

## تخمین زاویه سیگنال دریافتی با سرعت بالا با استفاده از الگوریتم Beamspace MUSIC

حمیدرضا بخشی

حامد آگاهی

آذر محمودزاده

استادیار گروه مهندسی برق-مخابرات

دانشجوی کارشناسی ارشد

دانشجوی کارشناسی ارشد

دانشگاه شاهد

دانشگاه امیرکبیر

دانشگاه شاهد

E-mail: azar\_mahmoodzadeh@yahoo.com

چکیده - اخیراً الگوریتم MUSIC (Multiple Signal Classification) بطور گسترده برای تخمین زاویه سیگنال دریافتی استفاده می شود. این روش برای محاسبه مقادیر ویژه به زمان زیادی نیاز دارد. در این مقاله روشی سریع برای تخمین DOA (Direction Of Arrival) بر پایه الگوریتم beamspace MUSIC ارائه می شود که در آن درجه ماتریس کواریانس داده کاهش می یابد. روش بکار رفته شامل دو قسمت می باشد: در ابتدا زاویه سیگنال رسیده بطور تقریبی تخمین زده می شود. سپس با به کارگیری نتایج مرحله اول زاویه سیگنال رسیده در آنتن آرایه ای بطور دقیق تخمین زده می شود.

کلید واژه - تخمین، زاویه سیگنال رسیده (DOA)، Beamspace MUSIC، الگوی تشعشع.

### 1- مقدمه

استفاده از الگوریتم MUSIC بطور دقیق تخمین زده می شود. مشکل اصلی استفاده از این روش زمان زیادی است که برای محاسبه مقادیر ویژه ماتریس کواریانس داده استفاده می شود. همچنین هنگامی که تعداد المانهای آنتن آرایه ای افزایش یابد، درجه ماتریس کواریانس داده ها نیز افزایش می یابد و در نتیجه زمان محاسبات و پیچیدگی سیستم افزایش می یابد.

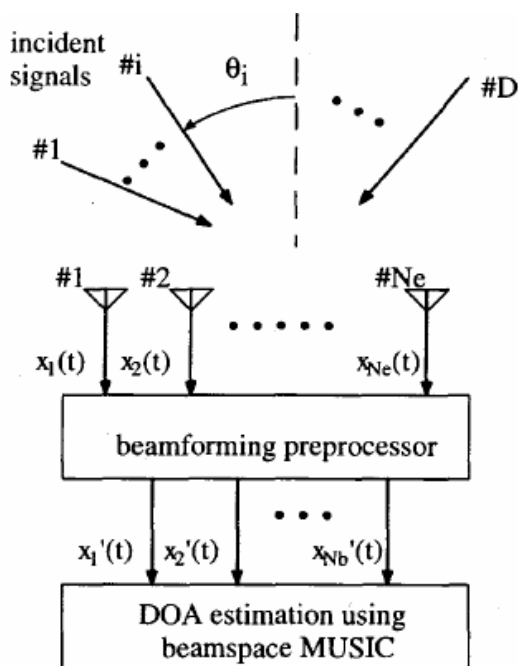
یکی از راههای کاهش زمان مصرفی استفاده از الگوریتم beamspace MUSIC است [4]. در beamspace MUSIC، تعداد الگوی تشعشع وابسته به درجه ماتریس کواریانس می باشد. تعداد الگوی تشعشع را می توان به دلخواه کاهش داد، حتی اگر تعداد المان زیادی در آنتن آرایه ای به کار رفته باشد. اگر تعداد الگوی تشعشع کم باشد، ناحیه محدودی از فضا تحت پوشش آنتن آرایه ای برای ردیابی قرار می گیرد. بنابراین به کار بردن الگوریتم beamspace MUSIC هنگامی که توزیع زاویه سیگنال

اولین مسأله در بسیاری از سیستمهای آرایه ای مانند رادار، سونار، موبایل، مخابرات ماهواره ای و علم نجوم رادیویی، تخمین زاویه سیگنال دریافتی باند باریک است. با توجه به پیشرفت روزافزون این سیستمها، تخمین موقعیت هدف با دقت بالا برای ردیابی در دو دهه اخیر مورد توجه فراوان قرار گرفته است. همچنین در نسل سوم مخابرات سیار، انتقال صوت، تصویر و داده های کامپیوتری با کیفیت بهتر و سرعت بیشتر مطرح است [1]. به همین دلیل در سالهای اخیر روشهای مختلفی برای تخمین زاویه سیگنال دریافتی ارائه شده که سعی در افزایش دقت و قابلیت جداسازی سیگنالها داشته اند [2].

روشهای پیدا کردن مسیر سیگنال های دریافتی با قابلیت جداسازی بالا همچون MUSIC امروزه بطور گسترده در امر تخمین بکار برده می شود [3]. مسیر سیگنال رسیده با

$$s(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_D(t)]^T \quad (2)$$

$$A = [v(q_1) \ v(q_2) \ \dots \ v(q_D)] \quad (3)$$



شکل 1: شمای کلی از آنتن آرایه ای و سیگنالهای رسیده به آنتن

سیگنال خروجی  $x_K(t)$  امین المان آنتن با  $x_K(t)$ ،  $(K = 1, 2, \dots, N_e)$  نمایش داده می شود. سیگنال  $x_K(t)$  شامل مجموع نویز و سیگنال رسیده می باشد. این بردار  $N_e$  بعدی به صورت زیر نشان داده می شود:

$$X(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_{N_e}(t)]^T \quad (4)$$

با توجه به اینکه سیگنال ها باند باریک می باشند،  $x(t)$  بصورت زیر بیان می شود:

$$X(t) = As(t) + n(t) \quad (5)$$

در جاییکه  $n(t)$  یک بردار ستونی  $N_e$  بعدی است که بیانگر نویز گوسی با میانگین صفر و واریانس  $S^2$  است. همچنین فرض می شود که نویز و سیگنال رسیده از یکدیگر مستقل هستند.

در beamspace MUSIC قبل از به کار بردن الگوریتم MUSIC، بر روی سیگنال عملیات پیش پردازش انجام می شود. این پیش پردازش به صورت زیر می باشد:

$$X'(t) = B^H X(t) \quad (6)$$

دریافتی گسترده باشد، غیر کارا می باشد.

در این مقاله روشی سریع برای تخمین DOA بر پایه الگوریتم beamspace MUSIC ارائه می شود که در آن زمان مصرفی برای محاسبه مقادیر ویژه ماتریس کواریانس داده کاهش می یابد.

روش بکار رفته شامل دو قسمت می باشد: در ابتدا ناحیه زاویه ای وسیعی با استفاده از تعداد کمی الگوی تشعشع با پهنای باند وسیع، بطور تقریبی تخمین زده می شود. این الگوهای تشعشع با پهنای باند وسیع تنها بوسیله تعداد کمی از المانهای آنتن آرایه ای تولید می شود. سپس با استفاده از نتیجه قسمت اول، زاویه سیگنال دریافتی در ناحیه زاویه ای محدود، با استفاده از تعداد کمی الگوی تشعشع با پهنای باند باریک بطور دقیق تخمین زده می شود. الگوهای تشعشع با پهنای باند کم بوسیله همه المان های آنتن آرایه ای تخمین زده می شود. بنابراین درجه ماتریس کواریانس داده برای روش بکار رفته کمتر از روش beamspace MUSIC است.

## 2- الگوریتم Beamspace MUSIC

فرض می کنیم  $D$  سیگنال باند باریک به آنتن آرایه ای که دارای  $N_e$  المان باشد، مانند شکل 1 رسیده باشد. فرض می کنیم که سیگنال های رسیده به آنتن از یکدیگر مستقل هستند. سیگنال رسیده را با  $s_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, D$ ) نشان می دهیم. بردار چرخشی سیگنال نام را با  $v(q_i)$  نشان می دهیم، در جاییکه  $q_i$  مسیر سیگنال رسیده را نشان می دهد.  $v(q_i)$  یک بردار ستونی  $N_e$  بعدی می باشد. هر کدام از ترکیبات  $v(q_i)$  نماینده رابطه فاز با هر المان آنتن آرایه ای می باشد. رابطه فازی وابسته به مکان هر کدام از المانهای آنتن و مسیر سیگنال رسیده  $q_i$  می باشد. برای یک آرایه خطی نشان داده شده در شکل 1،  $v(q_i)$  به صورت زیر بیان می شود:

$$v(q_i) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j \frac{2\pi d}{\lambda} \sin q_i} & \dots & e^{-j(N_e-1) \frac{2\pi d}{\lambda} \sin q_i} \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

$\lambda$  معادل طول موج سیگنال و  $d$  فاصله بین المانهای آنتن می باشد. ماتریس ستونی  $D$  بعدی  $s(t)$  و ماتریس  $N_e \times D$  بعدی  $A$  به صورت زیر بیان می شود:

$$e_m^H B v(q_i) = 0 \quad m = D+1, D+2, \dots, N_b$$

$$i = 1, 2, \dots, D \quad (11)$$

تابع  $P(q)$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$P(q) = \frac{v(q)^H B B^H v(q)}{\sum_{m=D+1}^{N_b} |e_m^H B v(q)|} \quad (12)$$

با استفاده از معادله (11) و (12) مشاهده می شود که در  $P(q)$  در  $q_i (i=1, 2, \dots, D)$  نقاط شاری دارد. بنابراین مسیر سیگنال رسیده را بوسیله جستجوی  $P(q)$ ، تخمین می زنیم.

### 3- روش تخمین سریع زاویه سیگنال دریافتی

برای تحقق یافتن تخمین DOA با سرعت بالا، لازم است که درجه ماتریس کواریانس کاهش یابد. روش به کار رفته در این مقاله شامل دو مرحله است. همچنین با بکار بردن الگوریتم Beamspace MUSIC درجه ماتریس کواریانس کاهش می یابد. اولین مرحله تخمین تقریبی است و دومین مرحله تخمین دقیق است که با به کارگیری نتایج مرحله اول بدست می آید. جزئیات بیشتر این مراحل به شرح زیر است:

مرحله اول: این مرحله تخمین تقریبی DOA است. تنها تعداد کمی از المانهای پیوسته آنتن آرایه ای از میان همه المانهای آنتن برای تولید الگوی تشعشع با پهنای باند وسیع انتخاب می شوند. بنابراین ناحیه زاویه ای وسیعی با استفاده از این تعداد کم الگوی تشعشع ولی با پهنای باند وسیع پوشش داده می شود. در نتیجه درجه ماتریس کواریانس داده beamspace کاهش می یابد. با به کارگیری الگوریتم beamspace MUSIC تحت این شرایط DOA بطور تقریبی تخمین زده می شود.

مرحله دوم: در این مرحله تخمین دقیق DOA با استفاده از نتایج مرحله اول بدست می آید. همه المانهای آنتن برای تولید الگوی تشعشع با پهنای باند کم بکار برده می شود. الگوهای تشعشع تنها ناحیه زاویه ای محدودی را با توجه به نتایج قسمت اول می پوشاند. بنابراین درجه ماتریس کواریانس داده beamspace همواره کوچک است. با

که در آن  $B^H$  یک ماتریس  $N_e \times N_b$  Beam forming می باشد. شامل بردارهای چرخشی است که تولید بیم هایی در مسیر مناسب می کند. معادله (6)، داده  $N_e$  بعدی را به داده  $N_b$  بعدی Beam space تبدیل می کند.

همواره فرض می کنیم که ستونهای  $B^H$  بر هم عمود هستند. بنابراین  $B^H B = I$ . توجه کنید که نتیجه بدست آمده برای  $B = I$  نماینده MUSIC رسمی می باشد.

ماتریس کواریانس beamspace،  $N_b \times N_b$  بصورت زیر بدست می آید:

$$R = E[x'(t)x'(t)^H] \quad (7)$$

با استفاده از معادله های (5)، (6) و (7) ماتریس R بصورت زیر بدست می آید:

$$R = B^H A S A^H B + S^2 I \quad (8)$$

که در آن

$$S = E[s(t)s(t)^H] \quad (9)$$

توجه کنید که  $I$  یک ماتریس معین  $N_b \times N_b$  است. مقادیر ویژه آن را با  $e_m (m=1, 2, \dots, N_b)$  نشان می دهیم. فرض می کنیم که  $I_1 \geq I_2 \geq \dots \geq I_{N_b}$ .

با توجه به اینکه سیگنالها غیر منطبق می باشند، ماتریس S غیر ویژه (non singular) است و بنابراین داریم:

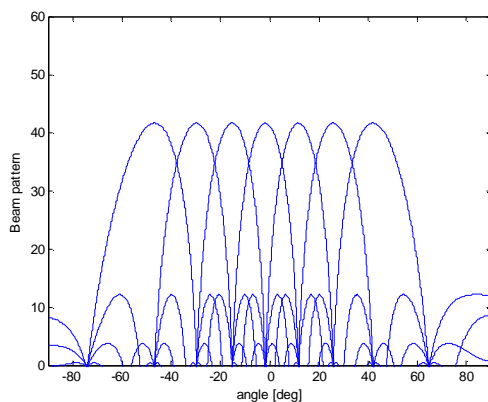
$$I_1 \geq I_2 \geq \dots \geq I_D > I_{D+1} = \dots = I_{N_b} = S^2 \quad (10)$$

D تا از مقادیر ویژه بزرگتر از واریانس نویز است و  $N_b - D$  مقدار ویژه باقیمانده نماینده واریانس نویز می باشد. بنابراین ما تعداد D سیگنال از توزیع مقادیر ویژه را تخمین می زنیم. بردار ویژه که نماینده مقادیر ویژه  $S^2$  است، بردار ویژه نویز نامیده می شود. الگوریتم MUSIC از ساختار ویژه eigen structure ماتریس کواریانس استفاده می کند.

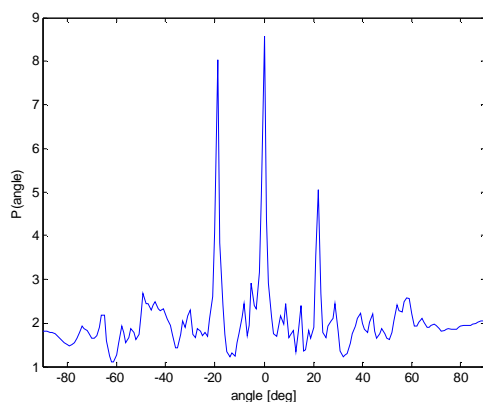
بردارهای چرخشی beam space سیگنال عمود بر زیر فضای نویز است که بوسیله بردارهای ویژه نویز تولید شده اند. بنابراین داریم:

$q = 0, +2$  درجه مشاهده می شود. در این قسمت سیگنالهای رسیده در مسیرهای  $q = -22, -17, +27$  درجه تخمین زده نمی شود زیرا این سه سیگنال رسیده بوسیله گلبزرگ های کناری الگوی تشعشع دریافت می شوند.

شکلهای 6 و 8، 5 الگوی تشعشع متعامد حول ناحیه زاویه ای  $q = +25, -20$  را نشان می دهد. نتایج تخمین دقیق زاویه سیگنال رسیده در شکل های 7 و 9 مشاهده می شود. در شکل 7، یک پیک در مسیر  $+27$  درجه و در شکل 9، دو پیک در مسیر  $-17$  و  $-22$  مشاهده می شود. با استفاده از نتایج تخمین دقیق 5 پیک در مسیر سیگنالهای دریافتی تخمین زده می شود. با استفاده از این روش درجه ماتریس کواریانس در مرحله اول برابر 7 و در مرحله دوم برابر 5 می باشد. در حالیکه درجه ماتریس کواریانس در الگوریتم MUSIC برابر 32 است. در نتیجه زمان محاسبه مقادیر ویژه ماتریس کواریانس داده بطور چشمگیری کاهش می یابد.



شکل 2: هفت الگوی تشعشع متعامد



شکل 3: تخمین تقریبی زاویه سیگنال های رسیده

بکارگیری الگوریتم beamspace MUSIC تحت این شرایط DOA بطور دقیق تخمین زده می شود.

با به کارگیری این دو مرحله برای تخمین DOA زمان محاسبه مقادیر ویژه بطور چشمگیری کاهش می یابد و زاویه سیگنال رسیده با قابلیت جداسازی بالا تخمین زده می شود.

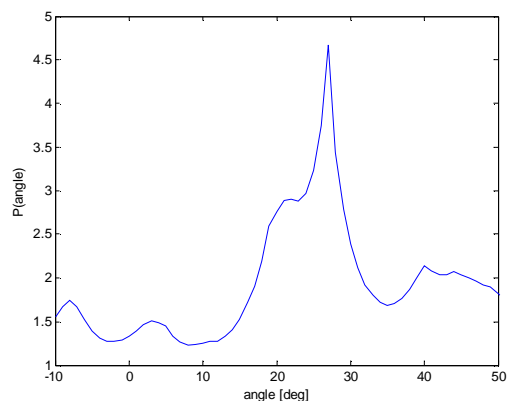
#### 4- شبیه سازی

در این شبیه سازی فرض بر این است که از یک آنتن آرایه ای خطی با 32 المان، که فاصله بین المان ها  $1/2$  است، استفاده شده است. فرض می کنیم که 5 سیگنال رسیده به آنتن آرایه ای با زوایای  $q = -22, -17, 0, +2, +27$  داریم. این سیگنالها از یکدیگر مستقل و دارای انرژی یکسانی هستند. همچنین نسبت سیگنال به نویز 20dB است.

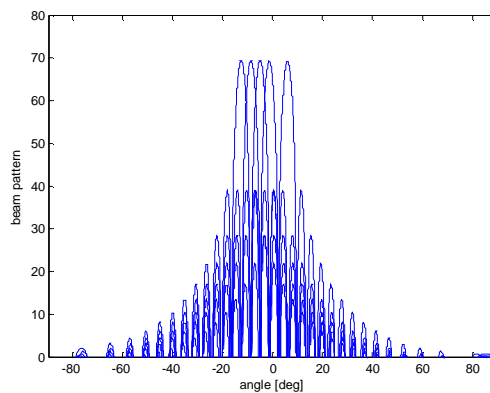
**مرحله اول:** در این مرحله تنها از 8 المان پیوسته آنتن آرایه ای استفاده شده است و 7 الگوی تشعشع متعامد تولید شده است که در شکل 2 نشان داده شده است. پهنای باند الگوی تشعشع 12 درجه است و بنابراین ناحیه زاویه ای وسیعی بوسیله تعداد کمی الگوی تشعشع پوشش داده می شود. 5 سیگنال رسیده بوسیله این 7 الگوی تشعشع پوشش داده می شود.

شکل 3 نشان دهنده نتیجه تخمین تقریبی زاویه سیگنال رسیده با استفاده از الگوریتم beamspace MUSIC است. در این شکل 3 پیک در مسیرهای  $q = -20, 0, 25$  وجود دارد. زاویه 5 سیگنال رسیده در این مرحله تخمین زده نمی شود.

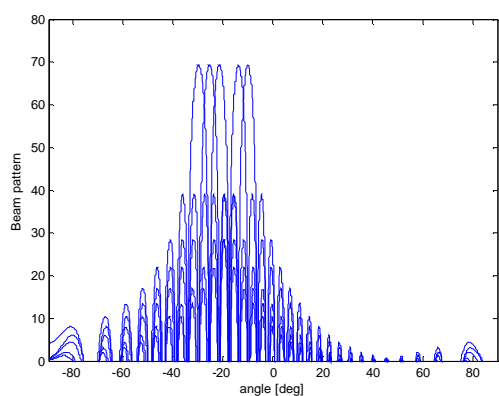
مرحله دوم: در این مرحله 5 الگوی تشعشع متعامد بوسیله همه المان های آنتن آرایه ای تولید می شود. پهنای باند الگوی تشعشع برابر 3 درجه می باشد و بنابراین ناحیه زاویه ای محدودی توسط این الگوهای تشعشع پوشش داده می شود. تخمین دقیق حول سه ناحیه  $q = -20, 0, 25$  زده می شود. شکل 4، 5 الگوی تشعشع متعامد را حول زاویه  $q = 0$  درجه نشان می دهد. نتایج تخمین دقیق با استفاده از الگوریتم beamspace MUSIC در شکل 5 نشان داده می شود. در این شکل دو پیک در مسیرهای



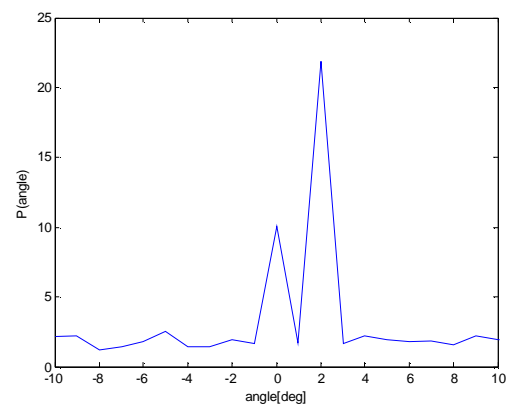
شکل ۷: تخمین دقیق زاویه سیگنال رسیده در  $q = 27$



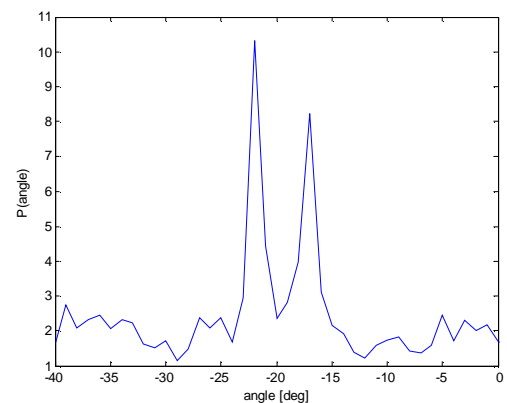
شکل ۴: پنج الگوی تشعشع متعامد حول زاویه  $q = 0$



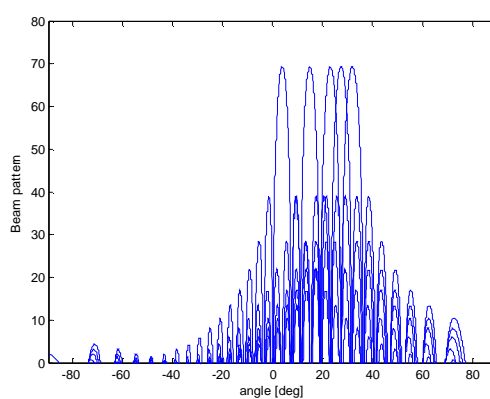
شکل ۸: پنج الگوی تشعشع متعامد حول زاویه  $q = -20$



شکل ۵: تخمین دقیق زاویه سیگنال های رسیده در  $q = 0, 2$



شکل ۹: تخمین دقیق زاویه سیگنال های رسیده در  $q = -17, -22$



شکل ۶: پنج الگوی تشعشع متعامد حول زاویه  $q = 25$

## 5- نتیجه‌گیری

روش بکار رفته در این مقاله برای تخمین زاویه سیگنال رسیده درآنتن آرایه ای بر پایه الگوریتم beamspace MUSIC بطور چشمگیری زمان محاسبه مقادیر ویژه ماتریس کواریانس را کاهش می دهد. این روش با به کارگیری دو مرحله انجام می گیرد. در مرحله اول تخمین بصورت تقریبی و با به کارگیری تعداد کمی الگوی تشعشع با پهنای باند زیاد و در مرحله دوم تخمین بصورت دقیق و با به کارگیری تعداد کمی الگوی تشعشع با پهنای باند کم صورت می گیرد.

## مراجع

- [1] H. Abeida, and J. Delmas, "Gaussian Cramer-Rao Bound for Direction Estimation of Noncircular Signal in Unknown Noise Field", IEEE trans. on Signal Processing, Vol. 53, No. 12, pp. 541-552, December 2005.
- [2] F. Athley, "Angle and Frequency Estimation Using Sensor Arrays", Msc. Thesis, Chalmers University of Technology, Sweden, 2001.
- [3] R. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation", IEEE Trans. Antennas Propagat, Vol. AP-34, PP. 276-280, March 1986.
- [4] H. Lee and M. Wengrovitz, "Resolution threshold of beamspace MUSIC for two closely spaced emitters", IEEE Trans. Acoust Speech Signal Processing, Vol. 38, No. 9, PP. 1545-1559, Sept. 1990