

ارائه روشی جدید برای محاسبه خازن خط میکرواستریپ

امیر جعفرقلی، منوچهر کامیاب، احمد حسین بیگ

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

چکیده - در این مقاله روشی جدید برای محاسبه ظرفیت خازن خط میکرواستریپ ارائه می شود. این روش بر اساس روش نگاشت خط به استوانه های هم محور بنا نهاده شده است. مقایسه نتایج خطایی زیر ۰/۵ درصد را نشان می دهد.

کلید واژه- خازن، خط میکرواستریپ، نگاشت های خطی.

۱- مقدمه

در این مقاله روشی جدید برای محاسبه ظرفیت خازن خط میکرواستریپ ارائه شده است. با استفاده از سه نگاشت متوالی این خط به روی استوانه های هم محور نگاشته شده و سپس خازن ناشی از آن به راحتی محاسبه می گردد.

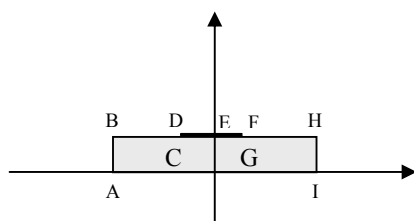
در [۱]، ظرفیت خازن خط میکرواستریپ محاسبه شده است که برای انجام این کار از تقریب های پیچیده و کار با شکل های نا مانوس بهره برده شده است.

در بخش دوم این مقاله به معرفی نگاشت های مورد استفاده پرداخته و در بخش سوم به محاسبه ظرفیت خازن خط میکرواستریپ می پردازیم. ضریب تصحیح برای نزدیک سازی ظرفیت خازنی به دست آمده و نتایج حقیقی موجود در بخش چهارم به دست آمده است. در این بخش به مقایسه نتایج به دست آمده از این تقریب با مقادیر واقعی می پردازیم و در نهایت نتیجه گیری خواهد شد.

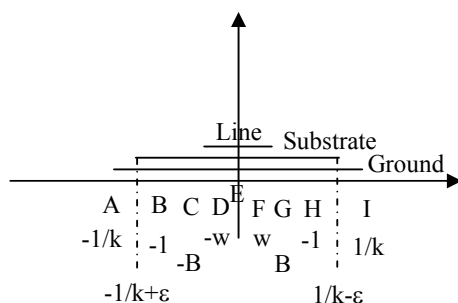
۲- اعمال نگاشت

با استفاده از نگاشت رابطه (۱) خط میکرواستریپ شکل (۱) به روی محور X نگاشته می شود.

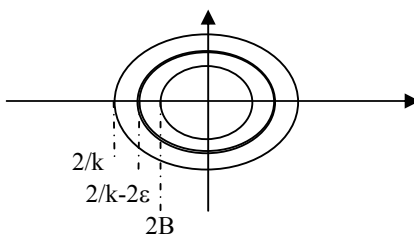
$$Z = A \int_0^w \sqrt{\frac{1-\omega^2}{1-k^2\omega^2}} d\omega \quad (1)$$



شکل ۱: خط میکرواستریپ



شکل ۲: خط میکرواستریپ نگاشته شده با رابطه (۱)



شکل ۳: خط میکرواستریپ نگاشته شده با روابط (۷) و (۸)



۳- محاسبه خازن

همانطور که در شکل (۳) دیده می شود؛ خازن ناشی از کل فرآیند اعمال نگاشت، خازن معادل سه خازن سری است که خازن اول از هوای بین فلز زمین و زیرآیند ساخته می شود. خازن دوم نیز از ϵ_r ناشی از زیرآیند به وجود آمده و خازن سوم از هوای بین فلز خط و زیرآیند تشکیل می شود. این خازن به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$C_{eq} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{2/k}{2/k-2\epsilon}\right) + \frac{1}{\epsilon_r} \ln\left(\frac{2/k-2\epsilon}{2/k-3\epsilon}\right) + \ln\left(\frac{2/k-3\epsilon}{2B}\right)} \quad (9)$$

که در این رابطه ϵ ضخامت بسیلر کوچکی است که از نگاشت ضخامت زمین خط ایجاد شده است و می توان فرض نمود: $\epsilon \rightarrow 0$. از دوباره نویسی و مرتب سازی رابطه (۹) خواهیم داشت:

$$C_{eq} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right) \ln\left(\frac{2/k-3\epsilon}{2/k-2\epsilon}\right) + \ln\left(\frac{2/k}{2B}\right)} \quad (10)$$

$$C_{eq} = \frac{2\pi\epsilon_0}{(\epsilon_r - 1) \ln\left(1 - \frac{\epsilon k}{2(1 - \epsilon k)}\right) + \ln\left(\frac{1}{(kB)^{\epsilon_r}}\right)} \quad (11)$$

و در نهایت با ساده سازی نهایی خواهیم داشت:

$$C_{eq} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left[\left(1 - \frac{\epsilon k}{2(1 - \epsilon k)}\right)^{(\epsilon_r - 1)} \times \frac{1}{(kB)^{\epsilon_r}}\right]} \quad (12)$$

با تبدیل مقدار خازن به فرم PF/inch خواهیم داشت:

$$C_{eq} = \frac{2\pi \times (8.85/39.36)\epsilon_r \approx 0.45\pi\epsilon_r}{\ln\left[\left(1 - \frac{\epsilon k}{2(1 - \epsilon k)}\right)^{(\epsilon_r - 1)} \times \frac{1}{(kB)^{\epsilon_r}}\right]} \quad (13)$$

در رابطه (۶) برای ساده شدن کار محاسبه خازن از یک تقریب بسیار خوب استفاده می کنیم:

$$1 = \lim_{\epsilon_r \rightarrow 1} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\epsilon k}{1 - \epsilon k}\right)^{\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r}} \quad (14)$$

در این نگاشت مقادیر A و k از محاسبه دو رابطه زیر بدست می آیند:

$$A = \frac{ak^2}{E(k) - k^2 K(k)} \quad (2)$$

$$\frac{h}{a} = \frac{E(k') - k'^2 K(k')}{E(k) - k^2 K(k)} \quad (3)$$

که با انجام محاسبات [۲]، مقدار k به صورت زیر بدست می آید:

$$k \approx 0.98 \quad (4)$$

در این حالت A به صورت زیر بدست می آید:

$$A = k^2 a \quad (5)$$

با استفاده از مقادیر بدست آمده برای A و k، می توان مقدار B را با قرار دادن $z=w$ در این نگاشت تعیین نمود که با انجام محاسبات خواهیم داشت:

$$B = \frac{0.05 \times 1}{k \left(1 + \frac{T}{0.8w} + \frac{T^2}{1.28w^2}\right)^{1.49}} \times \left(\frac{w}{h}\right)^{1.49} \quad (6)$$

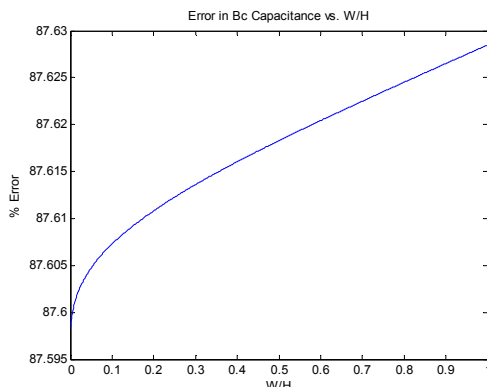
همانطور که در شکل (۲) دیده می شود، حاصل کار سه خط محدود و با جنس متفاوت و همگی بر روی هم و بر روی محور مختصات خواهد بود. با استفاده از نگاشت رابطه (۷) این خطوط به مقداری عددی تبدیل خواهند شد.

$$r = \int_{-\infty}^{\infty} W dW \quad (7)$$

در این رابطه W نقش خط نگاشته شده از مرحله قبل را بازی می کند. در نهایت با استفاده از نگاشت رابطه (۸) این مقادیر به عنوان شعاع دایرهی هم مرکز به صفحه S نگاشته می شوند.

$$S^2 + t^2 = r^2 \quad (8)$$

از آنجایی که در کل این فرآیند خط میکرواستریپ با واحد طول در نظر گرفته شده است؛ خازن نهایی به صورت استوانه هایی هم مرکز در می آید که محاسبه خازن حاصله بسیار ساده خواهد بود.



شکل ۵: خطای ناسی از مقایسه ظرفیت خازن رابطه (۱۷) و مقدار حقیقی

همانطور که در شکل (۵) دیده می شود، خطای حاصل از محاسبات به صورت توانی بوده و بنابراین می بایست ضریب تصحیح اولاً فرم نمایی داشته و دوم اینکه بر حسب ϵ_r باشد. بنابراین B_c که همان B تصحیح شده است را به صورت زیر اختیار می کنیم:

$$B_c = \left[B^{\frac{1}{1+0.7\epsilon_r}} \right] \times k^{\frac{-0.59\epsilon_r}{1+0.7\epsilon_r}} \quad (18)$$

با اختیار کردن B_c به جای B به صورت رابطه (۱۸) خواهیم داشت:

$$C_{eq} = \frac{0.45\pi}{\ln \left[\left(\frac{k^{1+0.11\epsilon_r}}{0.05} \right)^{\frac{1}{1+0.7\epsilon_r}} \left[\left(1 + \frac{T}{0.8w} + \frac{T^2}{1.28w^2} \right) \times \left(\frac{h}{w} \right)^{1.49} \right]^{1+0.7\epsilon_r} \right]} \quad (19)$$

که با ساده سازی خواهیم داشت:

$$C_{eq} = \frac{0.45\pi(1+0.7\epsilon_r)}{\ln \left[\frac{k^{1+0.11\epsilon_r}}{0.05} \left[\left(1 + \frac{T}{0.8w} + \frac{T^2}{1.28w^2} \right) \times \left(\frac{h}{w} \right)^{1.49} \right]^{1+0.7\epsilon_r} \right]} \quad (20)$$

با رسم رابطه تصحیح شده از ظرفیت خازن برای $\epsilon_r = 10$ و مقایسه با خازن [۳] بر حسب $\frac{w}{h}$ به شکل های (۶) و (۷) دست خواهیم یافت:

بنابراین از جایگذاری رابطه (۱۴) در (۶) خواهیم داشت:

$$B = \frac{0.05 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\epsilon k}{1 - \epsilon k} \right)^{\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r}}}{k \left(1 + \frac{T}{0.8w} + \frac{T^2}{1.28w^2} \right)^{1.49}} \times \left(\frac{w}{h} \right)^{1.49} \quad (15)$$

با قرار دادن رابطه (۱۵) در (۱۳) خواهیم داشت:

$$C_{eq} = \frac{0.45\pi\epsilon_r}{\ln \left[\left(\frac{k}{0.05} \left(1 + \frac{T}{0.8w} + \frac{T^2}{1.28w^2} \right)^{1.49} \times \left(\frac{h}{w} \right)^{1.49} \right)^{\epsilon_r} \right]} \quad (16)$$

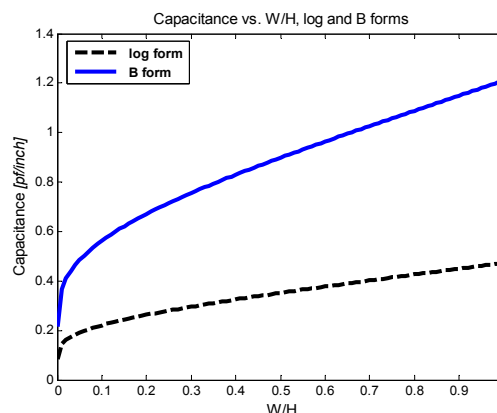
بنابراین ظرفیت خازن معادل به صورت زیر بدست می آید:

$$C_{eq} = \frac{0.45\pi}{\ln \left[\frac{k}{0.05} \left(1 + \frac{T}{0.8w} + \frac{T^2}{1.28w^2} \right)^{1.49} \times \left(\frac{h}{w} \right)^{1.49} \right]} \quad (17)$$

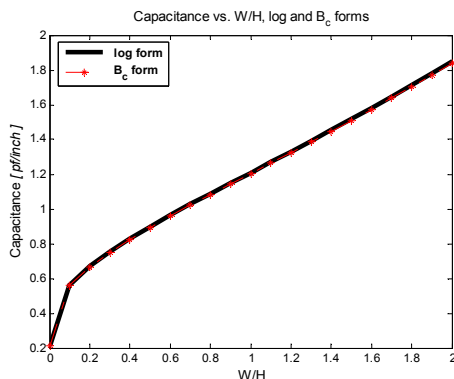
۴- اعمال ضریب تصحیح

همان طور که در رابطه (۱۷) دیده می شود، ظرفیت بدست آمده خازن مستقل از ϵ_r بوده و می بایست تصحیح شود.

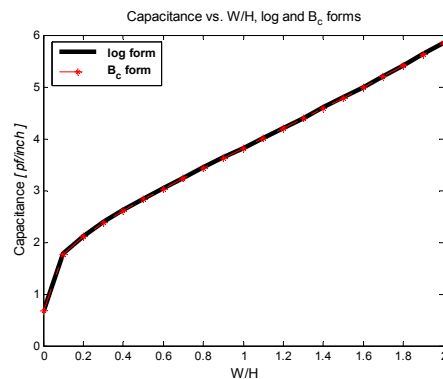
با رسم ظرفیت محاسبه شده خازن از این روش و مقایسه با خازن [۳] بر حسب $\frac{w}{h}$ به شکل های (۴) و (۵) دست خواهیم یافت:



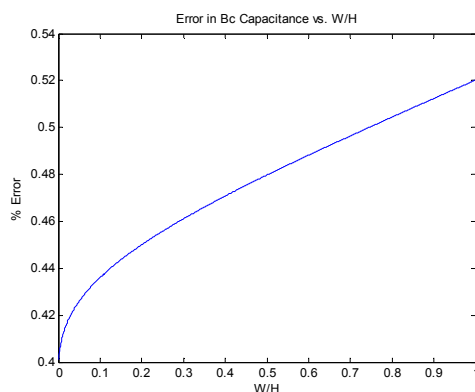
شکل ۴: مقایسه ظرفیت خازن رابطه (۱۷) و مقدار حقیقی



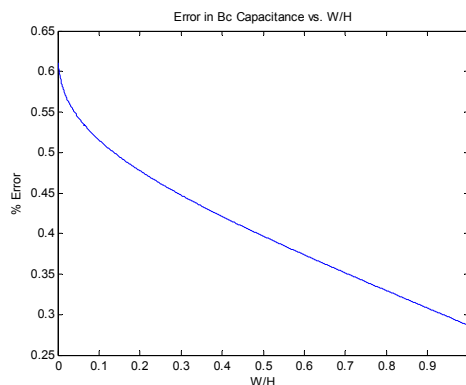
شکل ۸: مقایسه ظرفیت تصحیح شده خازن رابطه (۲۰) و مقدار حقیقی برای $\epsilon_r = 2.2$



شکل ۶: مقایسه ظرفیت تصحیح شده خازن رابطه (۲۰) و مقدار حقیقی برای $\epsilon_r = 10$



شکل ۹: خطای ناشی از مقایسه ظرفیت تصحیح شده خازن رابطه (۲۰) و مقدار حقیقی برای $\epsilon_r = 2.2$



شکل ۷: خطای ناشی از مقایسه ظرفیت تصحیح شده خازن رابطه (۲۰) و مقدار حقیقی برای $\epsilon_r = 10$

۵- نتیجه‌گیری

روشی جدید برای محاسبه ظرفیت خازن خط میکرواستریپ ارائه شد. با استفاده از سه نگاشت متوالی این خط به روی استوانه‌های هم محور نگاشته و سپس خازن ناشی از آن به راحتی محاسبه گردید. خطای ناشی از محاسبات زیر ۰/۶ درصد می‌باشد.

مراجع

- [1] Wheeler, H. A. "Transmission Line Properties of Parallel Strips Separated by a Dielectric Sheet", IEEE Trans., Vol. MTT- 13, 1965, pp. 172-185.
- [2] Robert E. Collin, "Foundations for Microwave Engineering", McGraw-Hill, International Edition, pp. 898-903, 1992.
- [3] I. J. Bahl and D. K. Trivedi, "A Designer's Guide to Microstrip Line", Microwaves, May 1977, pp. 174-182.

همانطور که در شکل (۷) مشاهده می‌شود خطای حاصل از محاسبات، با افزایش $\frac{w}{h}$ کاهش می‌یابد و در بیشترین حالت در حدود ۰/۶ درصد می‌باشد.

با رسم رابطه تصحیح شده از ظرفیت خازن برای $\epsilon_r = 2.2$ و مقایسه با خازن [۳] بر حسب $\frac{w}{h}$ شکل‌های (۸) و (۹) به دست می‌آید.

همانطور که در شکل (۹) مشاهده می‌شود، خطای ناشی از محاسبات برای $\epsilon_r = 2.2$ با افزایش $\frac{w}{h}$ افزایش یافته و برای $\frac{w}{h}$ ‌های معمول این خطا زیر ۰/۶ درصد می‌باشد.