

کاربرد فیلتر کالمن Unscented در قوانین هدایتی TPN و APN

سید سجاد موسی‌پور و قاسم علیزاده

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تبریز

E-mail: smoosapour@gmail.com, alizadeh@tabrizu.ac.ir

چکیده - در این مقاله دو استراتژی مهم قانون هدایت ناوبری تناسبی، یعنی TPN و APN برای یک موشک آشیانه یاب تاکتیکی (هوا به هوا)، با در نظر گرفتن مدل کاملاً غیر خطی درگیری موشک و هدف شبیه سازی می‌شود. فرض شده است هدف دارای شتاب ثابت و زمان شروع تصادفی است. با در نظر گرفتن نویز ورودی و نویز اندازه گیری برای سیستم، هر دو قانون هدایتی TPN و APN به کمک UKF شبیه سازی می‌شود. در ادامه با وارد کردن مدل دینامیک سیستم پرواز بصورت یک تاخیر، دو قانون هدایتی فوق به کمک UKF شبیه سازی می‌شود. در انتها نتایج بدست آمده از اعمال UKF ، با فیلتر کالمن تعمیم یافته (EKF) مقایسه شده است. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که UKF در مقایسه با EKF ، در تخمین متغیرهای حالت و کم کردن اثر نویز بر روی دستور شتاب موشک عملکرد بسیار بهتری دارد.

کلید واژه- دستور شتاب موشک، فیلتر کالمن Unscented، قانون هدایت تناسبی، نرخ چرخش خط دید.

۱- مقدمه

محققین استفاده از فیلتر کالمن Unscented (UKF) را برای تخمین متغیرهای حالت مورد بررسی قرار داده‌اند. این فیلتر در جهت رفع مشکل فیلترهای کالمن توسعه یافته ارائه شده است. در مرجع [۲] قانون هدایت ناوبری تناسبی به همراه EKF بر روی یک موشک ضد موشک و برای یک شتاب هدف ثابت و تصادفی به کار گرفته شده است. در مراجع [۳،۴] قانون هدایتی PN به همراه انواع دیگری از فیلتر کالمن تعمیم یافته مورد استفاده قرار گرفته است. مرجع [۵] فیلتر کالمن Unscented را ارائه داده است و در مرجع [۶] UKF برای تخمین حالت در سیستمهای غیر خطی مورد استفاده قرار گرفته است.

در این مقاله استفاده از UKF بر روی قوانین هدایتی ناوبری خالص (TPN) و افزودنی (APN) مورد بررسی قرار گرفته است. هدف از این کار پژوهشی، مقایسه عملکرد UKF و EKF در کم کردن اثر نویز در تخمین متغیرهای حالت و اثر

ناوبری تناسبی (PN) متداولترین قانون هدایتی مورد استفاده برای موشکهای آشیانه یاب در فاز میانی و فاز انتهایی پرواز می‌باشد. بزرگترین و مهمترین مزیت ناوبری تناسبی، سادگی اجرا و بکارگیری آن در موشک است، زیرا هدایت ناوبری تناسبی اطلاعات بسیار کمی برای یک پرتاب موفق لازم دارد [۱]. معادلات حرکت موشک و هدف شدیداً غیر خطی می‌باشند. در سیستمهای غیر خطی جهت تخمین حالتها سیستم به کمک اندازه گیریهای آغشته به نویز، سالهاست که از فیلتر کالمن توسعه یافته استفاده می‌شود. همانطور که می‌دانیم در فیلتر کالمن توسعه یافته از مدل خطی شده سیستم غیر خطی استفاده می‌شود، و در نتیجه در پروسه تخمین خطا خواهیم داشت. این تقریب در بهترین شرایط باعث پایین آمدن کارایی فیلتر شده، و در بدترین حالت سبب واگرایی فیلتر می‌شود. اخیراً بسیاری از

۲-۲- قوانین هدایتی TPN و APN

از لحاظ تئوری قانون هدایت ناوبری تناسبی بیانگر دستور شتابی است که عمود بر خط دید و متناسب با نرخ چرخش خط دید و سرعت نزدیک شدن موشک به هدف است. قانون هدایت TPN به صورت زیر قابل بیان است:

$$A_M = -N'R\dot{\lambda}$$

که در معادله فوق، A_M بر حسب $\frac{ft}{s^2}$ است، و N' یک گین ثابت بی بعد بوده و به آن ضریب ناوبری موثر گفته می شود. مولفه شتاب موشک در جهت خط دید بصورت $\dot{V}_M = A_M \sin(\beta_M - \lambda)$ روبرو می باشد:

سرعت زاویه ای موشک نیز به صورت زیر تعریف می شود:

$$\dot{\beta}_M = (A_M / V_M) \cos(\beta_M - \lambda)$$

در قانون هدایتی APN دستور شتاب عمود بر خط دید و به صورت $A_M = -N'R\dot{\lambda} + N'_a A_T$ می باشد. در این رابطه N' ضریب ناوبری موثر برای $\dot{\lambda}$ و N'_a ضریب ناوبری موثر برای شتاب هدف می باشد. ما دینامیک سیستم کنترل پرواز را به صورت یک تاخیر مدل می کنیم:

$$\frac{N_L}{A_M} = \frac{1}{1 + ST_{AU}}$$

که در آن T_{AU} ثابت زمانی سیستم هدایت و N_L شتاب اعمالی یا مقدار شتابی است که موشک به آن خواهد رسید. از رابطه فوق بدست می آید:

$$\dot{N}_L = (A_M - N_L) / T_{AU}$$

ما برای این سیستم هم نویز اندازه گیری و هم نویز ورودی در نظر گرفتیم. فرض کردیم که اندازه گیریهای نرخ چرخش خط دید آغشته به نویز است یعنی:

$$\dot{\lambda} = \dot{\lambda} + \dot{\lambda}_{noise}$$

که در آن $\dot{\lambda}_{noise}$ یک نویز سفید گوسی است. فرض می کنیم که شتاب هدف دارای دامنه ثابت و زمان شروع تصادفی (زمان شروع دارای توزیع یکنواخت در سراسر زمان پرواز است) است. ثابت می شود که شتاب هدف معادل یک نویز سفید گوسی است که از یک انتگرال گیر عبور می کند و چگالی طیف این نویز سفید به صورت

$$\phi_s = \frac{A_T^2}{T_F}$$

می باشد، که در آن T_F برابر کل زمان پرواز می باشد. بنابراین برای شتاب هدف A_T خواهیم داشت:

$$\dot{A}_T = A_T \text{ Noise}$$

که در آن $A_T \text{ Noise}$ یک نویز سفید گوسی با قدرت ϕ_s می باشد.

آن بر روی سیگنال کنترلی در سیستم هدایت موشک می باشد.

مقاله حاضر شامل بخشهای زیر است:

بخش دوم به بحث در مورد معادلات حرکت موشک و هدف و همچنین قوانین هدایتی TPN و APN می پردازد. تبدیل Unscented و فیلتر کالمن Unscented در بخش سوم ارائه می شود. در بخش چهارم نتایج حاصل از شبیه سازی آورده می شود و بخش پنجم نیز به بحث و نتیجه گیری اختصاص دارد.

۲- قوانین هدایت ناوبری تناسبی TPN و APN

۲-۱- معادلات حرکت موشک و هدف در فضای

دو بعدی

ما حرکت موشک و هدف را بر روی صفحه در نظر می گیریم و فرض می کنیم هر دو بصورت جرم نقطه ای باشند. موشک و هدف به ترتیب با سرعتهای ثابت V_T و V_M حرکت می کنند. خط واصل موشک به هدف را به اختصار خط دید می نامیم و فرض می کنیم که طول آن یا همان فاصله نسبی موشک و هدف، R باشد. فاصله موشک و هدف در انتهای زمان پرواز را Miss Distance یا فاصله خطا گویند. زاویه پرواز موشک را β_M ، زاویه پرواز هدف را β_T و زاویه خط دید را λ می نامیم. V_C نیز سرعت نزدیک شدن موشک به هدف است که به صورت $V_C = -\dot{R}$ تعریف می شود. شتاب دستوری (A_M) که از قانون هدایت PN مشتق شده، عمود بر خط دید می باشد. فرض شده است که هدف می تواند با شتاب ثابت A_T مانورهای گریز را انجام دهد. سرعت زاویه ای هدف هم به صورت $\dot{\beta}_T = A_T / V_T$ می باشد. اگر بخواهیم معادلات حرکت موشک و هدف را در فضای دو بعدی به فرم فضای حالت بنویسیم خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{R} &= V_T \cos(\beta_T - \lambda) - V_M \cos(\beta_M - \lambda) \\ &= -V_C \end{aligned}$$

$$\dot{\lambda} = [V_T \sin(\beta_T - \lambda) - V_M \sin(\beta_M - \lambda)] \times \frac{1}{R}$$

که در رابطه فوق $\dot{\lambda}$ مشتق زمانی زاویه خط دید یا نرخ چرخش خط دید می باشد.

سیگما (Sigma Points) استفاده می‌شود. این نقاط سیگما باید به گونه‌ای انتخاب شوند که دارای میانگین \bar{x} و کوواریانس P_{xx} باشند. برای یک متغیر تصادفی با بعد n که دارای میانگین \bar{x} و کوواریانس P_{xx} می‌باشد، تعداد $2n+1$ نقطه نمونه به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\begin{aligned} X_0 &= \bar{x} & W_0 &= \frac{k}{n+k} \\ X_i &= \bar{x} + (\sqrt{(n+k)P_{xx}})_i & W_i &= \frac{1}{2(n+k)} \\ X_{i+n} &= \bar{x} - (\sqrt{(n+k)P_{xx}})_i & W_{i+n} &= \frac{1}{2(n+k)} \end{aligned}$$

که در روابط فوق $k \in R$ و $(\sqrt{(n+k)P_{xx}})_i$ ، سطر و یا ستون i ام از جذر ماتریس $(n+k)P_{xx}$ می‌باشد، W_i وزن مربوط به هر نقطه انتخاب شده است و k نیز جهت تنظیم دقیقتر فیلتر می‌باشد. با این انتخاب نقاط نمونه، میانگین و کوواریانس آنها همان \bar{x} و P_{xx} خواهد بود، چرا که داریم:

$$\begin{aligned} P &= \sum_{i=0}^{2n} W_i (X_i - \bar{x})(X_i - \bar{x})^T \\ &= \sum_{i=0}^{2n} W_i (n+k) (\sqrt{P_{xx}})(\sqrt{P_{xx}})^T = P_{xx} \end{aligned}$$

الگوریتم تبدیل به این صورت می‌باشد که ابتدا هر نقطه از مجموعه نقاط به وسیله تابع غیر خطی f به نقطه جدیدی نگاشته می‌شود و مجموعه نقاط جدیدی از سیگماها خواهیم داشت: $Y_i = f(X_i)$. سپس مقادیر میانگین و کوواریانس متغیر تصادفی Z به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{z} = \sum_{i=0}^{2n} W_i Y_i$$

$$P_{zz} = \sum_{i=0}^{2n} W_i (Y_i - \bar{z})(Y_i - \bar{z})^T$$

در ادامه الگوریتم فیلتر کالمن Unscented در چگونگی استفاده این فیلتر از تبدیل UT را توضیح خواهیم داد.

۳-۲- معرفی Unscented Kalman Filter

سیستم غیر خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}, v_{k-1}, k-1)$$

$$y_k = h(x_k, u_k, w_k, k)$$

که در رابطه فوق x بردار حالت و u ورودی کنترلی و v, w

۳- فیلتر کالمن Unscented

فیلتر کالمن Unscented برای اولین بار توسط اوهلن و جولیر در سال ۱۹۹۷ مطرح شد. این فیلتر بر اساس تبدیلی تحت عنوان Unscented Transformation بنا نهاده شده است. اساس این تبدیل بر این اصل استوار است که تخمین یک توزیع احتمال راحتتر از تخمین یک تابع غیر خطی و یا یک تبدیل غیر خطی می‌باشد.

۳-۱- معرفی Unscented Transformation

فرض کنید متغیر تصادفی x با میانگین \bar{x} و کوواریانس P_{xx} مفروض است و همچنین متغیر تصادفی z نیز بصورت روبرو با x در ارتباط است $z = f(x)$. مساله محاسبه میانگین و کوواریانس z همان مساله پیش‌بینی و تصحیح در مراحل فیلتر کالمن برای یک سیستم غیر خطی می‌باشد. هر گاه بسط تیلور رابطه فوق را حول x بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} f(x) &= f(x + \delta x) = f(\bar{x}) + \nabla f \delta x + \frac{1}{2} \nabla^2 f \delta x^2 \\ &\quad + \frac{1}{3!} \nabla^3 f \delta x^3 + \dots \end{aligned}$$

که در رابطه فوق δx یک متغیر تصادفی با میانگین صفر و کوواریانس P_{xx} می‌باشد. می‌توان نشان داد:

$$\begin{aligned} \bar{z} &= f(\bar{x}) + \frac{1}{2} \nabla^2 f P_{xx} + \frac{1}{2} \nabla^4 f E[\delta x^4] + \dots \\ P_{zz} &= \nabla f P_{xx} (\nabla f)^T + \frac{1}{2 \times 4!} \nabla^2 f (E[\delta x^4] - E[\delta x^2 P_{xx}]) \\ &\quad - E[P_{xx} \delta x^2] + P_{xx}^2 \nabla^2 f^T + \dots \end{aligned}$$

اگر گشتاورهای متغیر تصادفی x را بتوان تا مرتبه n ام محاسبه کرد، آنگاه میانگین و کوواریانس محاسبه شده برای متغیر تصادفی z تا درجه n از خطی‌سازی تصحیح می‌شود، که البته فیلتر کالمن توسعه یافته با در نظر گرفتن ترمهای درجه اول مقادیر میانگین و کوواریانس خطا را بصورت زیر محاسبه می‌کند:

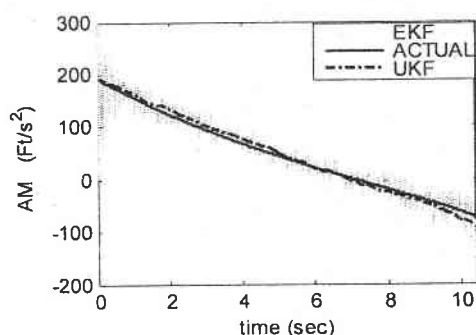
$$\bar{z} = f(\bar{x}) \quad \text{و} \quad P_{zz} = \nabla f P_{xx} (\nabla f)^T$$

اما در روش UT برای بدست آوردن میانگین و کوواریانس متغیر تصادفی z از یک مجموعه نقاط وزندار بنام نقاط

ناوبری موثر را ۴، ثابت زمانی دینامیک سیستم پرواز را ۰.۵، ثابته و شتاب هدف را ۳ برابر شتاب جاذبه زمین در نظر گرفتیم و سرعتهای موشک و هدف را نیز به صورت $V_T = 1000 \text{ ft/s}$; $V_M = 3000 \text{ ft/s}$ فرض کردیم. نتایج حاصل از شبیه سازی در شکلهای ۱-۱۲ آورده شده است. ما سه مولفه شتاب هدف، نرخ چرخش خط دید و دستور شتاب موشک را برای هر دو قانون هدایتی، برای حالت بدون تاخیر و با تاخیر، در این اشکال آورده ایم. همانطور که مشاهده می شود در حالتی که از UKF استفاده شده است دو مولفه دستور شتاب موشک و نرخ چرخش خط دید در هر دو قانون و برای هر دو حالت با تاخیر و بدون تاخیر عملکرد بسیار بهتری نسبت به EKF داشته است. اما شتاب هدف تخمین زده شده توسط UKF و EKF نسبت به هم مزیتی ندارند و این به این خاطر است که در معادلات حالت سیستم، متغیر حالت شتاب هدف هیچ گونه ترم غیر خطی ندارد و می دانیم که مزیت UKF به EKF در سیستمهای شدیداً غیر خطی آشکار می شود.

۵- نتیجه گیری

همانطور که می دانیم از چند دهه پیش تاکنون، فیلتر کالمن تعمیم یافته (EKF) به طور گسترده ای در تخمین متغیرهای حالت سیستمهای غیر خطی به کار گرفته می شود. ما در این مقاله نوعی دیگر از فیلتر کالمن به نام UKF را توضیح دادیم و آن را بر روی مدل کاملاً غیر خطی سیستم هدایت موشک و برای حالت های مختلف به کار گرفتیم. مشاهده شد که عملکرد UKF در تخمین حالت و کم کردن اثر نویز بر روی شتاب دستوری موشک بسیار بهتر از EKF است.



شکل ۱: مولفه شتاب موشک برای قانون هدایتی APN بدون در نظر گرفتن تاخیر

به ترتیب نویز سیستم و نویز اندازه گیری می باشد. در اولین مرحله از پیاده سازی این فیلتر بردار حالت افزوده را به صورت زیر تشکیل می دهیم:

$$X_{k-1|k-1}^a = \begin{pmatrix} x_{k-1|k-1} \\ v_{k-1} \\ w_{k-1} \end{pmatrix}, E[X_{k-1|k-1}^a] = \begin{pmatrix} \bar{x}_{k-1|k-1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

سپس نقاط سیگما را به این صورت انتخاب می کنیم:

$$X_{k-1|k-1}^a = \begin{pmatrix} \bar{x}_{k-1|k-1} \\ \bar{x}_{k-1|k-1} - \sqrt{(n+q+r+k)P_{k-1|k-1}^a} \\ \bar{x}_{k-1|k-1} + \sqrt{(n+q+r+k)P_{k-1|k-1}^a} \end{pmatrix}$$

که r, q به ترتیب ابعاد بردار نویز اندازه گیری و نویز سیستم می باشد، و $P_{k-1|k-1}^a$ نیز ماتریس کوواریانس بردار حالت افزوده می باشد. نقاط سیگما تحت تابع f به نقاط جدید نگاشته می شوند:

$$X_{k-1|k-1}^a = f(X_{k-1|k-1}^a, u_{k-1}, k-1)$$

و میانگین و کوواریانس جدید به صورت زیر بدست می آید:

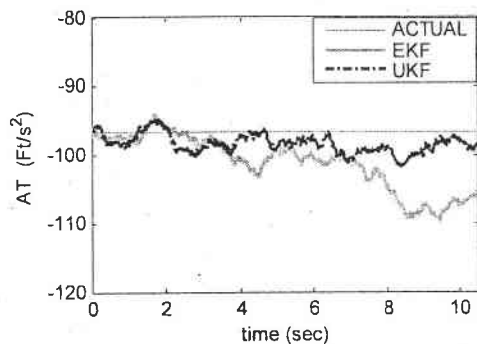
$$\bar{x}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2n^a+1} W_i X_{i,k|k-1}^a$$

$$P_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2n^a+1} W_i \left\{ X_{i,k|k-1}^a - \bar{x}_{i,k|k-1} \right\} \left\{ X_{i,k|k-1}^a - \bar{x}_{i,k|k-1} \right\}^T$$

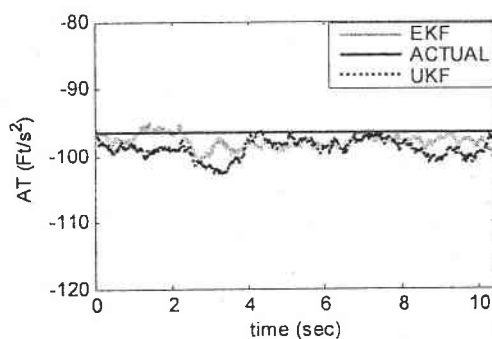
و به همین صورت می توان میانگین و کوواریانس خروجی سیستم را نیز محاسبه کرد، سپس به هنگام سازی بردار حالت و ماتریس کوواریانس به همان روش فیلتر کالمن انجام خواهد شد.

۴- نتایج شبیه سازی

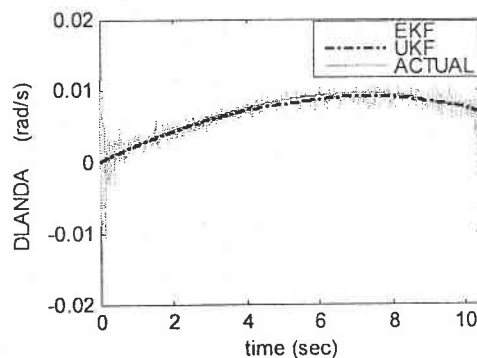
ما در این مقاله هر دو قانون هدایتی TPN و APN را در حضور نویز (نویز ورودی و نویز اندازه گیری) و بدون حضور نویز و برای هر دو حالت سیستم بدون تاخیر و سیستم با تاخیر شبیه سازی کردیم. فرض شده است فاصله اولیه موشک ۴۰۰۰ فوت باشد. مقادیر اولیه زاویه پرواز هدف و زاویه خط دید را به ترتیب ۱۸۰ درجه و صفر درجه، ضریب



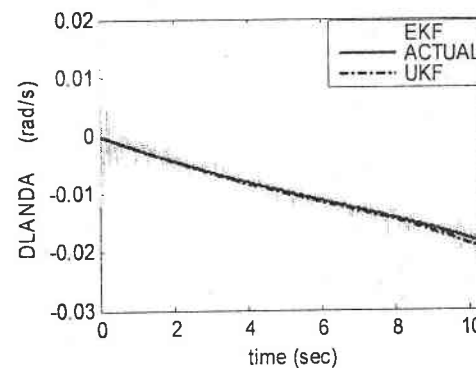
شکل ۵: مولفه شتاب هدف برای قانون هدایتی TPN بدون در نظر گرفتن تاخیر



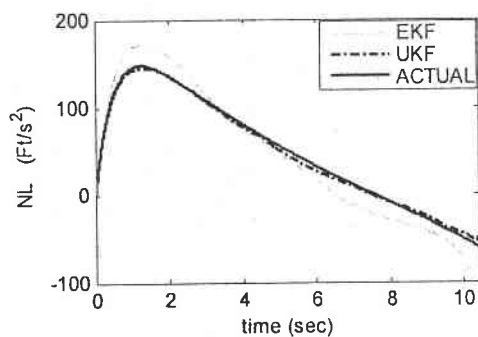
شکل ۶: مولفه شتاب هدف برای قانون هدایتی APN بدون در نظر گرفتن تاخیر



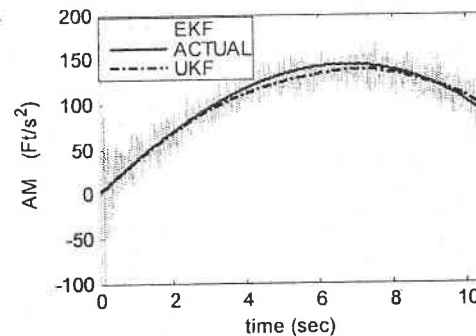
شکل ۷: نرخ چرخش خط دید برای قانون هدایتی TPN بدون در نظر گرفتن تاخیر



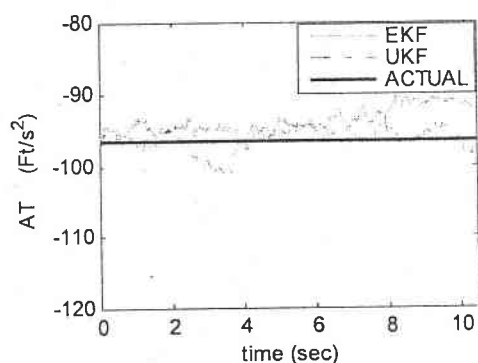
شکل ۸: نرخ چرخش خط دید برای قانون هدایتی APN بدون در نظر گرفتن تاخیر



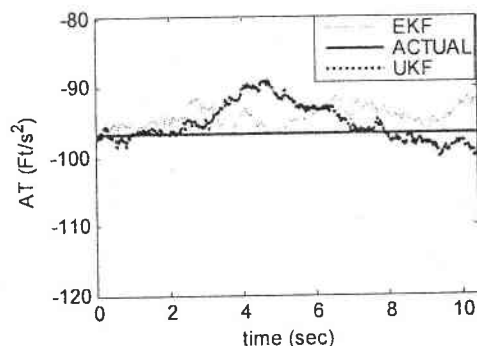
شکل ۹: مولفه شتاب موشک برای قانون هدایتی APN با در نظر گرفتن تاخیر



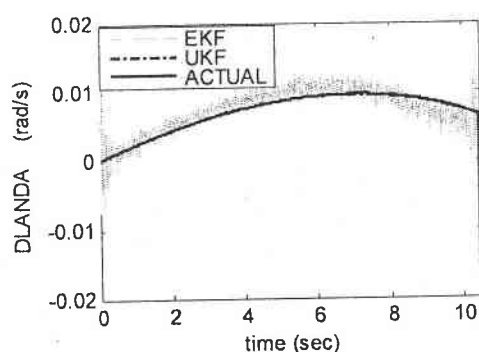
شکل ۱۰: مولفه شتاب موشک برای قانون هدایتی TPN بدون در نظر گرفتن تاخیر



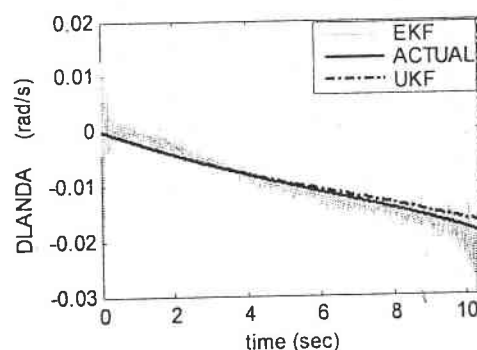
شکل ۱۱: مولفه شتاب هدف برای قانون هدایتی TPN با در نظر گرفتن تاخیر



شکل ۸: مولفه شتاب هدف برای قانون هدایتی APN با در نظر گرفتن تاخیر



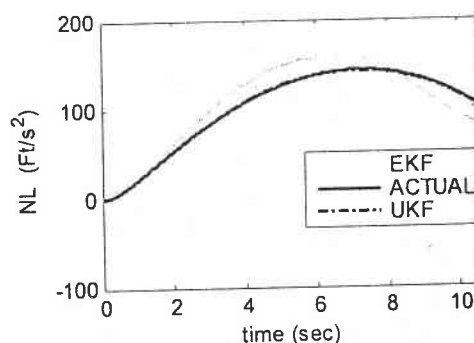
شکل ۱۲: نرخ چرخش خط دید برای قانون هدایتی TPN با در نظر گرفتن تاخیر



شکل ۹: نرخ چرخش خط دید برای قانون هدایتی APN با در نظر گرفتن تاخیر

مراجع

- [1] Zarchan, P., "Tactical and Strategic Missile Guidance", AIAA, 1990
- [2] F. Imado, "A study on a Missile guidance system against a randomly maneuvering air-to-surface missile", proceedings of the 2004 IEEE, International Conference on Control Applications, September 2-4, 2004
- [3] G. E. Hassoun, C. C. Lim, "Advanced guidance control system design for homing missiles with bearings-only measurements", IEEE International Conference on Industrial Technology, December 1994, Guangzhou, China
- [4] G. E. Hassoun, C. C. Lim, "performance of the extended kalman filter under proportional navigation", Technical Report CTRL 93-1, The university of Adelaide, Dpt. of Electrical and Electronic Engineering, March 1993
- [5] S. J. Julier, J. K. Uhlmann, "A new extension of the kalman filter to nonlinear systems", In Proceedings of AeroSense: 11th International Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation and Controls (pp. 182-193), Orlando, FL, USA: SPIE, 1997.
- [6] E. A. Wan, R. van der Merwe, "The unscented kalman filter for nonlinear estimation", In Proceedings of Symposium 2000 on Adaptive Systems for Signal Processing, Communication, and Control (AS-SPCC) (pp. 153-158), Lake Louise, Alberta, Canada : IEEE, 2000.



شکل ۱۰: مولفه شتاب موشک برای قانون هدایتی TPN با در نظر گرفتن تاخیر