

مقایسه عملکرد EKF و UF(Unscent Filter) در تخمین دوران جسم چرخان بر مبنای فضای برداری کوواترینون در یک سنسور MARG

محمد احمدی، علیرضا خیاطیان و پاکنوش کریم آقائی

شیراز، دانشگاه شیراز، دانشکده مهندسی، بخش برق و الکترونیک

E-mail: mmd_ahmadi@yahoo.com, khayatia@shirazu.ac.ir, kaghaee@shirazu.ac.ir

چکیده - در این مقاله الگوریتم جدیدی برای تخمین دوران اجسام چرخان بر مبنای بردار حالت خطا و با استفاده از ایده همجوشی داده ها ارائه شده است. نمایش دورانی انتخاب شده فضای کوواترینون می باشد. سنسور استفاده شده یک MARG سنسور است که متشکل از یک ژایروی نرخی سه محوره، یک مغناطیس متر سه محوره و یک جاذبه سنج سه محوره بوده که دو سنسور اخیر نقش سنسورهای کمکی را ایفا می کنند. بر مبنای ساختار سنسورها و ویژگیهای فضای برداری کوواترینون مدلهای غیر خطی برای پروسه و اندازه گیری بر حسب بردار خطای حالت بدست می آیند که مستقل از دینامیک جسم چرخان می باشند. با توجه به غیر خطی بودن مدل ها، از فیلترهای EKF و UF برای تخمین بردار حالت خطا استفاده می شود و توسط یک الگوریتم تخمین از روی بردار حالت خطای تخمین زده شده، زوایای اولیه متناظر بدست آورده میشوند. در نهایت عملکرد دو فیلتر از نظر جذر میانگین مربعات خطای زوایای اولیه، واریانس المانهای بردار حالت تخمین زده شده و بار محاسباتی با یکدیگر مقایسه شده اند. نتایج نشان می دهد که در تخمین دوران اجسام صلب، UF جایگزین مناسبی برای EKF می باشد.

کلید واژه- بردار حالت خطا، فیلتر UF، کوواترینون، همجوشی داده ها

۱- مقدمه

کوواترینون نسبت به نمایشهای دیگر این مزیت را دارد که این نمایش در هیچ زاویه ای دچار مشکل منفرد بودن نمی شود و همین مساله برای این نمایش یک مزیت بحساب می آید.

فیلتر کالمن یک الگوریتم بازگشتی است که برای تخمین بردار حالت در سیستمهای خطی بکار گرفته می شود. استفاده از این فیلتر در سیستمهای غیر خطی بصورت فیلتر کالمن تعمیم یافته (EKF) می باشد. در EKF سیستم خطی شده جایگزین توابع غیر خطی شده و ماتریسهای ژاکوبین تعریف می شوند. اصلترین نقطه ضعف EKF را میتوان در عدم وجود ماتریسهای ژاکوبین برای بعضی سیستمهای غیر خطی ذکر نمود. در اواخر دهه ۹۰ میلادی فیلتر جدیدی با نام فیلتر Unscent (UF) ارائه شد که اصول

امروزه تخمین و فیلترها بعنوان یکی از ابزارهای مهم در پردازش سیگنال در مهندسی شناخته شده اند. هر جا که نیاز است تخمین صحیحی از حالات سیستم و با تکیه بر داده های نویزی سنسورها بدست آید، از تخمینگرها همراه با ایده همجوشی داده های سنسورهای مختلف استفاده می شود. اصولاً اولین قدم بمنظور تخمین دوران یک جسم دوار، مشخص کردن چگونگی نمایش دوران آن می باشد.

دوران یک جسم صلب را میتوان توسط مجموعه ای از پارامترها که موقعیت زاویه ای دستگاه مختصات بدنه جسم را نسبت به دستگاه مختصات دیگر بیان میکند تعریف نمود. از بین نمایشهای موجود برای دوران جسم صلب همچون زوایای اولیه، پارامترهای رودریگز و کوواترینون [۷]، نمایش

آن از قضیه اویلر سرچشمه میگیرد [۷]. قضیه اویلر بیان می کند که دوران هر جسم حول مرکز ثقلش را می توان بصورت دوران حول یک بردار واحد u_α و باندازه α بیان نمود. از این قضیه استفاده شده و فضای برداری کوواترنیون معرفی میشود. هر بردار در این فضا را می توان بصورت یک عدد مختلط با چهار پارامتر نشان داد که در آن q_4 عضو اسکالر بردار کوواترنیون و المانهای دیگر، اعضاء غیر اسکالر این بردار می باشند.

$$\tilde{q} = q_1 \tilde{i} + q_2 \tilde{j} + q_3 \tilde{k} + q_4 \quad (1)$$

i, j, k بردارهای پایه هستند. نمایش برداری کوواترنیون بصورت $\tilde{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T = [\tilde{q} \ q_4]^T$ می باشد. برای اینکه بردار کوواترنیون \tilde{q} متناظر با سه دوران تسلسلی حول محورهای مختصات x, y, z باشد باید حتماً \tilde{q} نرمالیزه باشد، $\|\tilde{q}\|_2 = 1$. اگر \tilde{p}, \tilde{q} دو بردار کوواترنیونی باشند آنگاه ضرب کوواترنیونی دو بردار عبارتست از:

$$\begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \tilde{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -b & -c & -d \\ b & a & -d & c \\ c & d & a & -b \\ d & -c & b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \\ h \end{bmatrix} \Rightarrow \tilde{q} \otimes \tilde{p} = \begin{bmatrix} a & -b & -c & -d \\ b & a & -d & c \\ c & d & a & -b \\ d & -c & b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \\ h \end{bmatrix} \quad (2)$$

\otimes نمایان کننده ضرب کوواترنیون می باشد. ضرب این دو بردار کوواترنیونی از نظر دورانی متناظر با یک دوران تسلسلی است بطوریکه دوران متناظر با \tilde{q} بعد از دوران \tilde{p} اتفاق می افتد. از ویژگیهای دیگر فضای برداری کوواترنیون اینست که اگر ماتریس A ، ماتریسی بر حسب بردار کوواترنیون \tilde{q} بوده و \tilde{q} نیز خود بر حسب دو بردار \tilde{q}_1, \tilde{q}_2 باشد آنگاه میتوان نوشت:

$$\begin{cases} A(\tilde{q}) = A(\tilde{q}_1 \otimes \tilde{q}_2) = A(\tilde{q}_1)A(\tilde{q}_2) \\ \tilde{q} = \tilde{q}_1 \otimes \tilde{q}_2 \end{cases} \quad (3)$$

ماتریس تبدیل از دستگاه مختصات زمین به دستگاه مختصات بدنه که همان C_n^b است بر حسب پارامترهای کوواترنیون بشکل زیر می باشد:

$$C_n^b = \begin{bmatrix} 1-2(q_2^2+q_3^2) & 2(q_1q_2+q_4q_3) & 2(q_1q_3-q_2q_4) \\ 2(q_1q_2-q_4q_3) & 1-2(q_1^2+q_3^2) & 2(q_2q_3+q_1q_4) \\ 2(q_1q_3+q_2q_4) & 2(q_2q_3-q_1q_4) & 1-2(q_1^2+q_2^2) \end{bmatrix} \quad (4)$$

رابطه بین سرعتهای زاویه ای و نرخ تغییر پارامترهای

آن برگرفته از تبدیلی با عنوان تبدیل Unscent می باشد [۱]. این تبدیل بیان میکند که بجای تقریب زدن یک تابع غیرخطی، آسانتر آنست که توزیع احتمال مربوط به آن را تقریب بزیم. از مزایای این فیلتر جدید میتوان به موارد زیر اشاره کرد [۲و۱]:

- عدم نیاز به بدست آوردن ماتریسهای ژاکوبین و در نتیجه حذف مشکلات ایجاد شده توسط این ماتریسها.

- در فیلتر Unscent بر خلاف EKF، که تابع توزیع احتمال پروسه تصادفی بایستی از نوع گوسی باشد، لزومی ندارد که تابع توزیع احتمال پروسه تصادفی گوسی باشد.

- در فیلتر Unscent این امکان وجود دارد که گشتاورهای مرتبه دو به بالای توزیع نیز با دقت خوبی بدست آورده شود.

- در فیلتر Unscent میانگین پارامترهای تخمین زده شده از دقت و صحت بالاتری نسبت به EKF برخوردارند [۱].

با توجه به مزایای ذکر شده، استفاده از UF در تخمین بردار حالت سیستمهای غیر خطی روز به روز رو به گسترش است که نمونه هایی از کاربردهای آنرا می توان در مراجع [۳]، [۴]، [۵] و [۶] مشاهده نمود.

در این مقاله با تعریف یک بردار خطای حالت، مدلی برای دوران جسم بر مبنای فضای برداری کوواترنیون ارائه شده است که این مدل مستقل از دینامیک حرکتی جسم چرخان می باشد. با استفاده از این مدل و تحت ساز و کار همجوشی داده ها، پس از تخمین بردار خطای حالت توسط EKF و UF بوسیله الگوریتمی دوران جسم حول محورهای مختصات تخمین زده شده است. مطالب ارائه شده در مقاله بصورتی که در ادامه می آید است؛ بخش دوم به توضیح فضای برداری کوواترنیون می پردازد و در بخش سوم چگونگی بدست آوردن مدل پروسه بیان می گردد. در بخش چهارم مدل اندازه گیری آمده است و در بخش پنجم فیلتر جدید UF بصورت مختصر مورد بررسی قرار می گیرد. شبیه سازی های انجام شده در بخش ششم آورده شده است و نتیجه گیری نهایی حاصل از شبیه سازیها نیز در بخش هفتم ذکر می شوند.

۲- فضای برداری کوواترنیون

نمایش کوواترنیون یک نمایش چهارپارامتری است که ایده

کوواترینون، که تحت عنوان سینماتیک دورانی در فضای برداری کوواترینون شناخته می شود، به فرم ماتریسی زیر بیان میگردد [۷]:

$$\delta q = q_{\text{true}} \otimes q_{\text{predicted}}^{-1} \quad \text{or} \quad q_{\text{true}} = \delta q \otimes q_{\text{predicted}} \quad (8)$$

در رابطه فوق \otimes نمایشگر ضرب کوواترینونی بوده و بردار خطای کوواترینون، δq ، نیز بصورت $\delta q = [\delta q_1 \ \delta q_2 \ \delta q_3 \ \delta q_4]^T$ نشان داده می شود. بردار خطای کوواترینون همانند بردار کوواترینون از قید $\|\delta q\|_2 = 1$ تبعیت میکند. وجود این قید باعث می شود که خطای کوواترینون، بعنوان بخشی از بردار حالت، در نهایت منجر به منفرد بودن ماتریس کوواریانس خطای متناظر با این بخش از بردار حالت شود؛ و در نتیجه ادامه پروسه تخمین با مشکل مواجه می گردد. برای حل این مشکل فقط از بخش برداری بردار خطای کوواترینون یعنی δq_2 استفاده شده و از قسمت عددی آن، δq_4 ، صرفنظر می شود. در نهایت بردار حالت خطا بصورت زیر تعریف می گردد:

$$x = [\delta q_1 \ \delta q_2 \ \delta q_3 \ \Delta b_1 \ \Delta b_2 \ \Delta b_3]^T = [\delta \bar{q} \ \Delta b]^T \quad (9)$$

معادلات حاکم بر یک ژایروی نرخ بصورت زیر قابل بیان است [۹]:

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega_m - b - n_r \\ \dot{b} = n_w \end{cases} \quad (10)$$

b بایاس ژایرو، ω_m سرعت زاویه ای اندازه گیری از ژایرو، $n_r \in \mathbb{R}^1$ و $n_w \in \mathbb{R}^2$ نویز سفید گوسی با میانگین صفر و کوواریانس \bar{Q}_1, \bar{Q}_2 و $\dot{\theta}$ سرعت زاویه ای صحیح می باشد. با تکیه بر روابط این بخش و رابطه سینماتیک دورانی در فضای برداری کوواترینون، مدل پروسه بقرار زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \delta \dot{\bar{q}} \\ \Delta \dot{b} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\omega_m \times \delta \bar{q} + .5(\Delta b + n_r) \times \delta \bar{q} - .5L(\Delta b + n_r) \\ n_w \end{bmatrix} \\ &= f(x(t), \omega_m, \tilde{n}) \\ L &= \sqrt{1 - \|\delta \bar{q}\|_2^2} \end{aligned} \quad (11)$$

f تابع غیر خطی مدل پروسه با بعد n است. n_r, n_w با همدیگر نویز سفید گوسی $\tilde{n} = [n_r, n_w]^T \in \mathbb{R}^2$ با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس $Q = \text{diag}(\bar{Q}_1, \bar{Q}_2)$ را تشکیل

کوواترینون، که تحت عنوان سینماتیک دورانی در فضای برداری کوواترینون شناخته می شود، به فرم ماتریسی زیر بیان میگردد [۷]:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = 0.5 \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y & \omega_x \\ -\omega_x & 0 & \omega_z & \omega_y \\ \omega_x & -\omega_z & 0 & \omega_y \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (5)$$

که در این رابطه $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ سرعتهای زاویه ای اندازه گیری شده توسط یک ژایروی نرخ سه محوره می باشد. در همین جا لازم بذکر است که از اولین روشها برای تخمین بردار کوواترینون، انتگرالگیری از رابطه ۵ با داشتن سرعتهای زاویه ای ژایرو و مقادیر اولیه می باشد. چگونگی استخراج زوایای اوپلر از ماتریس تبدیل بصورت زیر می باشد.

$$\begin{cases} \phi = \arctan\left(\frac{c_{32}}{c_{33}}\right) \\ \theta = \arcsin(-c_{31}) \\ \psi = \arctan\left(\frac{c_{21}}{c_{11}}\right) \end{cases} \quad (6)$$

C_{ij} المان سطر i ام و ستون j ام ماتریس تبدیل C می باشد. ϕ دوران حول محور x با نام Roll، θ دوران حول محور y با نام Pitch و ψ دوران حول محور z با نام Yaw می باشد.

۳- مدل پروسه

در صورت استفاده از بردار حالت کامل (total-state) در تخمین دوران، مدل ارائه شده برای دوران جسم به دینامیک جسم صلب وابسته می شود و با کمترین تغییر در دینامیک جسم صلب این مدل کارائی خود را از دست می دهد. در اینجا بمنظور حذف این محدودیت از بردار حالت خطا (error-state) برای مدلسازی دوران جسم چرخان استفاده شده است. بمنظور تعریف بردار حالت خطا به معرفی دو بردار جدید تحت عنوان بردار خطای بایاس و بردار خطای کوواترینون می پردازیم. بردار خطای بایاس ژایرو، که بصورت اختلاف بین بایاس صحیح و بایاس پیش بینی شده تعریف می گردد، و به صورت زیر می باشد:

$$\Delta b = b_{\text{true}} - b_{\text{predicted}} \quad (7)$$

برداری خطای کوواترینون برداری است که از ترکیب بردار

سنج بردار جاذبه زمین با مقدار $[0 \ 0 \ 9.8]^T$ است که برای کلیه نقاط واقع بر سطح زمین و در نزدیکی آن برابر با همین مقدار در نظر گرفته شده است. برای مغناطیس متر بردار \bar{r}_k بردار مغناطیسی محلی می باشد و با توجه به مکانی که جسم در آنجا قرار دارد تعیین می شود. از آنجائیکه مدل پروسه بر حسب بردار خطای کوواترینون بدست آمده است لازم است که مدل اندازه گیری نیز بر حسب همین بردار خطای کوواترینون بیان شود، بدین منظور با استفاده از روابط ۱۴، ۸ و ۲ داریم:

$$\begin{cases} z_k = C(q_{t_k}) \bar{r}_k + v_k \\ = C(\delta q_{t_k} \otimes \hat{q}(k|k-1)) \bar{r}_k + v_k \\ = C(\delta q_{t_k}) C(\hat{q}(k|k-1)) \bar{r}_k + v_k \Rightarrow z_k = h(x_k) + v_k \\ = h(\delta q_{t_k}) + v_k \\ = h(x_k) + v_k \end{cases} \quad (15)$$

و نهایتاً مدل اندازه گیری بصورت یک مدل کاملاً غیرخطی بر حسب بردار حالت بصورت زیر بیان می شود:

$$Z_k = \begin{bmatrix} z_k^{acc} \\ z_k^{mag} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h^{acc}(x_k) \\ h^{mag}(x_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_k^{acc} \\ v_k^{mag} \end{bmatrix} = h(x_k) + v_k \quad (16)$$

Z_k بردار اندازه گیری و h تابع غیر خطی مدل اندازه گیری با بعد m می باشد. بردار $v_k = [v_k^{acc}, v_k^{mag}]^T$ بعنوان نویز اندازه گیری، نویز سفید گوسی با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس $R = \text{diag}([R^{acc}, R^{mag}])$ می باشد.

با توجه به اینکه در روند بدست آمدن مدل‌های پروسه و اندازه گیری، بهیچ وجه دینامیک جسم صلب دخیل نبوده لذا این مدل دورانی را می توان بمنظور تخمین دوران هر جسم صلبی استفاده نمود و آنرا مستقل از دینامیک جسم دوار دانست.

۵- فیلتر Unscent (UF)

با توجه به مدل‌های پروسه و اندازه گیری بدست آمده می توان رابطه ۱۷ را برای مدل فضای حالت دوران جسم در نظر گرفت:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), \omega_m, \tilde{n}) \\ Z_k = h(x_k) + v_k \end{cases} \quad (17)$$

که کلیه پارامترهای این مدل فضای حالت در بخش‌های قبلی

می دهند. ω_m سرعت زاویه ای خروجی ژایرو بوده که بعنوان یک سیگنال خارجی شناخته می شود. چگونگی بدست آمدن مدل پروسه بصورت مشروح در [۸] آمده است. در [۳] بردار حالت تعریف شده، همانند بردار حالت در این مقاله، بصورت ترکیبی از بردار خطای کوواترینون و بردار خطای بایاس ژایرو می باشد. البته مدل ارائه شده در مقاله مذکور با فرض $\delta q_4 = 1$ بدست آمده است که این فرض با قید نرمالیده بودن بردار خطای کوواترینون، $\|\delta q\|_2 = 1$ ، در تضاد است.

با توجه به اینکه طبق مدل رابطه (۱۱) پس از فیلترینگ، $\delta \bar{q}$ تخمین زده میشود از روی $\|\delta q\|_2 = 1$ میتوان مقدار δq_4 را بدست آورد. برای بدست آوردن ماتریس کوواریانس بردار کوواترینون $\delta \hat{q}$ ، $P_{\delta q} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ ، از روی ماتریس کوواریانس تخمین زده شده متناظر با $\delta \hat{q}$ ، $P_{\delta \bar{q} \delta \bar{q}} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ، از روابط زیر استفاده می شود.

$$P_{\delta q} = \begin{bmatrix} P_{\delta \bar{q} \delta \bar{q}} & P_{\delta \bar{q} \delta q_4} \\ P_{\delta q_4 \delta \bar{q}} & P_{\delta q_4 \delta q_4} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} P_{\delta \bar{q} \delta q_4} &= -\frac{1}{\delta q_4} P_{\delta \bar{q} \delta \bar{q}} \delta \bar{q} \\ P_{\delta q_4 \delta q_4} &= \frac{1}{\delta q_4^2} \delta \bar{q}^T P_{\delta \bar{q} \delta \bar{q}} \delta \bar{q} \end{aligned} \quad (13)$$

در این رابطه $P_{\delta \bar{q} \delta q_4}$ نمود وابستگی متقابل بین δq_4 و $\delta \bar{q}$ است و $P_{\delta q_4 \delta q_4}$ واریانس المان δq_4 می باشد. جزئیات بدست آوردن روابط ۱۲ و ۱۳ در [۸] بصورت مشروح بیان شده است.

۴- مدل اندازه گیری

با توجه به ساختار جاذبه سنج و مغناطیس متر و همچنین با در نظر گرفتن کمیت های اندازه گیری شده توسط آنها، مدل زیر برای این دو سنسور ارائه می شود [۹]:

$$z_k = C(q_{t_k}) \bar{r}_k + v_k \quad (14)$$

در رابطه بالا z_k خروجی سنسور و $C(q_{t_k})$ ماتریس دوران از دستگاه مختصات زمین به دستگاه مختصات بدنه در لحظه k ام می باشد. q_{t_k} بردار کوواترینون صحیح در لحظه k ام و v_k نویز سفید گوسی با میانگین صفر بوده که نویز اندازه گیری در لحظه k ام می باشد. بردار \bar{r}_k برای جاذبه

κ فاکتور است که با تنظیم آن می توان خطای پیش بینی را کاهش داد و در صورتیکه توزیع گوسی باشد $n+\kappa=3$ است. $\hat{x}(k+1|k)$, $P(k+1|k)$ بترتیب بردار حالت پیش بینی شده و ماتریس کوواریانس متناظر با آن است. $\hat{x}(k+1|k+1)$, $P(k+1|k+1)$ نیز بردار حالت تخمین زده شده و ماتریس کوواریانس متناظر با آن می باشد.

۶- نتایج شبیه سازی

در این بخش با انجام شبیه سازیهای عملکرد دو فیلتر را با یکدیگر مقایسه می کنیم. شبیه سازیها بر طبق یک سناریوی فرضی دورانی همزمان حول سه محور x, y, z انجام می شود. خروجی سنسورها توسط روابط ۱۰ و ۱۵ و با آغشته کردن آنها به نویز بسیار. بالا شبیه سازی شده است. زمان شبیه سازی ۲۵ ثانیه و نرخ نمونه گیری ۱ میلی ثانیه (۱ کیلو هرتز) می باشد. بمنظور بدست آوردن زوایای φ, θ, ψ از روی بردار حالت خطای تخمین زده شده، الگوریتم شکل (۱) مورد استفاده قرار می گیرد. در این الگوریتم داده های بدست آمده از سنسورهای کمکی تحت سازوکار همجوشی داده ها با یکدیگر ترکیب می شوند و همراه با خروجی ژایروی نرخی تخمینی از دوران جسم را بدست می آورند. این الگوریتم در ۶ مرحله پیاده سازی می شود:

۱- مقادیر اولیه $\hat{x}_{initial}$, $P_{initial}$, $\hat{b}(0|-1)$ و $\hat{q}(0|-1)$ به الگوریتم اعمال می شود.

۲- توسط فیلتر تخمینگر، تخمینی از بردار حالت $\hat{x}(k|k)$ که شامل $\Delta \hat{b}(k|k)$, $\delta \hat{q}(k|k)$ می باشد، بدست می آید.

۳- توسط $\delta \hat{q}(k|k)$ و بر پایه قید $\|\delta q\|_2 = 1$ بردار $\delta \hat{q}(k|k)$ بدست آورده می شود.

۴- $\hat{q}(k|k)$ توسط رابطه ۸ بدست می آید و بوسیله رابطه ۵ این بردار کوواترینون به زوایای اوایل تبدیل می شود.

۵- با استفاده از $\hat{b}(k|k)$ و معادله ۱۰ سرعت زاویه ای، $\hat{\omega}(k|k)$ ، تخمین زده می شود (این مرحله بصورت موازی با مرحله ۳ انجام می گردد).

۶- با داشتن $\hat{\omega}(k|k)$ و $\hat{q}(k|k)$ توسط انتگرالگیری از

معرفی شده اند. برای پیاده سازی UF بایستی در ابتدا بوسیله شرایط اولیه $P(k|k)$ و $\hat{x}(k|k)$ مجموعه نقاطی تحت عنوان نقاط سیگما، χ^a ، و همینطور وزنهائی متناظر با این نقاط، W_i ، بدست آورد. سپس از روی نقاط سیگمای وزن دار بدست آمده، بردار حالت تخمین زده میشود. چگونگی پیاده سازی UF در روابط زیر بیان شده است [۱]:

$$1) \quad x^a(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \tilde{n}(t) \end{bmatrix} \quad x^a \in \mathcal{R}^{n^a = n+r}$$

$$2) \quad \hat{x}^a(k|k) = \begin{bmatrix} \hat{x}(k|k) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P^a(k|k) = \text{diag}([P(k|k), Q])$$

$$3) \quad \dot{x}(t) = f(x^a(t), \omega_m)$$

۴)

$$\begin{cases} \chi_0^a = \bar{x} & W_0 = \frac{n}{n+\kappa} \quad i=0 \\ \chi_i^a = \bar{x} + (\sqrt{(n+\kappa)P_x})_i & W_i = \frac{1}{2(n+\kappa)} \quad i=1, \dots, n \\ \chi_{i+n}^a = \bar{x} - (\sqrt{(n+\kappa)P_x})_i & W_{i+n} = \frac{1}{2(n+\kappa)} \quad i=1, \dots, n \end{cases} \quad (n^a + \kappa = 3)$$

$$5) \quad \dot{\chi}_i^* = f(\chi_i^*, t) \quad i \in \{0, 1, \dots, 2n^a\}$$

$$6) \quad \hat{x}(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n^a} W_i \chi_i^*$$

$$7) \quad P(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n^a} W_i \{ \chi_i^* - \hat{x}(k+1|k) \} \{ \chi_i^* - \hat{x}(k+1|k) \}^T$$

$$8) \quad \chi_i^{**} = h(\chi_i^*) \quad i \in \{0, 1, \dots, 2n^a\} \quad (18)$$

$$9) \quad \hat{Z}(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n^a} W_i \chi_i^{**}$$

$$10) \quad P_{zz} = R + \sum_{i=0}^{2n^a} W_i \{ \chi_i^{**} - \hat{Z}(k+1|k) \} \{ \chi_i^{**} - \hat{Z}(k+1|k) \}^T$$

$$11) \quad P_{xz} = \sum_{i=0}^{2n^a} W_i \{ \chi_i^* - \hat{x}(k+1|k) \} \{ \chi_i^{**} - \hat{Z}(k+1|k) \}^T$$

$$12) \quad K(k+1) = P_{xz} P_{zz}^{-1}$$

$$13) \quad \hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1) \cdot (Z(k+1) - \hat{Z}(k+1|k))$$

$$14) \quad P(k+1|k+1) = P(k+1|k) - K(k+1) P_{zz} K^T(k+1)$$

yaw تخمین زده شدند. بمنظور تخمین زوایای چرخش از EKF و UF استفاده و با مقایسه عملکرد آنها از نظر rms error، بار محاسباتی و واریانس به این نتیجه رسیدیم که در کاربردهای تخمین دوران UF جایگزین مناسبی برای EKF می باشد.

مراجع

- [۱] Julier, J. S., "A New Extension of The Kalman Filter to Nonlinear Systems", *International Symposium Aerospace/Defense Sensing, Simulation and Control*, Orlando, FL, ۱۹۹۵.
- [۲] Julier, S. J., Uhlmann, J. K., "Unscented Filtering and Nonlinear Estimation.", *Proceedings of the IEEE*, ۲۰۰۴, Vol. ۹۲, No. ۳, pp. ۴۰۱-۴۲۲.
- [۳] Kraft, E., "A Quaternion-based Unscented Kalman Filter for orientation Tracking", *ISIF ۲۰۰۳*.
- [۴] Joseph, J., "A comparison of Unscented and Extended Kalman Filtering for Estimating Quaternion Motion.", *Ameriacn Control Conference ۲۰۰۳*.
- [۵] Romanenko, A., "The Unscented Filter as an Alternative to the EKF for Nonlinear State Estimation: A Simulation Case Study.", *The Journal of Computers & Chemical Engineering*, ۲۰۰۴, Vol. ۲۸, pp. ۳۴۷-۳۵۵.
- [۶] Crassidis, J. L., "Unscented Filtering for Spacecraft Attitude Estimation." *American Journal of Guidance, Control, and Dynamic*, ۲۰۰۳, Vol. ۲۶.
- [۷] Titterton, D. H., Weston, J. L., *Strapdown Inertial Navigation Technology*. IEE, ۱۹۹۷.
- [۸] محمد احمدی، علیرضا خیاطیان، پانکوش کریم آقائی، "شبیه سازی تخمین موقعیت توسط فیلتر Unscent بر پایه فضای برداری کوواترنیون"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شیراز، ۱۳۸۵
- [۹] Roumeliotis, S., "Smoother Based ۲D Attitude Estimation for Mobile Robot Localization.", *Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Detroit, MI (۱۹۹۹b).

رابطه ۵ بردار $\hat{q}(k+1|k)$ بدست آورده می شود.

۷- به مرحله ۲ می رویم و برای زمانهای بعدی الگوریتم تخمین را طی می کنیم.

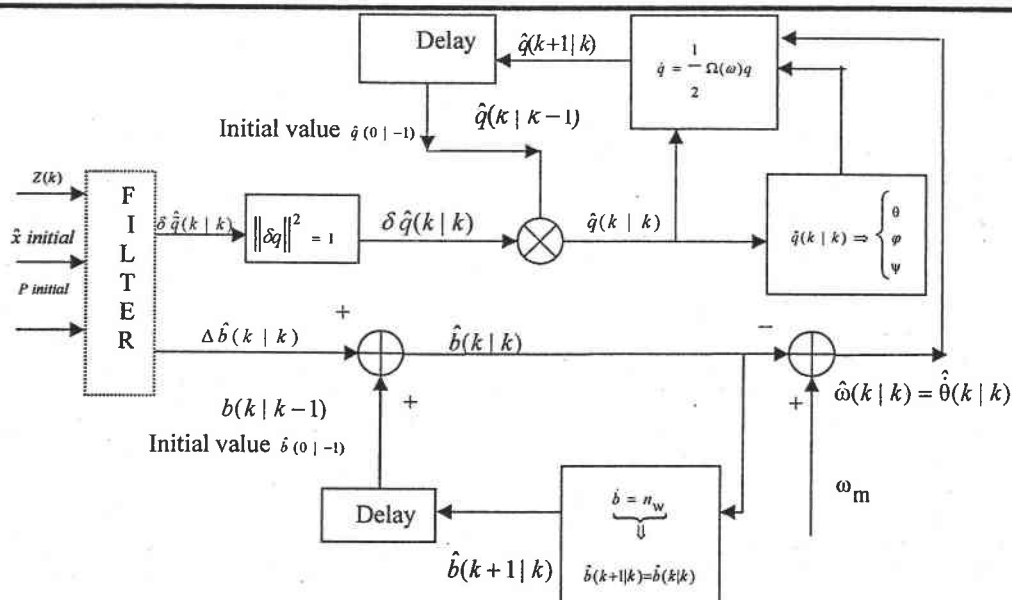
در شبیه سازیهای انجام شده در ابتدا جذر میانگین مربعات خطا (rms error) برای زوایای ϕ, θ, ψ برای سه حالت با یکدیگر مقایسه می شوند. در حالت اول با انتگرالگیری از معادله سینماتیک دورانی رابطه ۵ چرخش جسم تخمین زده می شود. در حالت دوم، با استفاده از الگوریتم شکل (۱) و به همراه فیلتر EKF تخمین دوران شبیه سازی می گردد و در حالت سوم الگوریتم شکل (۱) البته اینبار با UF پیاده سازی می شود. مقادیر rms error برای زوایای ϕ, θ, ψ حاصل از شبیه سازی برای حالت اول به ترتیب ۱۹،۰۵ و ۳۲،۱۳ و ۳۹،۹۵، برای حالت دوم به ترتیب ۷،۳۹ و ۴،۵۵ و ۳،۵۵ و برای حالت سوم به ترتیب ۷،۳۹ و ۴،۵۵ و ۳،۵۵ می باشد. این فاکتور مقایسه، نه تنها استفاده از حالت اول برای تخمین دوران را بطور کامل رد می کند بلکه کمتر بودن خطای تخمین در حالت استفاده از UF را نیز تایید می نماید.

با انجام شبیه سازیها توسط کامپیوتری با پروسسور ۲ گیگا هرتز و حافظه ۲۵۶ مگا بایت، مدت زمان اجرای الگوریتم برای EKF ۶۲۰،۸۳ ثانیه و برای UF ۵۷۴،۰۴ ثانیه بدست آمد که همین مساله مؤید کمتر بودن بار محاسباتی UF نسبت به EKF می باشد.

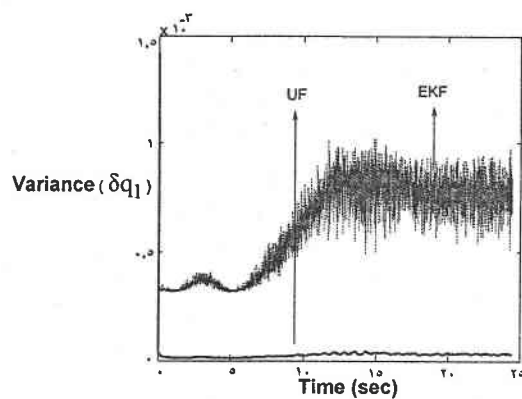
واریانس المانهای بردار خطای کوواترنیون تخمین زده شده، $\delta\hat{q}$ ، در دو حالت EKF و UF به ترتیب در اشکال (۲) تا (۵) نشان داده شده است. با مشاهده اشکال مذکور می توان به کمتر بودن اعوجاج در تخمین UF نسبت به EKF پی برد. لذا با توجه به شبیه سازی های انجام شده UF نسبت به EKF عملکرد بهتری از خود نشان داده است. در انتها لازم بذکر است که زوایای Roll, Pitch, Yaw تخمین زده شده حاصل از EKF و UF در اشکال ۶ تا ۸ قابل مشاهده می باشد.

۷- نتیجه گیری

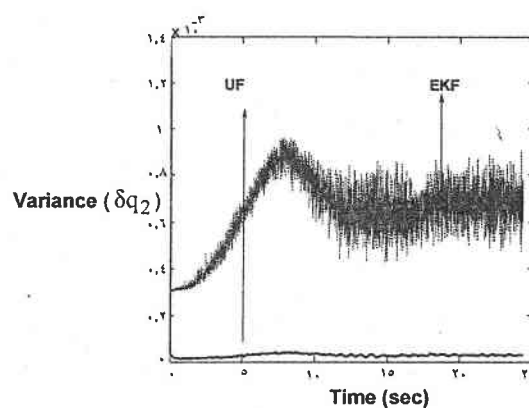
در این مقاله مدل جدیدی برای دوران جسم صلب چرخان ارائه شد که مستقل از دینامیک جسم دوار می باشد. سپس توسط این مدل و تحت ساز و کار همجوشی داده ها و با استفاده از یک الگوریتم تخمین دوران، زوایای roll, pitch,



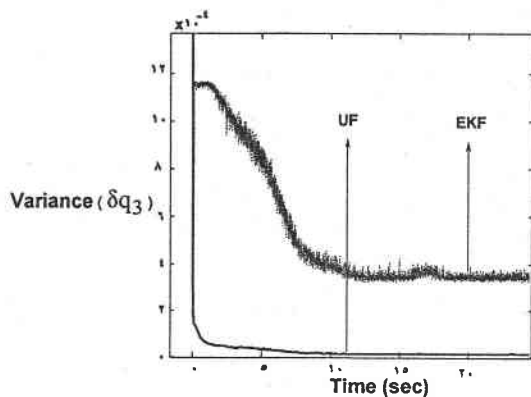
شکل (۱): الگوریتم تخمین دوران



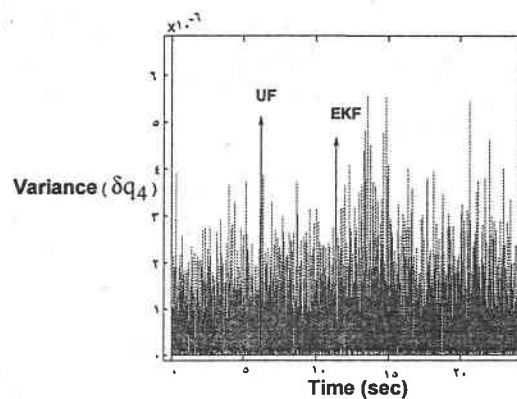
شکل (۲): واریانس δq_1 تخمین زده شده برای UF و EKF



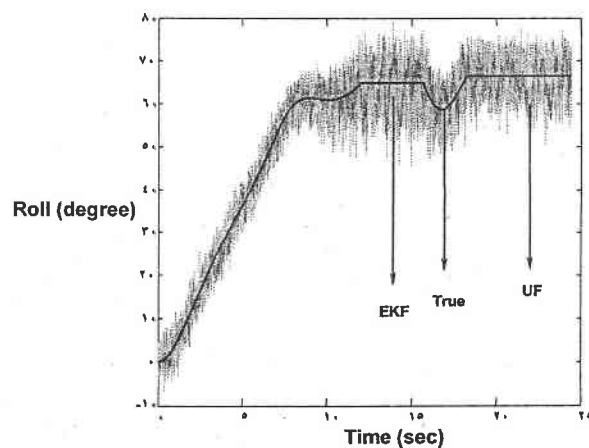
شکل (۳): واریانس δq_2 تخمین زده شده برای UF و EKF



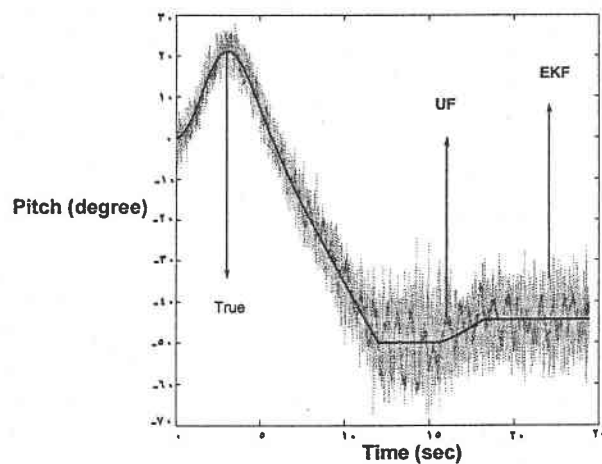
شکل (۴): واریانس δq_3 تخمین زده شده برای UF و EKF



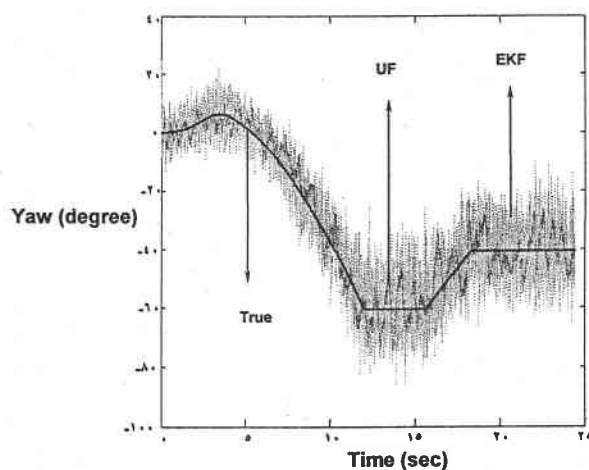
شکل (۵): واریانس δq_4 تخمین زده شده برای UF و EKF



شکل (۶): زاویه Roll صحیح و حاصل از EKF و UF



شکل (۷): زاویه Pitch صحیح و حاصل از EKF و UF



شکل (۸): زاویه Yaw صحیح و حاصل از EKF و UF