

طراحی بهینه کنترلرهای مقاوم PID با چند تابع هدف برای سیستم های نامعین احتمالاتی

نادر نریمان زاده، امیر حاجیلو، علی جمالی

دانشکده فنی مهندسی-دانشگاه گیلان، گروه مهندسی مکانیک

رشت-صندوق پستی ۳۷۵۶

E-mail: norzadeh@guilan.ac.ir

چکیده - طراحی بهینه کنترلرهای مقاوم PID برای سیستم های دارای نامعینی احتمالاتی با استفاده از بهینه سازی چند هدفی، در این مقاله ارائه شده است. هدف اصلی برقراری مصالحه بین پایداری و عملکرد سیستم در حضور نامعینی های احتمالاتی می باشد. پارامترهای بهینه کنترلر PID با استفاده از الگوریتم ژنتیک و بهینه سازی چند هدفی بدست می آید. رفتار تصادفی سیستم نامعین با استفاده از روش شبیه سازی مونت کارلو نشان داده می شود. نتایج حاصل از بهینه سازی چند هدفی در جبهه پارتوی بدست آمده، به خوبی تضاد بین پایداری و عملکرد مطلوب سیستم را نشان می دهد، این تضاد برای چند نقطه بهینه نشان داده شده است.

کلید واژه- الگوریتم ژنتیک، بهینه سازی چند هدفی، سیستم های نامعین، شبیه سازی مونت کارلو، کنترل مقاوم.

۱- مقدمه

و به آنها سیستم های کنترل مقاوم گفته می شود. روشهای بسیاری جهت طراحی این نوع کنترلرها در گذشته ارائه شده است که از لحاظ محاسباتی و عملکرد بسیار پیچیده می باشند. از معمولترین این روشها می توان به H_2 ، H_∞ و μ -synthesis اشاره کرد [۳]. در این روشها، نامعینی به صورت اغشتاشی در نظر گرفته می شود که از لحاظ اندازه کراندار و ثابت بوده و حول مقدار نامی، مدل می شوند. این روشها بر مبنای بررسی بدترین سیستم از نظر عملکرد، به ازای محدوده نامعینی های مورد نظر می باشد، معمولاً به این روش "worst-case" گفته می شود. در این روش تنها عملکرد یک سیستم به ازای یک ورودی معین بررسی می شود [۴]. بنابراین هیچگونه اطلاعی مبنی بر اینکه احتمال به وقوع پیوستن چنین رفتاری در عمل برای تمامی سیستم ها چقدر خواهد بود، بدست نمی آید.

در طی سالهای اخیر روشهایی بنام تحلیل احتمالاتی (Probabilistic Analysis)، به منظور طراحی کنترلر برای سیستمهای دارای نامعینی، توسط Wang، Ryan، Stengel و

در سالهای اخیر فرآیندهای بهینه سازی مورد توجه بسیاری از محققین در علوم مختلف قرار گرفته است. از جمله می توان به کاربرد آن در مهندسی کنترل اشاره نمود. طراحی بهینه سیستم های کنترلی به منظور دستیابی به سیستم هایی با عملکرد بسیار بالا از جمله کاربردهای الگوریتم های تکاملی بویژه الگوریتم ژنتیک می باشد. در طراحی بهینه کنترلر، می توان توابع هدفی را انتخاب و به کمک الگوریتمهای تکاملی در فرآیندهای بهینه سازی مقدار اکسترمم این توابع را پیدا نمود که منجر به دستیابی کنترلرهای بهینه می شود [۱]، [۲].

در راستای طراحی کنترلر برای سیستمهای معین، تلاش هایی جهت طراحی کنترلر برای سیستمهای نامعین نیز صورت گرفته است. این نامعینی ها به دو دسته ساختاریافته و غیر ساختاریافته تقسیم می شوند. طراحی کنترلر برای اینگونه سیستم ها باید بگونه ای باشد که توانایی ایجاد پایداری و عملکرد مطلوب را در حضور ناپایداری ها دارا باشد

کنند را با Δp نشان می دهند. تابع تبدیل سیستم نامعین را با $G(p)$ نشان می دهیم. کنترلر بکار رفته را با $C(d)$ نشان داده بطوریکه d بردار متغیرهای طراحی می باشد و با توجه معیارهای احتمالی مورد نظر در یک فرآیند بهینه سازی با چند تابع هدف بدست می آید. این معیارها عبارتند از اینکه سیستم حلقه بسته مورد نظر با توجه به پارامترهای نامعین احتمال، دارای چه میزان احتمال ناپایداری، دارای چه میزان احتمال عملکرد نامطلوب، میزان انحراف پاسخ سیستم های تصادفی نسبت به پاسخ سیستم معین و درجه پایداری می باشد. در این روش ابتدا سیستم به ازای نمونه های تصادفی تولید شده شبیه سازی می شود و سپس هر یک از کمیت های مورد نظر با توجه به متغیرهای تصادفی (مانند قطب های حلقه بسته سیستم) و فرآیندهای تصادفی (مانند پاسخ فرکانسی) بدست می آیند.

از آنجائیکه نامعینی ها یا به عبارت دیگر تغییرات در پارامترهای سیستم می تواند تأثیر زیادی بر مقادیر توابع هدف در فرآیند بهینه سازی داشته باشد، بنابراین فرآیند بهینه سازی می بایست با در نظر گرفتن نامعینی های سیستم صورت گیرد. دو دیدگاه در این طراحی در نظر گرفته می شود. در دیدگاه اول که به آن طراحی مقاوم بهینه (RDO) گفته می شود هدف کاهش میزان انحرافات پاسخ های تصادفی نسبت به یک مقدار مشخص می باشد. این انحرافات ناشی از پارامترهای نامعینی سیستم می باشد. با توجه به این دیدگاه در این مقاله، $h(\omega)$ به عنوان پاسخ فرکانسی حلقه بسته سیستم های تصادفی و $\hat{h}(\omega)$ را پاسخ فرکانسی حلقه بسته سیستم به ازای مقادیر نامی پارامترها در نظر گرفته می شود. انحراف را می توان به صورت خطای پاسخ های تصادفی نسبت به پاسخ سیستم معین در هر فرکانس تعریف نمود [۴]. از روش های بسیاری برای محاسبه خطا، در فرآیند های بهینه سازی استفاده می شود، در این مقاله برای این منظور از مجموع مربعات خطا (SSE) استفاده شده است. انحراف نسبت به پاسخ سیستم معین به صورت زیر تعریف می شود:

$$v = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^w (h_i(\omega_j) - \hat{h}(\omega_j))^2 \quad (1)$$

در اینجا N ، $i=1,2,\dots,N$ ، تعداد نمونه های شبیه سازی شده می باشد، عبارتست از پاسخ فرکانسی تصادفی و

ارائه شده است [۵]-[۷]. در این روش به منظور شبیه سازی و نشان دادن فرآیندهای تصادفی از روش شبیه سازی مونت کارلو (Monte Carlo Simulation) استفاده می شود و پارامترهای بهینه کنترلر با استفاده از روش بهینه سازی تک هدفی بدست می آید. تابع هدف بهینه سازی تک هدفی در روش مذکور، مجموع هر یک از احتمالات ناخواسته با در نظر گرفتن ضریب وزنی برای هر یک از آنها می باشد. انتخاب ضریب وزنی مناسب در بهینه سازی تک هدفی یکی از چالشهای مهم در این روش می باشد، بویژه اگر تابع هدف شامل عبارتهایی باشد که با یکدیگر در تضاد می باشند.

در این مقاله از بهینه سازی چند هدفی با استفاده از الگوریتم اصلاح شده NSGA-II برای بدست آوردن جبهه پارتوی بهینه استفاده شده است، که این روش در مراجع [۸]، [۹] ارائه شده است. توابع هدف بهینه سازی در این مقاله شامل احتمال ناپایداری، (Pr_{ins}) ، احتمال شکست پاسخ فرکانسی، (Pr_{resp}) ، انحراف پاسخ های فرکانسی تصادفی نسبت به پاسخ فرکانسی سیستم معین، (V) ، و درجه پایداری، (S_{∞}^{-1}) می باشد. نقاط حاصل از بهینه سازی چند هدفی در جبهه پارتو، برای طراح امکان برقراری مصالحه بین توابع هدف و انتخاب نقطه طراحی مناسب را فراهم می سازد.

۲- تحلیل احتمالاتی

برقراری توازن و مصالحه بین پایداری و عملکرد سیستم در حضور نامعینی ها، یکی از چالشهای مهمی است که مهندسين کنترل همواره با آن مواجه بوده اند. مصالحه باید بگونه ای باشد که سطح قابل قبولی از پایداری و عملکرد مطلوب را با در نظر گرفتن توانمندی (Robustness) مناسب برای سیستمهای نامعین ایجاد کند [۴]. عملکرد سیستمها می تواند شامل زمان نشست، ماکزیمم فراجش، خطای حالت پایدار، توانایی در از بین بردن اغتشاشات خارجی و ... باشد.

در روش تحلیل احتمالاتی فرض می کنیم p بردار متغیرهای تصادفی، جهت نمایش پارامترهای نامعین سیستم باشد. هریک از متغیرها دارای یک تابع چگالی احتمال (PDF)، $F_p(p)$ یا معادل آن تابع توزیع جمعیتی (CDF)، $F_p(p)$ می باشند. دامنه ای که هر یک از متغیرها در آن تغییر می

$$Pf = \int_{g(x) \leq 0} f_X dx \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_{g(x_i)} \quad (4)$$

به عبارت دیگر احتمال نامطلوب بودن برابر است با تعداد نمونه های موجود در ناحیه نامطلوب تقسیم بر تعداد کل نمونه ها. همانطور که مشاهده می شود هرچه تعداد نمونه های تولید شده بیشتر باشد یا به عبارتی $N \rightarrow \infty$ ، آنگاه مقدار تقریبی به سمت مقدار واقعی آن نزدیک می شود [۷]. البته این عمل باعث افزایش مدت زمان شبیه سازی می شود. محققین امروزه در جستجوی روشهایی می باشند که باعث کاهش هزینه محاسباتی شود، یکی از جدیدترین پرکاربردترین آنها روش نمونه برداری همسرلی (Hammersely Sequence Sampling) می باشد.

۳- طراحی بهینه کنترلر مقاوم PID

در این بخش با توجه به آنچه که در قبل گفته شد و با استفاده از بهینه سازی با چند تابع هدف، روشی جهت طراحی کنترلر مقاوم PID برای سیستم های نامعین ارائه خواهد شد. سیستم نامعین مورد نظر در این مقاله یک سیستم مرتبه دوم دارای تأخیر زمانی می باشد که معمولاً از این مدل برای تقریب زدن فرآیندهای صنعتی استفاده می شود. تابع تبدیل این سیستم به صورت زیر می باشد:

$$G(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (5)$$

برای این مثال مقادیر نامی هر یک از پارامترهای مدل برابر $k = \tau = a_1 = a_0 = 1$ در نظر گرفته می شود، که هر کدام به میزان دلخواه $\pm 50\%$ با توجه به تابع توزیع احتمالاتی بتا (Beta) با ضرایب شکل ۲ و ۲، نسبت به نقطه نامی مدل می شوند. لازم به ذکر است که تابع توزیع احتمالاتی را می توان با انجام آزمایشات مختلف و با استفاده از روشهای آماری برای یک مدل واقعی بدست آورد. اما از آنجاییکه در این مقاله یک مدل فرضی در نظر گرفته شده است، تابع توزیع احتمالاتی بتا بطور فرضی برای آن در نظر گرفته شده است، که می تواند هر شکل دیگری نیز داشته باشد.

کنترلرهای PID از جمله کنترلرهای مشهور و پرکاربرد صنعتی می باشند که دارای ساختارهای متنوعی می باشند. در این مقاله از ساختار متداول کنترلرهای PID به شکل زیر استفاده شده است:

$j = 1, 2, \dots, w$ ، ω_j فرکانس های نمونه برداری شده به تعداد w می باشد.

در دیدگاه دوم که به آن طراحی مقاوم بر مبنای قابلیت اطمینان (RBDO) گفته می شود، تعدادی قید نامساوی تعریف می شود که با آنها معیارهای قابلیت اطمینان می گویند. و با توجه به این قیدها برای سیستم های تصادفی احتمال شکست را بدست می آورند و سعی می شود طراحی بگونه ای انجام شود که احتمال شکست در آن کمینه باشد. مبنای این روش مفهوم تابع حالت حدی $g(x)$ ، (Limit State Function) است، که ناحیه نامطلوب $g(x) \leq 0$ را از ناحیه مطلوب $g(x) > 0$ جدا می کند، که همان معیارهای قابلیت اطمینان می باشد. ناحیه نامطلوب را می توان به پدید آمدن هرگونه رفتار نامطلوب در سیستم تعریف کرد [۷]. احتمال نامطلوب بودن برابر است با: $Pf = P[g(x) \leq 0]$. احتمال نامطلوب بودن را می توان با توجه به انتگرال زیر تعریف کرد، در این رابطه، f_X تابع چگالی احتمال مرتبط به متغیر X می باشد:

$$Pf = P[g(x) \leq 0] = \int_{g(x) \leq 0} f_X dx \quad (2)$$

سیس برای هریک از شاخص های مورد نظر در طراحی یک تابع شمارنده I تعریف می شود. بطوریکه این تابع در نواحی نامطلوب مقدار ۱ و در نواحی مطلوب مقدار صفر را خواهد داشت. به عنوان مثال اگر پاسخ فرکانسی سیستم رفتاری خارج از محدوده عملکرد مطلوب داشته باشد این تابع مقدار ۱ و در غیر اینصورت مقدار صفر خواهد داشت، همچنین اگر سیستم حلقه بسته ناپایدار باشد این تابع مقدار ۱ و اگر پایدار باشد مقدار صفر خواهد داشت. با توجه به تابع حالت حدی، تابع شمارنده I را می توان بصورت زیر تعریف کرد:

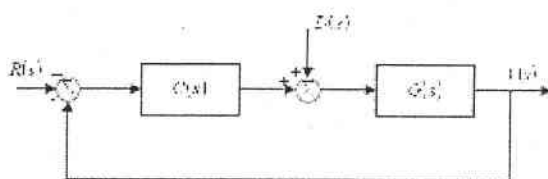
$$I_{g(x)} = \begin{cases} 0 & g(x) > 0 \\ 1 & g(x) \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

با توجه به رابطه فوق و روش شبیه سازی مونت کارلو می توان تقریب مناسبی از انتگرال (۲) بدست آورد. این تقریب بر مبنای نمونه برداری و شبیه سازی سیستم به تعداد N بار می باشد. سیس مقدار تقریبی احتمال نامطلوب بودن مورد نظر را می توان به صورت زیر بدست آورد:

صفحه چپ از صفحه مختلط قرار گیرد. بنابراین یکی از شاخص های قابلیت اطمینان را می توان احتمال ناپایداری در نظر گرفت، که به صورت زیر تعریف می شود:

$$P_i = \frac{N}{N} \frac{I(s_i) > 0}{N} \quad (8)$$

در اینجا (s_i) بخش حقیقی قطب تصادفی s_i می باشد و N تعداد نمونه های شبیه سازی شده می باشد. بنابراین احتمال ناپایداری برابر است با تعداد سیستم های ناپایدار تقسیم بر تعداد کل نمونه های تولید شده. بنابراین سیستمی دارای پایداری مقاوم است که احتمال ناپایداری آن برابر صفر باشد.



شکل ۱: نمایش سیستم حلق بسته SISO.

برای داشتن عملکرد مقاوم با توجه به روش قابلیت اطمینان، مرز ناحیه شکست برای پاسخ فرکانسی تابع تبدیل حلقه بسته سیستم $|T(j\omega)|$ که در شکل ۱ نشان داده شده است به صورت زیر تعریف می نمائیم:

$$\begin{aligned} \underline{h}(\omega) &= 1 & \omega & \in [10^{-3}, 10^{-1}] \\ \bar{h}(\omega) &= \frac{0.5}{\omega} & \omega & \in [0.5, 10^2] \end{aligned} \quad (9)$$

در اینجا $\underline{h}(\omega)$ و $\bar{h}(\omega)$ به ترتیب حد و پائین و بالای محدوده قابل اطمینان برای پاسخ فرکانسی می باشد.

برای افزایش میزان پایداری مقاوم برای سیستم های نامعین، درجه پایداری، S_∞^{-1} ، را با توجه به تابع حساسیت برای سیستم نشان داده شده در شکل ۱ که برابر $S(s) = \frac{1}{1 + C(s)G(s)}$ می باشد، به صورت زیر تعریف می

نمائیم:

$$S_\infty^{-1} = \|S\|_\infty^{-1} = \min_{\omega} |1 + L(j\omega)| \quad (10)$$

در اینجا $L(j\omega) = C(j\omega)G(j\omega)$ برابر با تابع تبدیل حلقه باز و $\min_{\omega} |1 + L(j\omega)|$ برابر کمترین فاصله تبدیل تبدیل

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (6)$$

در اینجا K_p ، K_i و K_d متغیرهای طراحی می باشند که با توجه به معیارهای مقاوم و بهینه سازی چند هدفی بدست می آیند.

در ادامه، ابتدا روش بهینه سازی چند هدفی و پس از آن معیارهای طراحی کنترل مقاوم ارائه خواهد شد.

۳-۱- بهینه سازی چند هدفی

در مسائل بهینه سازی چند هدفی، هدف یافتن بردار طراحی $X^* = [X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*]^T$ است که به کمک آن بتوان k تابع هدف f_i را تحت m قید نامساوی و p قید تساوی، بطور همزمان بهینه نمود. بنابراین فرآیند بهینه سازی چند هدفی را می توان به صورت زیر خلاصه نمود:

$$\begin{aligned} &\text{find} && X^* \\ &\text{optimize} && F(X) \\ &\text{subject to} && g_i(X) \leq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \\ &&& h_j(X) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, p) \end{aligned} \quad (7)$$

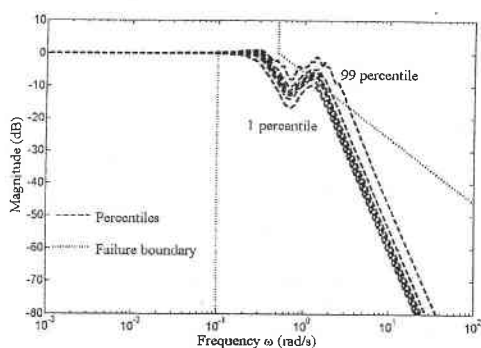
هنگامی که توابع هدف با هم در تضاد باشند بهینه کردن یکی می تواند باعث نامطلوب شدن در نتایج دیگری شود. این بدان معناست که امکان پیدا کردن تنها یک جواب که در آن واحد تمامی توابع هدف ما به ازای آن جواب، بهترین مقدار را ارائه دهد ممکن نیست. بنابراین اگر در جهت مطلوب کردن مقدار یکی از توابع هدف پیش برویم با نامطلوب شدن حداقل یکی از توابع هدف دیگر مواجه می شویم. لذا بر پایه این منطق در بهینه سازی چند هدفی، دست یافتن به یک دسته جواب (بهینه پارتو) مد نظر می باشد، که هر کدام از اعضای این دسته جواب بهترین مقدار را به یک یا چند تابع هدف اختصاص و کمترین نامطلوبی را در توابع دیگر ایجاد کرده باشند [۸]، [۹].

۳-۲- معیارهای مقاوم

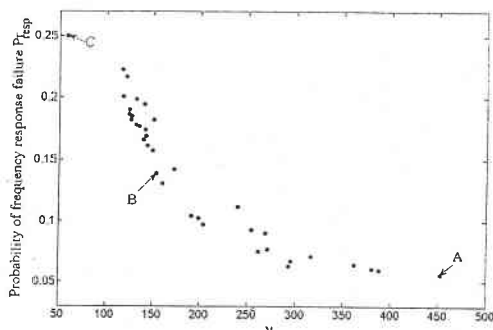
در این قسمت معیارهای پایداری و عملکرد مقاوم برای سیستم های نامعین احتمالاتی ارائه می شود.

یک سیستم خطی مستقل از زمان (LTI) دارای پایداری مقاوم است، اگر تمامی قطبهای تابع تبدیل حلقه بسته آن به ازای کلیه مقادیر پارامترهای نامعین احتمالاتی، در نیم

باشد، به عنوان یک نقطه مناسب طراحی انتخاب نمود. پارامترهای کنترلر PID متناسب با نقطه B به ترتیب $K_p = 0.138$ ، $K_i = 0.331$ و $K_d = 0.845$ می باشند. همچنین مقادیر توابع هدف ارائه شده در رابطه (۱۱) برای این نقطه برابر $\vec{F}_B = [0, 13.9\%, 154, 0.36]$ می باشد. رفتار تصادفی پاسخ فرکانسی برای نقطه B در شکل ۳ نشان داده شده است. در این مرز ناحیه شکست و منحنی های ۱، ۱۰، ۳۰، ۵۰، ۷۰، ۹۰ و ۹۹ درصدی را نشان می دهد. هر یک از این منحنی ها نشان دهنده میزان احتمال رخ دادن پاسخ فرکانسی در زیر آن می باشد.



شکل ۳: رفتار تصادفی پاسخ فرکانسی به ازای نقطه بهینه B.



شکل ۴: جبهه پارتوی حاصل از بهینه سازی ۴-هدفی برای توابع هدف Pr_{resp} و V .

در شکل ۴ جبهه پارتوی حاصل از بهینه سازی ۴-هدفی به ازای توابع هدف V و Pr_{resp} نشان داده شده است. در این شکل نیز به خوبی مشاهده می شود که با کاهش میزان احتمال شکست، انحراف نسبت به پاسخ فرکانسی سیستم معین افزایش می یابد. همانطور که مشاهده می شود نقطه A و C به ترتیب دارای بیشترین و کمترین میزان انحراف می باشند. در شکل ۵ انحراف نسبت به پاسخ معین در هر فرکانس نشان داده شده است و به خوبی مشاهده می شود

حلقه باز از نقطه $-1 + j0$ در دیاگرام نایکوئیست می باشد. این تعریف برابر با معکوس $\infty - norm$ تابع حساسیت می باشد [۳].

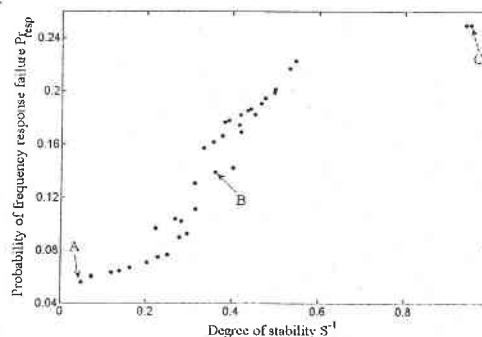
با توجه به آنچه که گفته شد بردار توابع هدف در این روش به صورت زیر می باشد:

$$\vec{F} = [Pr_{ins}, Pr_{resp}, V, S_{\infty}^{-1}] \quad (11)$$

در اینجا تمامی توابع هدف بطور همزمان بهینه می شوند، بطوریکه سه تابع اول مینیمم و تابع هدف چهارم ماکزیمم می شوند.

۴- تحلیل نتایج

با استفاده از بهینه سازی چند هدفی به ازای ۲۵۰ نمونه تولید شده توسط روش HSS تعداد ۳۷ نقطه بهینه غیر برتر بدست آمده است که همگی دارای احتمال ناپایداری صفر می باشند ($Pr_{ins} = 0$). در شکل ۲ جبهه پارتوی حاصل از بهینه سازی ۴-هدفی به ازای توابع هدف S_{∞}^{-1} و Pr_{resp} نشان داده شده است.



شکل ۲: جبهه پارتوی حاصل از بهینه سازی ۴-هدفی برای توابع هدف Pr_{resp} و S_{∞}^{-1} .

به خوبی در شکل ۲ مشاهده می شود که با افزایش درجه پایداری میزان احتمال شکست پاسخ فرکانسی نیز افزایش می یابد، یعنی با بهبود در وضعیت یکی از توابع هدف، تابع هدف دیگر به سمت وضعیت نامطلوب پیش می رود. در این نقطه A دارای کمترین احتمال شکست پاسخ فرکانسی و کمترین درجه پایداری می باشد، همچنین نقطه C دارای بیشترین احتمال شکست پاسخ فرکانسی و بیشترین درجه پایداری می باشد. با مصالحه بین این دو تابع هدف می توان نقطه B را که یک نقطه بهینه میانی در جبهه پارتو می

شکل ۶-الف مشاهده می شود که پاسخ کنترلر C مناسب نمی باشد و علت آن هم بالا بودن احتمال شکست پاسخ فرکانسی آن می باشد. در شکل ۶-ب مشاهده می شود که با افزایش درجه پایداری (شکل ۲) توانایی سیستم در از بین بردن اغتشاشات خارجی افزایش می یابد. بطوریکه مشاهده می شود کنترلر C در کمتر از ۱۰ ثانیه اغتشاشات خارجی را از بین می برد، این زمان برای کنترلر B در حدود ۲۰ ثانیه و برای کنترلر A، ۳۰ ثانیه می باشد.

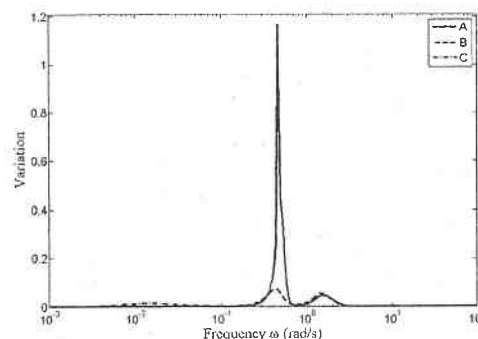
۵- نتیجه گیری

استفاده از تحلیل احتمالاتی و بهینه سازی چند هدفی ابزار مناسبی جهت طراحی بهینه کنترل مقاوم برای سیستم های نامعین می باشد. توابع هدف معمولاً با یکدیگر در تضاد می باشند و برای این توابع هدف تنها می توان بهینه سازی چند هدفی را استفاده نمود. در این مقاله پارامترهای بهینه کنترلر PID با استفاده از تلفیق بهینه سازی چند هدفی، طراحی مقاوم بهینه و طراحی مقاوم بر مبنای قابلیت اطمینان بدست آورده شد و نتایج حاصل از آن کارایی این روش را در یافتن مصالحه بین توابع هدف، به خوبی نشان می دهد.

مراجع

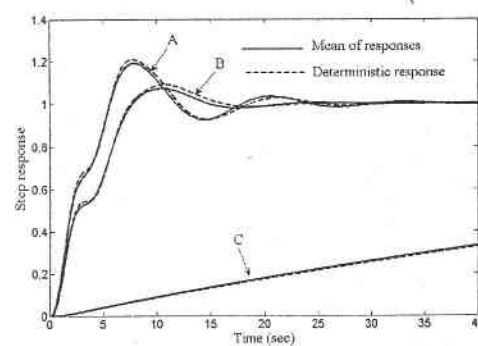
- [1] B. Porter, A.H. Jones, "Genetic tuning of digital PID controllers", Electronic Letters, 28(9), pp. 843-844, 1992.
- [2] B. Porter, A. Sangolola, N. Nariman-Zadeh, "Genetic design of computed torque controllers for robotic manipulators", IASTED Int. Conference on System and Control, Lugano, Switzerland, 1994.
- [3] J.C. Doyle, B.A. Francis, A.R. Tannenbaum, "Feedback Control Theory", Macmillan Publishing Company, 1992.
- [4] L.G. Crespo, "Probabilistic Formulations to Robust Optimal Control", 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Material Conference, 19-22 April 2004, Palm Springs, California, USA.
- [5] R.F. Stengel, L.R. Ryan, "Stochastic Robustness of Linear Time-Invariant Control Systems", IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, Vol. 36, No. 1, pp. 82-87, Jan. 1991.
- [6] Q. Wang, R.F. Stengel, "Searching for Robust Minimal-order Compensators", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 123, pp. 223-236, June 2001.
- [7] Q. Wang, R.F. Stengel, "Robust control of nonlinear systems with parametric uncertainty", Automatica, Vol. 38, pp. 1591 - 1599, 2002.
- [8] N. Nariman-zadeh, K. Atashkari, A. Jamali, A. Pilechi, X. Yao, "Inverse modeling of multi-objective thermodynamically optimized turbojet engine using GMDH-type neural networks and evolutionary algorithms", Engineering Optimization, Vol. 37, pp. 437-462(26). 2005.
- [9] K. Atashkari, N. Nariman-zadeh, A. Jamali, A. Pilechi, "Thermodynamic Pareto Optimization of turbojet using multi-objective genetic algorithm", International Journal of Thermal Science, Vol.44, No. 11, pp. 1061-1071, Elsevier, 2005.

که نقطه A دارای بیشترین انحراف می باشد.

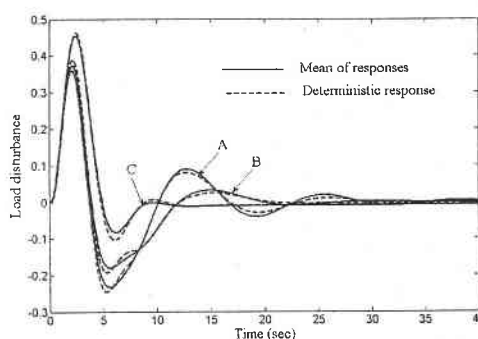


شکل ۵: مقدار انحراف نسبت به پاسخ فرکانسی سیستم معین در هر فرکانس به ازای نقاط بهینه A، B و C.

در شکل ۶ میانگین پاسخ های تصادفی به ازای ورودی پله واحد و اغتشاش ضربه برای سه نقطه A، B و C نشان داده شده است. همچنین پاسخ سیستم معین نیز در این شکل نشان داده شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۶: میانگین پاسخ های تصادفی و پاسخ سیستم معین برای نقاط A، B و C برای حالت های (الف) ورودی پله واحد، $R(s)$ (ب) ورودی اغتشاش ضربه، $D(s)$.

همانطور که در شکل ۶ مشاهده می شود میانگین پاسخ ها به پاسخ سیستم معین بسیار نزدیک می باشد، همچنین در