکی سیستم اعمال می شود، به طور دقیق مشخص نیست ولی همواره در شرایط مرزی زیر صدق می کند.

$$\alpha_1 \zeta^2 \leq F(\zeta) \leq \alpha_2 \zeta^2 \quad (3)$$

به طوری که

$$|\Delta F(\zeta)| \leq \sigma |\zeta| \quad (4)$$

$$\sigma = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \quad (5)$$

$$\rho = \begin{cases} \frac{(\alpha_2 + \alpha_1)}{2} & \text{if } 0 < \alpha_1 < \alpha_2 \text{ or } \alpha_1 < \alpha_2 < 0 \\ \delta & \text{if } \alpha_1 < 0 < \alpha_2 \end{cases}$$

که δ عبارتست از هر عدد مثبت به طوری که $\delta > \sigma$.

از طرفی توابع f_m و f_a در معادلات (۱) و (۲) نیز به طور دقیق مشخص نمی باشند، ولی می توان آنها را به فرم زیر بیان نمود.

$$f_m(x) = \hat{f}_m(x) + \Delta f_m(x) \quad (6)$$

$$f_a(x, \zeta) = \hat{f}_a(x, \zeta) + \Delta f_a(x, \zeta) \quad (7)$$

به طوری که

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}]^T \quad (8)$$

$$\zeta = [\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_p]^T = [\zeta, \dot{\zeta}, \dots, \zeta^{(p-1)}]^T$$

\hat{f}_a و \hat{f}_m قسمتهای معمول و Δf_a و Δf_m قسمتهای نامشخص معادلات فوق را تشکیل می دهند. ترمهای غیر خطی g_a و g_m نیز به طور دقیق مشخص نمی باشند. اما فرض بر این است که به طور یکنواخت در یک بازه محدود قرار گرفته اند. برای بدست آوردن قانون کنترل فیدبک همواره می بایست فرضیات زیر درباره عدم قطعیت های سیستم بیان شده، توسط معادلات (۱) و (۲) برقرار باشد.

^۱ Composite Sliding Control

فرضیات:

$$|\Delta f_m(X)| \leq M(X), |\Delta f_a(X, \zeta)| \leq N(X, \zeta) \quad (\text{الف})$$

به طوری که توابع M و N به طور دقیق مشخص می باشند.

$$0 < \beta_m^{\min} < g_m(X) \leq \beta_m^{\max}, 0 < \beta_a^{\min} < g_a(X, \zeta) \leq \beta_a^{\max} \quad (\text{ب})$$

به طوری که $\beta_m^{\min}, \beta_m^{\max}, \beta_a^{\min}, \beta_a^{\max}$ می توانند مقادیر ثابت، متغیر با زمان و یا تابعی از متغیرهای حالت سیستم باشند. هدف از طراحی بدست آوردن یک قانون کنترل می باشد که خروجی y به طور تقریبی سیگنال مرجع y_d را با یک دقت مطلوب دنبال کند. با فرض این که حالت‌های سیستم به طور کامل قابل اندازه گیری می باشند و همچنین سیگنال مرجع y_d و تمام مشتقاتش تا مرتبه n محدود می باشند.

برای هر متغیر کمکی ϕ خطای دنبال کردن e و خطای کمکی ξ به صورت زیر تعریف می شود.

$$e(t) = y(t) - y_d(t) \quad (9)$$

$$\xi(t) = \zeta(t) - \phi(t) \quad (10)$$

معادلات خطا برابر است با

$$e^n = f_m(X) + g_m(X)F(\zeta) - y_d^{(n)} \quad (11)$$

$$\xi^n = f_a(X, \zeta) + g_a(X, \zeta)u - \phi^{(n)} \quad (12)$$

برای هر $\lambda_m > 0$ و λ_a سطوح لغزش^۱ را به شکل زیر تعریف می کنیم.

$$s_m(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_m\right)^{n-1} e(t) \quad (13)$$

$$s_a(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_a\right)^{p-1} e(t) \quad (14)$$

که $e = [e, \dot{e}, \dots, e^{n-1}]^T$ و $\xi = [\xi, \dot{\xi}, \dots, \xi^{p-1}]^T$ می باشند.

با مشتق گیری از s_m و s_a نسبت به متغیر t و جایگزینی $F(\zeta)$ از معادله (۴) روابط زیر نتیجه می گردد.

$$\dot{s}_m + \lambda_m s_m = \hat{f}_m + \hat{w}_m + \Delta f_m + g_m \rho \xi + g_m \Delta F \quad (15)$$

$$\dot{s}_a + \lambda_a s_a = \hat{f}_a + \hat{w}_a + \Delta f_a + g_a u \quad (16)$$

به طوری که

$$\hat{w}_m = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} e^{(k)} \lambda_m^{n-k} - y_d^{(n)} \quad (17)$$

$$\hat{w}_a = \sum_{k=0}^{p-1} \binom{p}{k} \xi^{(k)} \lambda_a^{p-k} - \phi^{(p)} \quad (18)$$

اکنون برای طراحی کنترل بر مبنای روش طراحی کنترل لغزشی ترکیبی ابتدا قسمت مکانیکی سیستم اصلی را مورد بررسی قرار می دهیم (معادله (۱۱))، که در این معادله متغیر ξ را می توان به عنوان ورودی در نظر گرفت. خواهیم داشت:

$$G_m = \frac{1}{\sqrt{\beta_m^{\min} \beta_m^{\max}}} \quad (19)$$

$$0 < \beta_m^{-1} \leq (g_m G_m)^{-1} \leq \beta_m \quad (20)$$

که $\beta_m = \sqrt{\frac{\beta_m^{\max}}{\beta_m^{\min}}}$ می باشد.

^۱ Sliding Surface

باتوجه به این که $\phi_m > 0$ و $0 < k_1 < 1$, $k_1 = \frac{\sigma}{\rho}$, کنترل فیدبک حالت $\zeta = \phi(X)$ طراحی می شود.

(۲۱)

$$\phi(X) = \frac{G_m}{\rho} [\hat{u}_m + v_m]$$

به طوری که

$$\hat{u}_m = -\hat{f}_m - \hat{w}_m \quad (22)$$

$$v_m = -\frac{K_m}{1-K_t} \text{sat}\left(\frac{s_m}{\phi_m}\right) \quad (23)$$

با جانشینی $\zeta = \phi(X)$ در سمت راست معادله (۱۵) خواهیم داشت.

$$\dot{s}_m + \lambda_m s_m = (1 - g_m G_m)(\hat{f}_m + \hat{w}_m) + \Delta f_m + g_m \Delta F - \frac{K_m g_m G_m}{1-K_t} \text{sat}\left(\frac{s_m}{\phi_m}\right) \quad (24)$$

از معادله (۱۴) با این فرض که $|s_m| \geq \phi_m$ داریم.

$$\dot{s}_m + \lambda_m s_m \leq -\lambda_m (s_e + s_m)^2 - \frac{K_m g_m G_m}{1-K_t} |s_m| + |s_m| (1 - g_m G_m)(\hat{f}_m + \hat{w}_m) + \Delta f_m + g_m \Delta F \quad (25)$$

برای $\eta_m > 0$ اگر K_m به صورت زیر انتخاب شود.

$$K_m = \beta_m (\eta_m + M) + (\beta_m - (1 - k_1)) |\hat{f}_m + \hat{w}_m| \quad (26)$$

می توان نشان داد که اگر $|s_m| \geq \phi_m$

$$\dot{s}_m s_m \leq -\lambda_m (s_m)^2 - \eta |s_m| \quad (27)$$

معادله فوق برقرار خواهد بود.

با بازنویسی معادله (۱۵) داریم .

$$\dot{s}_m + \lambda_m s_m = \hat{f}_m + \hat{w}_m + \Delta f_m + g_m \rho \phi + g_m \rho \zeta + g_m \Delta F (\zeta + \phi) \quad (28)$$

با جانشینی کنترل ϕ که در معادله (۲۱) داده شده است در معادله فوق وبا فرض این که $|s_e + s_m| \geq \phi_m$ داریم.

$$\dot{s}_m s_m \leq -\lambda_m (s_m)^2 - \eta_m |s_m| + (|\rho| + \sigma) \beta_m^{\max} (|\zeta|) |s_m| \quad (29)$$

اکنون کلیه مراحل طراحی که در بالا توضیح داده شد را در تئوری زیر خلاصه می کنیم.

۲-۱- تئوری

فرض کنید سیستمی که توسط معادلات (۱) و (۲) بیان شده است شرایط فرضیه ۱ را برآورده کند، همچنین تابع

(ζ) F نیز شرایط بیان شده در نامعادله (۳) را برآورده سازد. از طرفی تابع $\phi(X)$ معادله (۲۵)، توسط \hat{u}_m و v_m

تعریف شده باشد. و بهره K_m طوری طراحی شود، که شرایط نامعادله (۲۵) را برآورده سازد. با تعریف \hat{w}_a مطابق

معادله (۱۸) کنترلر نهایی عبارتست از:

$$u = G_a [\hat{u}_a + v_a] \quad (30)$$

به طوری که

$$\hat{u}_a = -\hat{f}_a - \hat{w}_a \quad (31)$$

$$v_a = -K_a \text{sat}\left(\frac{s_a}{\phi_a}\right) \quad (32)$$

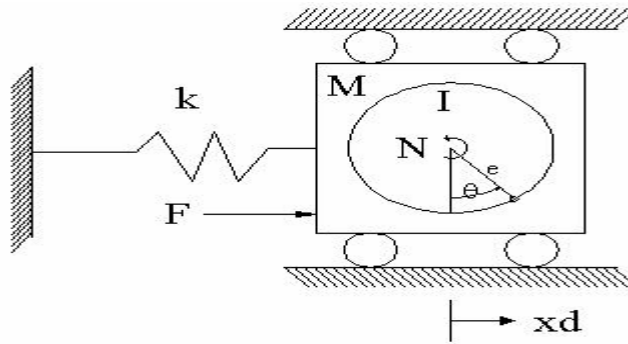
اگر

$$K_a = \beta_a (\eta_a + M) + (\beta_a - 1) |\hat{f}_a + \hat{w}_a| \quad (33)$$

که $\beta_a = \sqrt{\frac{\beta_a^{\max}}{\beta_a^{\min}}}$ می باشد. پس برای هر $\eta_m \geq \frac{(|\rho| + \sigma)\beta_m^{\max}\phi_a}{2\lambda_a^{p-1}}$ ، خطای دنبال کردن در یک زمان محدود به سمت صفر میل می کند.

۳- سیستم نوسان ساز انتقالی بوسیله محرک دورانی (TORA)

سیستم نوسان ساز انتقالی در شکل (۴) نشان داده شده است، این سیستم از یک گاری به جرم M که از طریق یک فنر با ضریب ثابت K به دیوار متصل شده و یک محرک دورانی که بر روی گاری سوار شده واز یک جرم مقاوم به مقدار m با ممان اینرسی I که به فاصله e از مرکز دوران قرار گرفته، تشکیل شده است.



شکل (۴) سیستم TORA

گشتاور کنترل اعمال شده به جرم مقاوم را با N و نیروی اغتشاش وارد شده به گاری را با F نمایش می دهیم. اگر وضعیت انتقالی گاری از موقعیت تعادلش را با q و زاویه دورانی جرم مقاوم رادر خلاف جهت عقربه های ساعت با θ نمایش دهیم، معادلات حرکت به صورت زیر خواهند بود.

$$(M + m)\ddot{q} + kq = -me(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta) + F \quad (34)$$

$$(I + me^2)\ddot{\theta} = -me\ddot{q}\cos\theta + N \quad (35)$$

حال چنانچه متغیرهای نرمالیزه شده را به صورت زیر تعریف کنیم.

$$F_d = \frac{1}{k}\sqrt{\frac{M+m}{I+me^2}}F \quad \text{و} \quad x_d = \sqrt{\frac{M+m}{I+me^2}}q$$

$$u = \frac{M+m}{k(I+me^2)}N \quad \text{و} \quad \tau = \sqrt{\frac{k}{M+m}}t$$

پارامتر $\varepsilon = \frac{me}{\sqrt{(I+me^2)(M+m)}}$ کوپلینگ بین حرکت انتقالی و دورانی را نشان می دهد. بنابراین معادلات (۳۳) و

(۳۴) به شکل ساده شده زیر تبدیل می گردد.

$$\ddot{x}_d + x_d = \varepsilon(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta) + F_d \quad (36)$$

$$\ddot{\theta} = -\varepsilon\ddot{x}_d\cos\theta + u \quad (37)$$

حال در معادلات جدید با تعریف $y = x_d + \varepsilon\sin\theta$ ، $\dot{y} = \dot{x}_d + \dot{\theta}\varepsilon\sin\theta$ ، $\zeta = \theta$ و $\dot{\zeta} = \dot{\theta}$ معادلات زیر را بدست می آید.

$$\ddot{y} = -y + \varepsilon\sin\zeta + F_d \quad (38)$$

$$\ddot{\zeta} = \frac{1}{1 - \varepsilon^2 \cos^2 \zeta} u + \frac{\varepsilon \cos \zeta}{1 - \varepsilon^2 \cos^2 \zeta} \times (y - \varepsilon \sin \zeta - F_d) - \frac{\varepsilon^2 \sin \zeta \cos \zeta}{1 - \varepsilon^2 \cos^2 \zeta} \dot{\zeta}^2 \quad (39)$$

که به فرم معادلات (۱) و (۲) می باشند، با مقایسه با معادلات (۱) و (۲) داریم.

$$f_m = -y, g_m = \varepsilon, F(\zeta) = \sin \zeta$$

$$f_a = \frac{\varepsilon \cos \zeta}{1 - \varepsilon^2 \cos^2 \zeta} \times (y - \varepsilon \sin \zeta - F_d) - \frac{\varepsilon^2 \sin \zeta \cos \zeta}{1 - \varepsilon^2 \cos^2 \zeta} \dot{\zeta}^2$$

$$g_a = \frac{1}{1 - \varepsilon^2 \cos^2 \zeta}$$

برای شبیه سازی، پارامترهای TORA، به صورت زیر تعریف می شوند.

$$M = 6 \Delta \text{oz} \quad m = 2,4 \text{oz} \quad K = 18,6 \text{ oz/in} \quad e = 2,3 \text{ in} \quad I = 0,74 \text{ oz-in}$$

فرض می کنیم که $\hat{f}_a = f_a(N(X, \zeta) = 0)$ و $\hat{f}_m = f_m(M(X) = 0)$ و $0.1 = \beta_m^{\min} \leq g_m \leq \beta_m^{\max} = 0.2$

$$\text{و } 1 = \beta_a^{\min} \leq g_a \leq \beta_a^{\max} = 2$$

بنابراین

$$G_m = \frac{1}{\sqrt{\beta_m^{\min} \beta_m^{\max}}} = 7.0711$$

$$G_a = \frac{1}{\sqrt{\beta_a^{\min} \beta_a^{\max}}} = 0.707$$

$$\beta_m = \sqrt{\frac{\beta_m^{\max}}{\beta_m^{\min}}} = \sqrt{2}$$

$$\beta_a = \sqrt{\frac{\beta_a^{\max}}{\beta_a^{\min}}} = \sqrt{2}$$

با انتخاب $\alpha_1 = -1, \alpha_2 = 1$ برای اینکه $F(\zeta)$ در شرایط نامعادله (۲۷) قرار بگیرد.

$$\sigma = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} = 1$$

با انتخاب پارامترهای زیر

$$\rho = \delta = 20 > \sigma, k_1 = \frac{\sigma}{|\rho|} = \frac{1}{20}$$

$$\lambda_m = \lambda_a = 1, \phi_a = \phi_m = .1, \eta_a = .1$$

خواهیم داشت.

$$\eta_m = 0.45 > \frac{(|\rho| + \sigma) \beta_m^{\max}}{2 \lambda_a} = 0.21$$

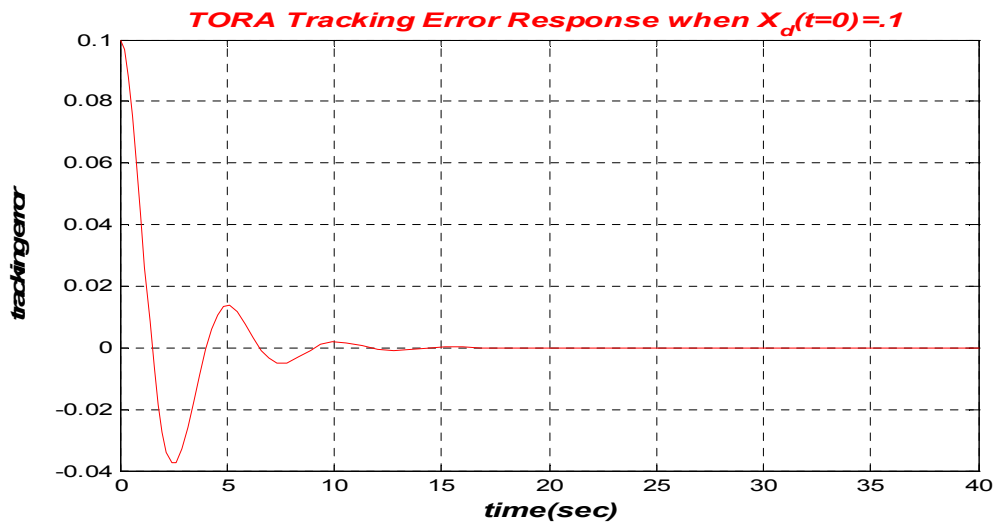
تابع $\phi(X)$ از معادلات (۲۱)، (۲۲)، (۲۳) محاسبه شده و

$$K_m = \beta_m(\eta_m + M) + (\beta_m - (1 - k_1))|\hat{f}_m + \hat{w}_m|$$

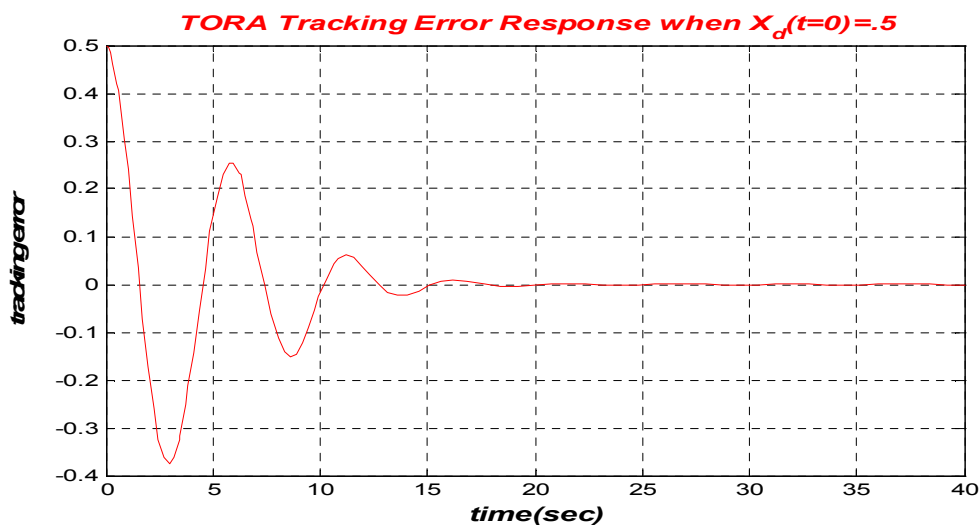
بنابراین کنترلر نهایی با کمک تئوری ۱ و با انتخاب $K_a = \beta_a(\eta_a + M) + (\beta_a - 1)|\hat{f}_a + \hat{w}_a|$ بدست می آید.

۲-۲- نتایج شبیه سازی

پاسخ جابجایی نرمالیزه شده x_d ، برای سیستم با اغتشاش $F_d=0$ و شرایط اولیه $(x_d(0), \dot{x}_d(0), \theta(0), \dot{\theta}(0)) = (.1, 0, 0, 0)$ و $(x_d(0), \dot{x}_d(0), \theta(0), \dot{\theta}(0)) = (.5, 0, 0, 0)$ در شکل‌های (۲) و (۳) به ترتیب رسم شده است. همچنان که مشاهده می شود، زمان رسیدن به حالت نهایی و همچنین دامنه خطای دنبال کردن با افزایش دامنه شرایط اولیه، افزایش پیدا کرده اند. به منظور بررسی خاصیت دفع اغتشاش با استفاده از قانون کنترل u ، $F = .4 \sin 2\tau$ و شرایط اولیه سیستم صفر فرض می شود. همانطور که از شکل (۴) مشاهده می شود، جابجایی گاری x_d ، به یک دامنه حدود 0.04 در حالت دائم می رسد. جهت بررسی رفتار سیستم در حالتی که سیستم علاوه بر شرایط اولیه در معرض اغتشاش نیز می باشد فرض می شود که شرایط اولیه سیستم برابر با $(x_d(0), \dot{x}_d(0), \theta(0), \dot{\theta}(0)) = (.1, 0, 0, 0)$ و اغتشاش نیز برابر $F = .4 \sin 2\tau$ باشد پاسخ سیستم به شرایط مفروض در شکل (۵) رسم شده است.



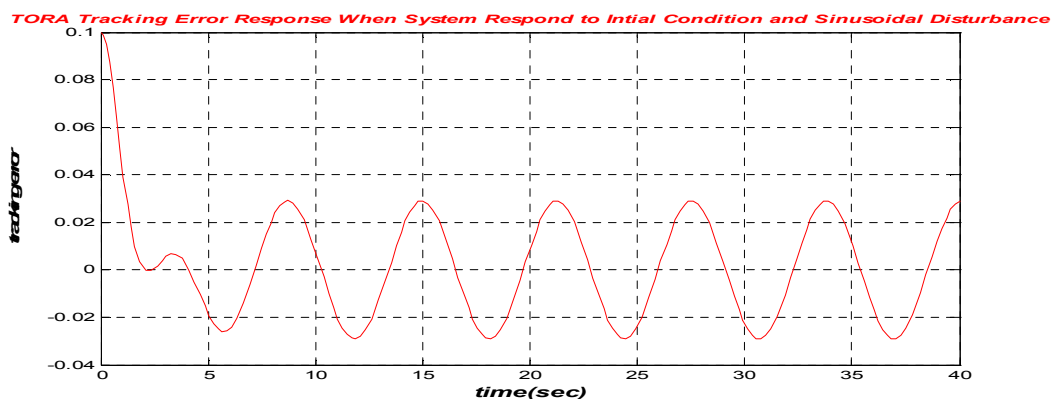
شکل (۲) پاسخ خطای دنبال کردن سیستم TORA وقتی که $x_d(t=0) = .1$



شکل (۳) پاسخ خطای دنبال کردن سیستم TORA وقتی که $x_d(t=0) = .5$



شکل (۴) پاسخ خطای دنبال کردن سیستم TORA وقتی که $F = 4 \sin 2\tau$ و شرایط اولیه صفر



شکل (۵) پاسخ خطای دنبال کردن سیستم TORA وقتی که $F = 4 \sin 2\tau$ و شرایط اولیه $x_d(t=0) = 0.1$

۴- نتیجه گیری

در این مقاله روش کنترل لغزشی ترکیبی برای سیستم های غیر خطی که دارای عدم قطعیت در پارمترها می باشند، ارائه شد. دسته وسیعی از سیستم های عملی متعلق به این کلاس از سیستم های غیر خطی می باشند. ویژگی مهم این روش کنترلی تقسیم کردن قانون کنترل به دو قانون کنترل لغزشی متوالی می باشد. با اعمال این روش بر روی سیستم TORA و شبیه سازی سیستم جبران شده در محیط MATLAB، ویژگیهای این روش مورد بررسی قرار داده شد. نتایج شبیه سازی رفتار مطلوب سیستم را به شرایط اولیه و همچنین یک ورودی اغتشاش سینوسی با اعمال قانون کنترل بر مبنای روش کنترل لغزشی ترکیبی نشان می دهد.

مراجع

- [۱] J. P. Su and C.C. Wang "Complementary sliding control of non-linear system", International Journal Of Control, ۷۵, ۳۶۰-۳۶۸
- [۲] M.Jankovic, D.Fonatiné, and P.V.Kokotovic "TORA Example: Cascade and Passivity Based Control Design". IEEE Transaction on Control System Technology. Vol ۴, No. ۳, ۱۹۹۶.
- [۳] C. P. Mracek and J.R. Cloutier, "A Preliminary Control Design for the Nonlinear Benchmark Problem". Proceeding of the ۱۹۹۶ International Conference on Control Applications.
- [۴] C.J. Wan, D.S. Bernstein and V.T. Coppola, "Global Stabilization of the Oscillating Eccentric Rotor". Proceeding of ۳۳rd Conference on Decision and Control Lake Buena Vista, FL- December ۱۹۹۴.
- [۵] J.-J.E. Slotine, "Sliding controller design for non-linear system". International Journal Of Control, ۴۰, ۴۲۱-۴۳۴.
- [۶] J. -J.E. Slotine and W. Li, "Applied Nonlinear Control". Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.