یک فیلتر وفقی ترکیبی، از فیلترهای وفقی برای شناسایی سیستم

مرتضی فرهید
دانشگاه تبریز
morfid@gmail.com

چکیده- در این مقاله، برای شناسایی سیستم ،ترکیب دو فیلتر عرضی وفقی LMS مطرح می شود. یکی از فیلترها دارای ضریب تطبیقی بالا ودیگری پایین است ،به منظوراینکه امکان ترکیبtracking (تعقیب)بالا- تحت شرایط تغییرات سریع- همراه با کاهش خطای همگرایی را در تناوبهای ایستان ، بوجود آید. مثال شبیه سازی شده انتخابی تاثیر این روش را نشان خواهد داد.

کلمات کلیدی- فیلترهای وفقی، الگوریتم LMS، LMF، شناسایی سیستم

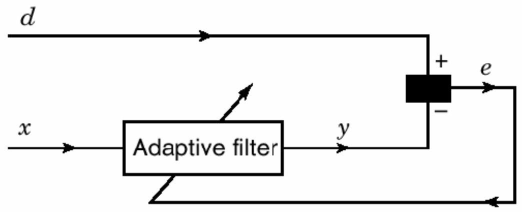
۱- مقدمه

فیلترهای وفقی ،برای مواقعی که سیگنال یا پارامترهای سیستم تغییرات کندی دارند، بهترین گزینه می باشند، یعنی این فیلتر تنظیم شده تا این تغییرات را جبرانسازی کند.

الگوریتم LMS[1] (widrow and hoff) ،(حداقل میانگین مربعات)یک روش جستجویی برای تغییرات ضرایب فیلتر است. در فیلترهای دیجیتال FIR وIIR ،فرض بر این است که پارامترهای پروسه برای مشخص کردن مشخصات فیلتر ،شناخته شده است. آنها ممکن است با زمان تغییر کنند ،اما طبیعت تغییر آنها بر فرض شناخته بودن قرار دارد. در بسیاری از مسایل عملی ،ممکن است ابهام زیادی در بعضی پارامترها ،بخاطر ناکافی بودن اطلاعات گذشته در مورد پروسه داشته باشیم.در بعضی از پارامترها ،ممکن است انتظار تغییرپذیری با زمان را داشته باشیم ولی این تغییرات قابل پیش بینی نیستند.

در این موارد ،مطلوب ماست که فیلتری طراحی کنیم بطوریکه self-learning باشد. در نتیجه می تواند خودش را با تغییرات وفق دهد. ضرایب فیلتروفقی تنظیم شده تا برای تغییرات سیگنال ورودی ،سیگنال خروجی یا پارامترهای سیستم جبرانسازی انجام دهد.

بجای سفت و سخت بودن [2] ،سیستم وفقی می تواند مشخصات سیگنال را یاد بگیرد و تغییرات آرام آن را دنبال کند. فیلتر وفقی می تواند زمانی که درباره مشخصات سیگنال ،اطلاعات قطعی نداریم یا هنگامی که این مشخصات تغییرمی کنند،مفید واقع شوند.شکل ۱ ساختار پایه یک فیلتر وفقی را نشان می دهد ،جایی که خروجی فیلتر وفقی y با سیگنال مطلوب d مقایسه شده تا سیگنال خطای e را بوجود آورد که به فیلتر وفقی پس خور می شود.ضرایب فیلتر وفقی با بکار گیری الگوریتم های مختلفی از جمله LMS ،بر پایه سیگنال خطا ،تنظیم یا اپتیمایز می شوند.



شکل (۱): ساختاز کلی فیلتر وفقی

خروجی فیلتر وفقی شکل ۱ به این صورت میباشد:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} w_k(n)\, x(n-k)$$

اندازه گیری کارایی و بازده ، بر پایه سیگنال خطا می باشد که تفاضل ما بین سیگنال مطلوب d(n) وخروجی فیلتر وفقی y(n) میباشد :

$e(n)=d(n)-y(n)$

ضرایب $w_k(n)$ طوری تنظیم می شوند که امید[3] تابع میانگین مربعات خطا ،یعنی $E[e^2(n)]$ ،مینی مایز گردد. چون k تا ضریب داریم ، در نتیجه گرادیان تابع میانگین مربعات خطا ،لازم است.

البته می توانیم بجای استفاده از گرادیان $e^2(n)$ ،از رابطه زیر استفـاده کنیم :

[1] least mean aquare
[2] rigid
[3] expectation

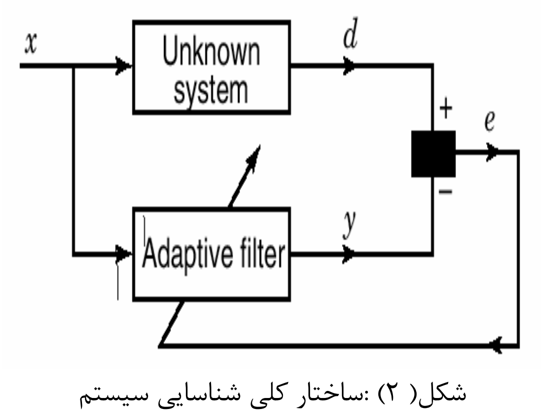
$$w[k+1] = w[k] + \mu ex[k]$$

که بیانگر الگوریتم LMS است .[1]

الگوریتم LMS [4](widrow and hoff)[2] ،یک روش سرراســـت و قطعی برای فیلترینگ عرضی[5] وفقی، برای شناسایی سیستم در خیلی از کتابها بکار برده شده است. [3,4,5]

شکل ۲ساختار فیلتر وفقی که برای شناسایی سیستم یا مدل کردن[6] ،بکار می رود را نشان می دهد. یک ورودی یکسان ، برای سیستم ناشناخته ،موازی با فیلتر وفقی اعمال می گردد. سیگنال خطا e ،تفاضل بین پاسخ سیستم ناشناخته d وپاسخ فیلتر وفقی y است. این سیگنال خطا به فیلتر وفقی پسخور می شود تا ضرایب فیلتر را ،تا زمانی که کل خروجی y=d گردد ،بهنگام کند.یک مصالحه خوب ما بین مرحله خطای ایستان و توانایی تعقیب ،احتمالا از مزایای عمده استفاده از LMS است. ADAPTION STEP برای این منظور بکار گرفته می شود تا یک توازن دقیـــق ما بین سرعت در برابر همگرایی راانتخاب نماید.

در نتیجه ،اثبات می شود که LMS استاندارد ،فقط یک پارامـــتر ADAPTION STEPرا برای برقراری trade-off های بالایی لازم دارد. همچنین واضح است که یک پیچیدگی کمی می تواند قابل قبول باشد ،به ازای افزایش درجه آزادی تا توازن سرعت در تقابل با همگرایی بهتر شود.



شکل(۲) :ساختار کلی شناسایی سیستم

دربعضی از مثالها در شناسایی سیستم ،کار Harris[7]، در صورت تغییر ADAPTION STEP بر حسب علامت خطای اخیر اجازه می دهد تا trad off بر طبق مکان و موقعیت اصلاح شوند .

بعضی از ترکیبات الگوریتم های متغیر با زمان LMS وLMF (least mean fourth)بوسیله چند قانون تجربی ،تلاش می کنند تا مزایای مختلف هر دو نوع الگوریتم بکار گرفته شوند وزوج ترکیب LMS وحداقل میانگین مطلق[8] در حضور نویز ایمپالـــسی در شناســـایی سیســـتم با هم به رقابت پردازند.در همه موارد بالایی بجز اولی ،ترکیب طراحی های مختـلف به صرفه، برای بدســـت آوردن مصالحه ای بین تغییرات سرعت با همگرایی است.

در [6] فقط ADAPTION STEP الگـــوریتم LMS به ترتیب متناســـب با افزایش سرعت /کاهش خطا ،افزایش /کاهش پیدا می کنند.

ما ملاحظه می کنیم که نظریه استفاده از ADAPTIVE STEP مناسب است.با این وجود ،در واقع بوضوح بنظر می رسد که طراحی در ارتباط با همین قانون وفقی ،یک سوال مطلوب است.درعمل ،با بکارگیری علائم خطا ، تاثیرات منفی نویز وهمگرایی غیر مونوتونیک را با دیده اغماض بررسی می کنیم. به عبارت دیگربخوبی این واقعیت بر ما آشکار است که خطا در این طرح رجیسترهای نویزی زیادی دارد. در اینجا ما قوانین پایه بالایی را تحت روشهای مختلف بررسی می کنیم.

۲-طرح پیشنهادی

برای شناسایی سیستم ،ترکیبی از دو فیلتر عرضی وفقی LMS را مطرح می کنیم. بوضوح این معادل است با آنکه در هر لحظه فقط یک فیلتر عرضی وجود دارد. یکی از فیلترهای وفقی ،$w_1[k]$،سریع است : ثابت وفقی آن ، μ نسبتا بزرگ است .وسیله دوم [9] ،$w_2[k]$،کند است:با ADAPTION STEP نسبتا پایین μ_2 کار میکند.اما این دومی ،ما را به مکانهای پایدار steady-state با خطای شناسایی پایین رهنمون می سازد.

در نتیجه اگر ما این معادله را بکار بریم:

$$W_{eq}[k]=\lambda[k]w_1[k]+(1-\lambda[k])w_2[k] \qquad (1)$$

[4] least mean aquare
[5] transversal
[6] modeling

[7] در واقع [5]مطرح مي كند:مشكلات توليد شده براي همگرايي ،توسط گستردگي مقادير ويژه را توسط افزودن مقادير وزني ،جبران كنيم ولي در طرح ما،نيازي نيست.
[8] Least Mean Absolute
[9] plant

و$\lambda[k]$ را بزرگ انتخاب کنیم (درصورت لزوم، نزدیک یک) ،برای tracking سریع مکانها ،وپایین باشد (نزدیک صفر) برای بازه های ایستان ،در حقیقت ما ترکیب کرده ایم توانایی tracking بالا$w_1[k]$ را با بازدهی بالای steady-state $w_2[k]$.

برای این کار ،کافیست که λ را بر طبق الگوریتم LMS ،با پارامتر وفق دهندهμ_λ ،که خیلی بزرگتر از μ_1 (ودر نتیجه ،μ_2) می باشد،وفق دهیم.

هیچ نشانه ای از مشکل واگرایی نخواهیم داشت:

$\lambda[k]$ در بازه $[0,1]$ نگه داشته می شود ،فقط برای بدست آوردن ترکیب دو گانه (بعبارت دیگر طرح می تواند از لحاظ کنترلی خاموش باشد.)

روش وفق دادنλ از رابطه زیر بدست می آید:

$$\nabla_\lambda e^2 = \nabla_\lambda \left(y - w_{eq}^T x\right)^2 = -2\left(y - w_{eq}^T x\right)\left(w_1^T - w_2^T\right)x \quad (2)$$

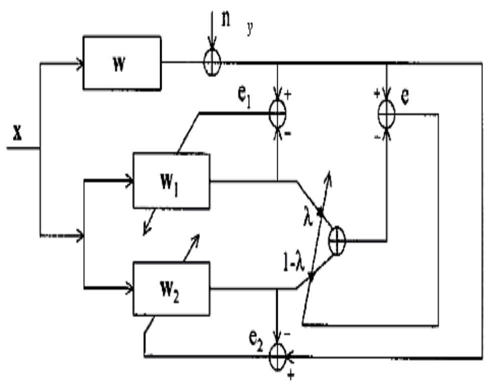
در نتیجه ،وطبق شکل ۳ ما الگوریتم هارا به شرح زیر اعمال می کنیم : LMS استاندارد برای فیلترها

$$W_i[k+1]=w_i[k]+ \mu_i(y[k]-w_i^T[k]x[k])x[k] \quad i=1,2 \quad (3a)$$

وبر طبق (2) ،متشابها برای پارامترهای ترکیبی

$$\lambda[k+1]= \lambda[k]+ \mu_\lambda(y[k]-w_{eq}^T[k]x[k])(w_2^T[k]- w_1^T[k]) x[k]\{ \lambda[k](1-\lambda[k])+10^{-2}\}$$

(3b) با نگهداشتن $0< \lambda[k] <1$



شکل(۳): طرح پیشنهادی با دو نوع ضریب تطبیقی

و(1) ، $w[k]$ را تخمین می زند،plant عرضی مجهول; $X[k]$ و $y[k]$ به ترتیب بردار ورودی و خروجی نویزی این plant است.($y[k]= w^T x[k]+n[k]$ ،n نویز جمع پذیر می باشد.)

توضیح اینکه ،ما فاکتور $(\lambda[k](1-\lambda[k])+10^{-2})$را با گرادیان λ جمع می بندیم: فقط برای کاهش سرعت همگرایی برای λ نزدیک صفر یا یک، بدون اینکه الگوریتم نقطه توقفی داشته باشد.بحث کیفی بازدهی طرح ،خیلی ساده است: توانایی تعقیب برای تغییرات ناگهانی با توجه به μ_1 ($\lambda[k]\to 1$)را داراست ونیز خطای باقیمانده با توجه به μ_2 ($\lambda[k]\to 0$)برای تناوبهای ایستان .

در موقعیتهای میانی ،$\lambda[k]$ دارای مقادیر میانی (متوسط) ،و همگرایی اش نیز مخلوطی (ترکیبی) از$w_1[k]$ و$w_2[k]$ خواهد بود.در نتیجه ما یک ترکیب منطقی با هر دو الگوریتم LMS را بدست می آوریم ،با فرض آنکه خیلی نویزآلود نباشد. همچنین واضح است که شرایط همگرایی معمول ،باید با μ_1 حاصل شود.با کمی توجه به این روش ،ملاحظه می کنیم که طرح مورد نظر مزیتی از جمله ،اجتناب از روش سوییچینگ را داراست.بکار بردن یکی از فیلترها در هر لحظه راه حل مناسبی نیست، برای مواقعی که تغییرات خیلی شدید نمی باشد.(ناگهانی یا حداقل خیلی سریع یا صفر یا حداقل خیلی کند) .در بعضی از ترکیبها ،بیشتر طرحهای پیشنهادی قبلی از این نقطه ضعف رنج می برند.

۳-یک آزمایش گویا

ما تعداد زیادی از آزمایشها را به مرحله اتمام رسانیده ایم ،که حاکی از این است :بطور قابل اجرایی ،طرح مطرح شده وتوضیحات مربوطه را ارضا می کند.در بین این آزمایشها ،ما مثال شبیه سازی شده ای را انتخاب وبحث می کنیم.

در مثال ما ،x وn مستقل از هم ،گاوسی، سفید ،میانگین صفر وبه ترتیب دارای واریانسهای 1و10^{-2} هستند، تا موقعی که

$$w[k]=w_c+w_v[k] \quad (4)$$

که plant سه شیره[10] می باشد،در جایی که

$w_c=[-.4706,-.7737,-.0291]^T$و

$1<k<21000$ برای

$w_c=[.4706,.7737,.0291]^T$و

$21000<k<28000$

(مقادیر ضرایب انتخابی بطور تصادفی در بازه توزیع یکنواخت $[0,1]$ حاصل شده است.)و$w_v[k]$ نتیجه کاهش[11] 436:1 بعلاوه

[10] tap

[11] decimating

درون یابی [12] بهینه رشته نویز مثـــــل بالایــــی ها (فوق الذکر)،ولی با واریانسهای :

10^{-4} $0<k<7000$
10^{-2} $7001<k<14000$
0 $14001<k<21000$
10^{-2} $21001<k<28000$

اینplant برای این انتخاب شده است که نشان دهد، بازدهی طرح ترکیبی برای تغییرات سریع و کند ،به همان خوبی در طول تناوبهای ایستان است.

پارامترهای الگوریتم عبارتند از : $\mu_1=.05$, $\mu_\lambda=20$ $\mu_2=.002$

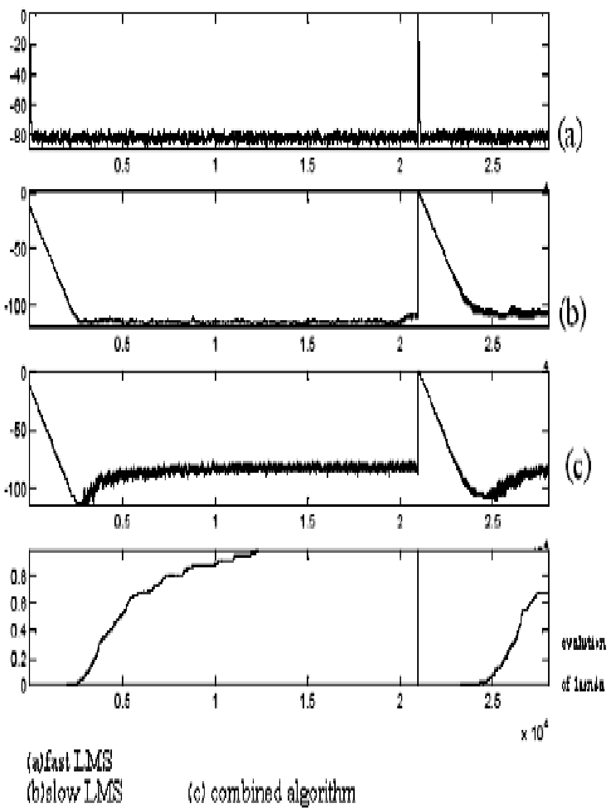
شکل ۴ بطور متوسط ۱۰ آزمایش را نشان می دهد(a).۴ متوسط مجذور فواصل ما بین plant مجهول وplant وفقی را برحسب dB نشان می دهد

$$MSD[k]= ||W[k]-W_1[k]||_2^2$$

برای استفاده (کاربرد) $W_1[k]$ ،و شکل 4(b),4(c) ،دارای دامنه های مشابهی هستند زمانی که به ترتیب $w_2[k]$ اعمال می شود و$w_{eq}[k]$ حاصل می گردد.

آنچنان که انتظار می رفت ، فیلتر با step بالا ، $\mu_1=.05$ توانایی تعقیب بهتری در شروع را داراست ، در طی بازه تغییرات سریع ۷۰۰۱ $<k<14000$ و زمانی که تغییرات ناگهانی از خود بروز می دهد (k=۲۱۰۰۱) با این وجود ، آن قادر نیست در بازه نسبتا آرام $1<k<700$ به خطای زیر 30db- دست پیدا کند .

بر خلاف آنچه بیان شد فیلتر با adaption step $\mu_2=.002$ کند تر است . زمانی که تغییرات ناگهانی رخ می دهد ، اما تقریبا خطای پایین تری را به دنبال دارد : نه فقط بـرای بازه آرام $1<k<700$ ، اما تقریبا برای تکه نهایی 21001 $<k<28000$ ، اگر چه در طی بازه $7001<k<1400$ نمی تواند تغییرات plant را دنبال کند . دیده شد که طرح ترکیبی، توانایی LMS, tracking سریع با خطای پایین فیلتر برای تناوبهای ایستان را داراست . برای $1400<k<21001$ (همگرایی اولیه را ببینید و بعد برای k=21001 پرش را ، بازده مربوطه به همان خوبی است در طول بازه $7001<k<14000$ تا زمانی که w [k] قادر نیست plant را تعقیب کند) .



–

شکل (۴): نتایج شبیه سازی

۴-نتیجه گیری

یک ترکیب مستقیم دوگانه وفقی از یک فیلتر وفقی سریع و دیگری فیلتر وفقی کند برای بدست اوردن هر دو توانایی tracking اولی و درجه همگرایی بالای دومی برای شناسایی سیستم مورد استفاده قرار گرفت در صورتیکه وفق دهنده(adaption) ترکیبی به حد کافی سریع باشد .

کار طرح ترکیب شده براحتی قابل فهم و قابل طراحی است . مثالهای کاربردی ، مفید بودن این روش و مزایایش را اثبات می کنند .

البته جا برای کار در این نظریه وجود دارد .

اول ، تشریح خطاهای مرجع برای w_2وw_1 . موارد دیگر ، از بکار بردن step متغیر μ_λ بستگی به مقدار خود $\lambda[k]$.بهبود بخشیدن دوباره به ظرفیت پایه طرح ، با بکارگیری ماتریس $\Lambda[k]$ قطری با عناصر مختلفی که وفق یافته اند ، به منظور مبارزه با پراکندگی مقادیر ویژه ، در روشی مشابه ،اما با نگهداشتن مزایای مدل مان .

[12] interpolating

نیازی به گفتن نیست، امکان اینکه می توانیم این مفاهیم را به مسایل دیگر فیلترینگ وقفی اعمال کنیم . از digital equalization گرفته تا آرایه های وقفی ، فقط باید یک آینده نگری منطقی برای طراحی داشته باشیم . همه این توسعه و پیشرفتها در حال حاضر بوسیله نویسندگان در حال تکمیل و بررسی هستند .

مراجع

1.S.Haykin,Adaptive filter theory (4th)Upple saddle River ,NJ:prentice-hall,2002
2.N.kaloupsidis,S.Theodoris,Adaptive System Identifiction and Signal processing Algorithms,Hemel Hempstead,Heartfordshire,UK:prentice-hall,1993
2.N.kaloupsidis,S.Theodoris,Adaptive System Identifiction and Signal processing Algorithms,Hemel Hempstead,Heartfordshire,UK:prentice-hall,1993
3.E.Walach,B.widrow,"the least mean fourth(LMF)algorithm "IEEE trans.information theory,vol IT -30,n 17,pp1423-1424,1995