

بهبود قانون هدایت یک موشک زمین به هوا با ترکیب مشتقات زاویه خط دید

امراه قلی‌نژاد، حمید رضا مؤمنی و وحید جوهری مجد

دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی و مهندسی، بخش برق، گروه کنترل

majd@modares.ac.ir, momeni_h@modares.ac.ir, m.gholinejad@ece.ut.ac.ir

چکیده - این مقاله به ارائه و پیاده‌سازی روشی جدید در هدایت یک موشک زمین به هوا با قابلیت اندازه‌گیری نرخ چرخش خط دید می‌پردازد. در این روش، مشتقات مراتب بالاتر زاویه خط دید از روی اندازه‌گیری نرخ چرخش این زاویه تخمین زده شده و با ترکیب این مشتقات به تابعی تحت عنوان نرخ چرخش خط دید معادل رسیده و آن را در معادلات شناخته شده و کلاسیک هدایت تناسبی (PN) جایگزین نرخ چرخش خط دید می‌کنیم. از ویژگیهای مهم این روش لحاظ کردن دینامیک سایر بلوکهای موشک نظیر آیرودینامیک و سیکر در طراحی بلوک هدایت است. پاسخ بدست آمده از شبیه‌سازیها نشان‌دهنده پاسخ بسیار مناسب روش جدید از لحاظ فاصله از دست دهی و همچنین اندازه شتاب جانبی فرمان داده شده به موشک در طول زمان پرواز است.

کلید واژه- هدایت تناسبی، زاویه خط دید، تخمین مشتقات زاویه خط دید، فاصله از دست‌دهی، شتاب جانبی

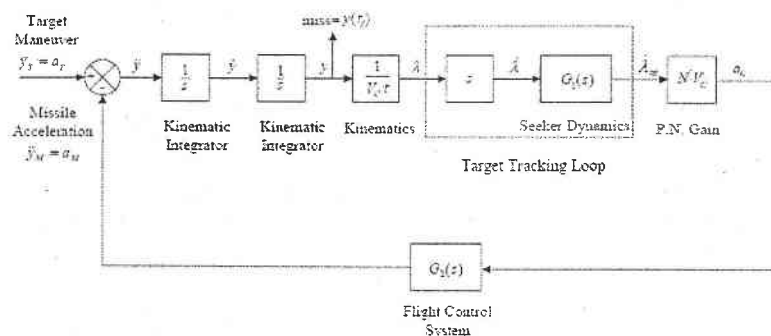
۱- مقدمه

در اغلب موشک‌های زمین به هوا، به دلیل محدودیت در اندازه‌گیری پارامترهای مهم حرکتی موشک و هدف مورد نیاز هدایت، اجرای بسیاری از روشهای شناخته شده و مناسب هدایت امکانپذیر نمی‌باشد. در بسیاری از این موشکها، تنها نرخ چرخش زاویه خط دید (زاویه بردار خط واصل موشک و هدف با دستگاه اینرسی) توسط سیستم ردیابی اندازه‌گیری می‌شود. با توجه به این مسأله، در این مقاله روشی جدید ارائه شده که بر مبنای تخمین مشتقات بالاتر زاویه خط دید از روی این پارامتر اندازه‌گیری شونده و ترکیب آنها با شرایط مشخص، به طراحی بلوک هدایت می‌پردازد. از ویژگیهای مهم این روش این است که بر خلاف روش کلاسیک PN، اثر سایر قسمتهای موشک را نیز در طراحی بلوک هدایت لحاظ کرده و از این لحاظ یک گام به واقعیت نزدیکتر می‌شود. در بخش ۲ این مقاله، قضایا و مبنای ریاضی این روش ارائه می‌شود. در بخش ۳ نحوه مدلسازی و تخمین پارامترهای مورد نیاز شرح داد می‌شود و

در بخش ۴ نیز بلوک هدایتی بر اساس مدلهای در نظر گرفته شده برای تخمینگر، آیرودینامیک و حلقه ردیابی (سیکر) طراحی می‌گردد. در بخش آخر نیز نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده ارائه می‌گردند.

۲- مبنای روش هدایت بر اساس ترکیب مشتقات زاویه خط دید

در این قسمت ابتدا قضایا و مبنای شناخته شده‌ای از هدایت مورد طرح و بررسی قرار می‌گیرد. برای درک بیشتر، حلقه ردیابی موشک را که در شکل ۱ نشان داده شده است در نظر می‌گیریم. در این شکل $G_1(s)$ تابع تبدیل حلقه کنترل موشک شامل اتوپیلوت و آیرودینامیک و $G_2(s)$ تابع تبدیل حلقه ردیابی می‌باشد. خروجی حلقه ردیابی همان نرخ چرخش خط دید اندازه‌گیری شده بوده که با نویز همراه می‌باشد. در روش کلاسیک هدایت تناسبی، این پارامتر بعد از ضرب در ثابت ناوبری N و سرعت موشک (V_M) به فرمان شتاب جانبی موشک (ac) تبدیل شده و بعنوان ورودی



شکل ۱: دیاگرام بلوکی حلقه هدایت

علت دیگری را نیز برای استفاده از این روش می توان ذکر کرد. در رابطه (۱)، معادله رابطه مشتق دوم زاویه خط دید را در دستگاه مختصات خط دید بیان شده است [۲].

$$\ddot{\lambda} = \left((N-2) \frac{V_c}{R} \right) \dot{\lambda} + \frac{a_{T2}}{R} \quad (1)$$

در این رابطه دیده می شود که مشتق دوم زاویه خط دید با شتاب هدف در رابطه می باشد. بدیهی است که با مشتق گیری از این رابطه، ارتباط مشتقات مراتب بالاتر با مشتقات شتاب هدف مشخص می شود.

۳- مدل سازی و تخمین مشتقات زاویه خط دید

در این قسمت به نحوه مدل سازی و تخمین مشتقات زاویه خط دید می پردازیم. مدل مورد استفاده برای تخمین مورد نظر یک فیلتر کالمن با معادلات زیر می باشد [۳]:

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}(t) &= A\hat{\lambda}(t) + k(t)[\lambda_m - c^T \hat{\lambda}(t)] \\ k(t) &= P(t)c/r \\ \dot{P}(t) &= AP(t) + P(t)A^T + \tilde{q}g g^T - P(t)cc^T P(t)/r \end{aligned} \quad (3)$$

که در این رابطه $\Lambda^T = [\lambda_s, \dot{\lambda}_s, \dots, \lambda_s^{(l+1)}]$ ماتریس حالتها و همان مشتقات زاویه خط دید، P ماتریس کوواریانس تخمین با رابطه

$$P(t) = E \left[(\Lambda - \Lambda^T)(\Lambda - \Lambda^T)^T \right] \quad (4)$$

و \tilde{q} و r به ترتیب برابر واریانسهای نویز فرایند و نویز اندازه گیری بوده که هر دو از نوع گوسی با میانگین صفر می باشند.

حلقه کنترل موشک، شتاب جانبی موشک (a_M) را تولید می کند.

با توجه به این شکل، قضایای زیر را طرح می کنیم [۱].

قضیه ۱: چنانچه مجموعه $\{PR\}$ مجموعه توابع حقیقی مثبت بوده و همچنین $G(s) = G_1(s)G_2(s)$ باشد، آنگاه به شرط مانورهای محدود هدف، بلوک هدایت $K(s)$ به شرط $K(s)G(s)/s \in \{PR\}$ می تواند فاصله از دست دهی صفر را برای موشک، نسبت به هدف فراهم کند ($y(t_f) = 0$).

قضیه ۲: در صورت محدود بودن اندازه شتاب جانبی قابل انجام توسط موشک ($|a_M| \leq a_{M \max}$) اگر حداکثر شتاب هدف نیز محدود باشد ($|a_T| \leq a_{T \max}$)، آنگاه با تعریف $\mu_0 = a_{M \max} / a_{T \max}$ ، در صورت وجود شرایط زیر فاصله از دست دهی صفر قابل دستیابی می باشد:

$$\begin{cases} K(s)G(s)/s \in \{PR\} \\ N' \geq 2\mu_0/(\mu_0 - 1) \end{cases} \quad (1)$$

با توجه به قضایای مطرح شده ثابت می شود که تابع تبدیل $K(s)$ باید به شکل مشتق گیر با ورودی نرخ چرخش زاویه خط دید بوده که مرتبه مشتق گیری به مرتبه $G(s)$ بستگی دارد. بنابراین می توان دریافت که استفاده از ترکیب این مشتقات می تواند در بهبود هدایت مؤثر باشد. در عمل به دلیل وجود نویز در اندازه گیری نرخ چرخش خط دید، امکان بدست آوردن این پارامترها با مشتق گیری امکان پذیر نمی باشد، لذا لازم است این پارامترها با استفاده از روشهای تخمین، ارز روی اندازه گیری نرخ چرخش خط دید محاسبه شوند [۱].

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{\hat{\lambda}_s}{\hat{\lambda}_m(s)} \\ \frac{\ddot{\lambda}_s}{\hat{\lambda}_m(s)} \\ \vdots \\ \frac{\hat{\lambda}_s^{(l+1)}}{\hat{\lambda}_m(s)} \end{bmatrix} = (sI - A + kc^T)^{-1} k \quad (10)$$

در اینصورت بلوک هدایت به فرم تابع تبدیل $K(s)$ با رابطه زیر بدست می آید:

$$K(s) = \frac{\left(\frac{\hat{\lambda}_s}{\hat{\lambda}_m(s)} \right)_{eq}(s)}{\hat{\lambda}_m(s)} = h^T F(s) \quad (11)$$

که ماتریس h در این رابطه یک ماتریس وزنی است و در صورتی که $F(s)$ به شکل زیر:

$$F(s) = \frac{1}{d_{SSKF}(s)} \begin{bmatrix} n_1(s) \\ n_2(s) \\ \vdots \\ n_{l+1}(s) \end{bmatrix} \quad (12)$$

نوشته شود، این ماتریس وزنی باید رابطه

$$\frac{[n_1(s) + h_1 n_2(s) + \dots + h_l n_{l+1}(s)]}{s} \in \{PR\} \quad (13)$$

را ارضا کند. البته در نظر گرفتن $d_{SSKF}(s)$ باعث می شود شرایط مثبت معین بودن در بعضی شرایط ارضا نشود که در عمل تأثیر مخرج کسر در $F(s)$ بر روی این شرایط ناچیز است. در حالت دقیق بودن تخمین $d_{SSKF}(s) = 1$ خواهد شد [5]. در اینصورت با انتخاب $h = [1 \ 0.2 \ 0.1]$ ، تابع تبدیل $K(s)$ بصورت زیر بدست می آید:

$$K(s) = hF(s) = \frac{0.1028s^2 + 0.2232s + 1}{7.1 \times 10^{-8}s^3 + 3.4 \times 10^{-5}s^2 + .0083s + 1} \quad (14)$$

خروجی تابع تبدیل $K(s)$ بعنوان نرخ چرخش خط دید وارد معادله شناخته شده هدایت تناسبی (شکل ۱) می شود. آخرین مرحله طراحی انتخاب بهره هدایت مناسب N است. با فرض حداکثر شتاب جانبی هدف برابر $g = 10$ و حداکثر شتاب جانبی برابر $g = 20$ بدست می آید که بهره هدایت باید $N \geq 4$ باشد که مقدار ۵ برای آن در نظر گرفته می شود.

ماتریس A که همان مدل تخمینگر است از رابطه (۵) محاسبه می شود.

$$A = \begin{bmatrix} 0_{l \times l} & I_{l \times l} \\ 0_{l \times l} & -1/\tau_E \end{bmatrix} \quad (5)$$

که در این رابطه l برابر مرتبه و τ_E برابر ثابت زمانی تابع $G(s)$ می باشد. ماتریس g برابر $g = \begin{bmatrix} 0_{l \times 1} \\ 1/\tau_E \end{bmatrix}$ و ماتریس اندازه گیری C نیز بصورت $c = [1, 0, \dots, 0]$ می باشند.

برای بدست آوردن پارامترهای معرفی شده، مدل سیستم را در نظر می گیریم. مدل ساده شده حلقه کنترل موشک در رابطه (۶) آمده است [۴].

$$G_1(s) = \frac{-1}{(0.25s + 1)} \quad (6)$$

مدل سیکر نیز بصورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$G_2(s) = \frac{1}{0.1s + 1} \quad (7)$$

در اینصورت تابع تبدیل $G(s)$ بصورت زیر بدست می آید:

$$G(s) = \frac{1}{0.025s^2 + 0.35s + 1} \quad (8)$$

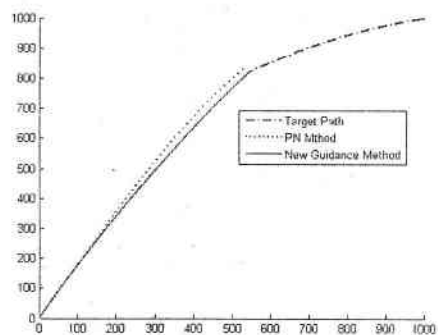
این تابع تبدیل با یک تابع تبدیل مرتبه اول بصورت رابطه (۹) به خوبی تقریب زده می شود:

$$G_s(s) = \frac{1}{0.35s + 1} \quad (9)$$

در اینصورت مرتبه $G(s)$ برابر ۲ و ثابت زمانی معادل آن برابر $\tau_E = 0.35$ بدست می آید. مقادیر واریانسهای مذکور نیز بصورت $\tilde{q} = 2000 \frac{\text{deg}^2}{s^9}$ و $r = .003 \frac{\text{deg}^2}{s^2}$ در نظر گرفته می شوند.

۴- طراحی بلوک هدایت

فیلتر بدست آمده در بخش قبل را با فرض همگرایی سریع می توان در حالت ماندگار حل کرده و به تابع تبدیل $F(s)$ با رابطه زیر رسید:



شکل ۳: مسیر حرکت موشک و هدف تحت دو قانون هدایت در سناریوی اول

نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی نیز در جدول ۲ نشان داده شده است:

جدول ۲: فاصله از دست دهی تحت دو قانون هدایت مختلف در دو سناریوی پروازی

شماره سناریو	فاصله از دست‌دهی تحت هدایت PN (m)	فاصله از دست‌دهی تحت هدایت بهینه (m)
۳	۱۲/۸۶	۰/۱۱۱۶
۶	۱۸/۱۸۹	۰/۳۴۷۶

همانطور که در شکلها و جدول دیده می‌شود، فاصله از دست دهی تحت قانون هدایت جدید به مراتب بهتر از هدایت تناسبی بوده و در این سناریوها که شتاب هدف در آنها زیاد است هدایت تناسبی قادر به نزدیک شدن به هدف نیست.

دومین پارامتر مهم برای مقایسه این دو روش، اندازه شتاب جانبی فرمان داده شده به موشک در طول پرواز است. این پارامتر اگرچه موجب تغییر مسیر موشک و کمک به آن در تعقیب هدف می‌شود، اما باعث می‌شود نیروی پسای آیرودینامیکی وارد بر موشک نیز افزایش یافته و در عمل با کاهش سرعت موشک مواجه شویم. در عمل هر چه این پارامتر در طول پرواز مقدار کمتری داشته باشد، میزان کاهش سرعت کمتر خواهد بود. شکل‌های ۴ و ۵ نمودارهای شتاب جانبی فرمان داده شده به موشک را برای این دو سناریو نشان می‌دهند.

۵- شبیه‌سازی و مقایسه نتایج روش جدید با

روش PN

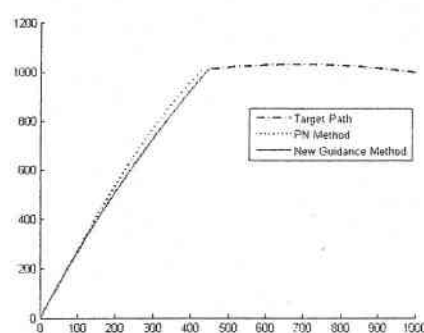
در این قسمت شبیه‌سازی ۳ درجه آزادی برای مقایسه دو روش انجام شده است. دو پارامتری که مورد قیاس قرار گرفته عبارت از فاصله از دست دهی موشک تا هدف و همچنین اندازه شتاب جانبی فرمان داده شده به موشک در طول پرواز تحت هر کدام از این قوانین هدایت می‌باشند. بدین منظور دو سناریوی پروازی تعریف شده اند که در جدول ۱ آورده شده اند.

جدول ۱: سناریوهای پروازی

شماره سناریو	موقعیت اولیه (m)		سرعت اولیه (m/s)		شتاب طولی (m/s ²)		شتاب جانبی (m/s ²)	
	X	Y	V _x	V _y	a _x	a _y	b _x	b _y
۱	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۳۸۹/۷	۷۷/۶	۰	۰	۱۰۰	۶۰
۲	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۳۸۹/۷	۷۷/۶	۰	۰	۱۰۰	۶۰

هر دو سناریو از نوع شتابدار بوده و اندازه سرعت هدف در آنها برابر ۳۰۰ m/s در نظر گرفته شده است. اندازه سرعت موشک نیز برابر ۶۰۰ m/s فرض شده است.

شکل‌های ۲ و ۳ به ترتیب مسیر حرکت موشک و هدف را برای هر کدام از این دو سناریو و تحت دو قانون هدایت ذکر شده نشان می‌دهند.



شکل ۴: مسیر حرکت موشک و هدف تحت دو قانون هدایت در سناریوی اول

هدایت تناسبی بهبود داد. دو پارامتر اصلی مورد نظر برای مقایسه فاصله از دست دهی و اندازه فرمان شتاب جانبی در طول پرواز می باشند. نشان داده شده که فاصله از دست دهی در روش جدید (به خصوص برای سناریوهایی با شتاب بالای هدف) فاصله از دست دهی کاهش قابل ملاحظه ای نسبت به هدایت تناسبی می یابد و می تواند موشک را به فاصله بسیار نزدیکی از هدف برساند. از لحاظ اندازه شتاب جانبی نیز در روش جدید، متناسب با تغییرات مشتقات زاویه خط دید، در ابتدا فرمان شتابی بیشتر از هدایت تناسبی تولید می شود اما در ادامه مسیر شتاب در روش جدید کاهش یافته و به اندازه مناسبی می رسد، در حالیکه در روش PN این مقدار افزایشی بوده و به اشباع می رسد که این روند، افزایش نیروی پسا و کاهش سرعت موشک را موجب می شود.

مراجع

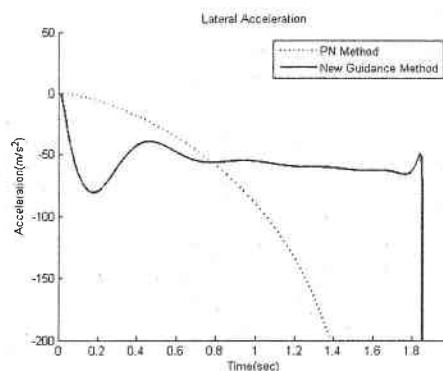
[1] P.Gurfil, M.Jodorovsky and M.Guelman, "Design of nonsaturating guidance systems", AIAA J. Guid. Cont. Dyna., vol. 23(4), pp. 693-700, 2000

[۲] س. رحمانی، "تحلیل سامانه کنترل موشک زمین به هوای برد کوتاه"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی برق، تیر ماه ۸۴

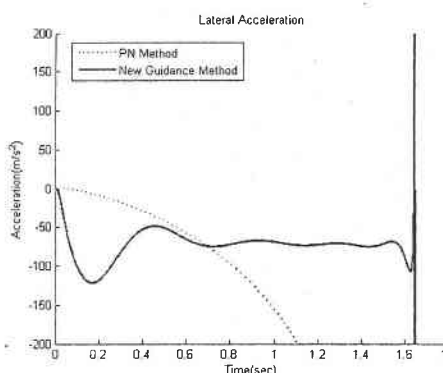
[3] Bar-Shalom, X.R. Li, Estimation and Tacking Principles: Techniques and Softwares, Boston, ArtechHouse, 1993

[4] J.H. Blakelock, Automatic Control of Aircraft and Missiles, AIAA, 1991

[5] P. Gurfil, "Zero miss distance guidance law baed on line of sight rate measurement only", J. Cont. Eng. Pract., vol. 11, pp. 819-8



شکل ۴: نمودار شتاب جانبی فرمان داده شده به موشک در طول پرواز تحت قوانین هدایت مختلفدر سناریوی اول



شکل ۵: نمودار شتاب جانبی فرمان داده شده به موشک در طول پرواز تحت قوانین هدایت مختلفدر سناریوی دوم

همانطور که در این دو شکل دیده می شود، میانگین شتاب جانبی اعمال شده به موشک تحت هدایت PN در طول پرواز به مراتب بیشتر از روش هدایت جدید بوده و در هر دو سناریو در میانه مسیر به مقدار اشباع خود می رسد که در عمل بنابه دلایل ذکر شده مطلوب نیست و کاهش سرعت موشک و کاهش قابلیت تعقیب هدف را موجب می شود، اما در روش جدید دیده می شود که با وجود شتاب زیاد هدف، در ابتدا شتاب جانبی زیادتری نسبت به PN تولید شده و موشک را در مسیر مناسب قرار می دهد، در نتیجه در ادامه مسیر شتاب جانبی اعمال شده به موشک در مقدار مناسب حدود $5g$ محدود می شود.

۶- نتیجه گیری

با استفاده از روش جدید هدایت ارائه شده در این مقاله، می توان عملکرد حلقه هدایت را تا حد قابل توجهی نسبت به