

بررسی پایداری مقاوم سنکرون سازی تصویری تعمیم یافته دو سیستم آشوب گونه به روش کنترل مود لغزشی فعال

مجیدرضا ناصح و محمد حائری

واحد بیرجند دانشکده برق

دانشگاه آزاد اسلامی دانشگاه صنعتی شریف

E-mail: haeri@sina.sharif.edu midnaseh@gmail.com

چکیده - استفاده از ایده کنترل مود لغزشی فعال در این مقاله مورد توجه قرار گرفته و روشی جهت سنکرون سازی تصویری تعمیم یافته دو سیستم آشوب گونه در حالت کلی (سیستم های غیر مشابه) ارائه گردیده است. علاوه بر آن تاثیر وجود عدم قطعیت در پارامترها در روش پیشنهادی بررسی گردیده است و محدوده های عدم قطعیت برای داشتن پایداری سنکرون سازی بدست آمده است. لذا با توجه به آن می توان کنترل کننده ای مقاوم طراحی نمود. شبیه سازی های کامپیوتری در بخش بعدی برای نشان دادن موثر بودن روش پیشنهادی ارائه گردیده است.

کلید واژه - کنترل مود لغزشی فعال، سنکرون سازی تصویری تعمیم یافته، سیستم های آشوب گونه، محدوده های عدم قطعیت.

۱- مقدمه

کنترل سیستم های آشوب گونه یکی از مسائل مورد توجه علم مهندسی کنترل در سال های اخیر می باشد. از جمله شاخه های مورد توجه در این رابطه مسئله سنکرون سازی سیستم های آشوب گونه است و در سال های اخیر کاربردهای متعددی پیدا نموده است به عنوان مثال: در مخابرات ایمن، بیولوژی، رباتیک، فیزیک، لیزر، مکانیک و غیره [1].

منظور از سنکرون سازی سیستم های آشوب گونه، هماهنگ نمودن حالت های یک سیستم آشوب گونه پیرو^۱ با یک سیستم آشوب گونه مرجع^۲ می باشد. در این رابطه با توجه به کاربردهای متعدد، معیارهای سنکرون سازی مختلفی تعریف و به کار گرفته شده است، به عنوان نمونه: سنکرون سازی

فاز^۳، سنکرون سازی تاخیری^۴، سنکرون سازی تعمیم یافته^۵ و غیره [2].

به منظور رسیدن به هدف سنکرون سازی تاکنون روش های مختلفی مورد استفاده قرار گرفته است به عنوان نمونه: روش فیدبک خطا [3]، روش کنترل فعال^۴ [4]، روش مود لغزشی^۶ [5]، روش ضربه ای^۸ [6] و غیره.

در اکثر کارهای تحقیقاتی ساده ترین نوع سنکرون سازی (که به عنوان کوپلینگ یک طرفه نیز معروف است) مورد بررسی قرار گرفته است، که بر اساس آن، دو سیستم آشوب گونه را سنکرون می گویند اگر:

³ Phase synchronization

⁴ Lag synchronization

⁵ Generalized synchronization

⁶ Active control

⁷ Sliding mode control

⁸ Impulsive method

¹ Slave (Response)

² Master (Drive)

روش پیشنهادی مجموعه‌ای از نتایج شبیه‌سازی‌ها ارائه گردیده است و در نهایت بخش پنجم شامل جمع‌بندی و نتیجه‌گیری می‌باشد.

۲- اصول و مبانی ریاضی

در این بخش به بررسی اصول کنترل مود لغزشی فعال به منظور سنکرون‌سازی تصویری تعمیم‌یافته سیستم‌های آشوب‌گونه می‌پردازیم. از مزایای این روش، مقاوم بودن نسبت به وجود عدم قطعیت‌ها و سرعت همگرایی بالا می‌باشد.

تعریف: دو سیستم آشوب‌گونه با ابعاد محدود دارای معادلات دینامیکی به صورت رابطه (۲) را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \text{Drive:} & \dot{x} = A_1 x + f_1(x) \\ \text{Response:} & \dot{y} = A_2 y + f_2(y) + u(t) \end{cases} \quad (2)$$

که در آن $x, y \in R^3$ بردارهای حالت دو سیستم، $u(t) \in R^3$ بردار کنترل، $A_1, A_2 \in R^{3 \times 3}$ و $f_1, f_2 \in R^3 \rightarrow R^3$ نیز به ترتیب نمایانگر بخش‌های خطی و غیرخطی دینامیک سیستم‌ها می‌باشند. این دو سیستم را سنکرون‌سازی شده به صورت تصویری تعمیم‌یافته (GPS) می‌گویند اگر حالت‌های سیستم فرستنده و گیرنده پس از گذشت زمان به صورت خطی بدون بایاس با یکدیگر هماهنگ گردند یعنی:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t) - \alpha x(t)\| = 0 \quad (3)$$

که در آن α ضریب مقیاس^{۱۲} و مقداری ثابت می‌باشد [9].

در این مقاله فرض بر این است که $A_1 \neq A_2$ و $f_1(x) \neq f_2(x)$ یعنی در حالت کلی دو سیستم غیرمشابه می‌باشند. روش کنترل مود لغزشی فعال در واقع از ترکیب دو روش کنترل فعال و همچنین کنترل مود لغزشی تشکیل گردیده است. اصول اجرای این روش به منظور سنکرون‌سازی معمولی (غیر تعمیم‌یافته) تحت شرایط غیرنامی با وجود عدم قطعیت و برای سیستم‌های آشوب‌گونه مشابه در مراجع [10] و [11] ارائه گردیده است. در بخش بعدی روش پیشنهادی به منظور سنکرون‌سازی تصویری

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t) - x(t)\| = 0 \quad (1)$$

که در آن منظور از $x(t)$ و $y(t)$ حالت‌های سیستم‌های فرستنده و گیرنده می‌باشد [1].

در این مقاله، وضعیت توسعه یافته‌تری از سنکرون‌سازی که به نام سنکرون‌سازی تصویری تعمیم‌یافته (GPS) می‌باشد مورد بررسی قرار می‌گیرد. به طور کلی با سنکرون‌سازی تعمیم‌یافته می‌توان به رفتار مطلوب‌تری دست یافت و علاوه بر آن با توجه به محدودیت‌های عملی از جمله عدم تطابق پارامترها، اعوجاج به دلیل کانال ارتباطی (به منظور ارتباطات) و دلایل دیگر بهتر است از این روش سنکرون‌سازی استفاده نمود.

در رابطه با آخرین کارهای انجام شده در این رابطه می‌توان به مرجع [7] اشاره نمود که در آن از روش کنترل فعال برای سنکرون‌سازی تصویری تعمیم‌یافته دو سیستم آشوب‌گونه مشابه بدون وجود عدم قطعیت استفاده نموده است. یکی دیگر از مراجع در این رابطه [8] است که در آن از روش کنترل گام به عقب فعال^۹ جهت سنکرون‌سازی دو سیستم غیرمشابه تحت شرایط نامی (بدون وجود عدم قطعیت) استفاده گردیده است. از محدودیت‌های مقالات مذکور این است که با فرض وجود اطلاعات کامل از پارامترهای سیستم‌های فرستنده و گیرنده طراحی تحت شرایط نامی انجام گرفته است و این در صورتی است که در عمل چنین چیزی بسیار ایده‌آل گرایانه است. در این مقاله روشی جهت سنکرون‌سازی تصویری تعمیم‌یافته برای دو سیستم آشوب‌گونه در حالت کلی (مشابه و یا غیرمشابه) با وجود عدم قطعیت به روش کنترل مود لغزشی فعال^{۱۱} ارائه گردیده است.

این مقاله علاوه بر بخش کنونی به عنوان مقدمه از بخش‌های زیر تشکیل گردیده است: در بخش دوم اصول و مبانی ریاضی لازم ارائه گردیده است، در بخش سوم روشی به منظور سنکرون‌سازی تصویری تعمیم‌یافته به روش کنترل مود لغزشی فعال با وجود عدم قطعیت پیشنهاد گردیده است. در بخش چهارم جهت نشان دادن کارایی

⁹ Generalized projective synchronization

¹⁰ Active Backstepping Control

¹¹ Active sliding mode control

¹² Scaling factor

تعمیم یافته با وجود عدم قطعیت ارائه گردیده است.

۳- کنترل مود لرزشی فعال با وجود عدم قطعیت

در عمل اطلاعات کامل از پارامترهای سیستم‌ها کاری بسیار مشکل و گاهی غیر ممکن می‌باشد به همین دلیل بهتر است که طراحی کنترل کننده بر اساس وجود عدم قطعیت‌ها انجام گیرد، بنابراین با در نظر گرفتن عدم قطعیت می‌توان دینامیک سیستم‌های فرستنده و گیرنده را به صورت زیر بیان نمود:

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_1 + \Delta A_1)x + f_1(x) + \Delta f_1(x) \\ \dot{y} = (A_2 + \Delta A_2)y + f_2(y) + \Delta f_2(y) + u(t) \end{cases} \quad (4)$$

که در آن $\Delta A_1, \Delta A_2 \in R^{3 \times 3}$ ماتریس‌های عدم قطعیت نامشخص در بخش خطی و $\Delta f_1, \Delta f_2 \in R^3 \rightarrow R^3$ توابع برداری عدم قطعیت نامشخص در بخش غیرخطی دینامیک سیستم‌ها می‌باشد، هدف یافتن بردار کنترلی $u(t)$ به گونه‌ای است که سنکرون سازی تصویری تعمیم یافته حاصل گردد به عبارت دیگر رابطه (۳) برقرار شود.

با تعریف خطا به صورت $e(t) = y(t) - \alpha x(t)$ و استفاده از (۴) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{e} = & A_2 y + f_2(y) - \alpha A_1 x - \alpha f_1(x) \\ & + \Delta A_2 y + \Delta f_2(y) - \alpha \Delta A_1 x - \alpha \Delta f_1(x) + u(t) \end{aligned} \quad (5)$$

با توجه به تئوری کنترل فعال می‌توان بردار کنترلی را به صورت زیر انتخاب نمود:

$$u(t) = H(t) - f_2(y) + \alpha f_1(x) - \alpha(A_2 - A_1)x \quad (6)$$

در این صورت دینامیک خطا عبارتست از:

$$\begin{aligned} \dot{e} = & H(t) + A_2(y - \alpha x) + N(x, y) \\ = & H(t) + A_2 e + N(x, y) \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن $N(x, y)$ نشان دهنده عدم قطعیت در دینامیک خطا می‌باشد و داریم:

$$N(x, y) = \Delta A_2 y + \Delta f_2(y) - \alpha \Delta A_1 x - \alpha \Delta f_1(x) \quad (8)$$

رابطه (۸) را می‌توان به صورت زیر باز نویسی نمود:

$$\begin{aligned} N(x, y) = & \Delta A_2 e + \alpha(\Delta A_2 - \Delta A_1)x \\ & + (\Delta f_2(y) - \Delta f_2(x)) + (\Delta f_2(x) - \alpha \Delta f_1(x)) \end{aligned} \quad (9)$$

در صورتی که عدم قطعیت بخش غیرخطی $\Delta f_2(y)$ لپشیتز^{۱۳} با ضریب λ_2 باشد یعنی $|\Delta f_2(y) - \Delta f_2(x)| \leq \lambda_2 |y - x| = \lambda_2 |e|$ از فرضیات می‌تواند $\Delta f_2(y) - \Delta f_2(x) = L_2 e$ باشد، که در آن $\|L_2\| = \lambda_2$ است. از طرف دیگر با توجه به محدود بودن عدم قطعیت‌ها می‌توان فرض نمود که $\Delta f_2(y) - \Delta f_2(x) = \alpha \Delta f_1(x) = \alpha L_1 x$ که در آن $\|L_1\| = \lambda_1$ می‌باشد. در مجموع با در نظر گرفتن سه شرط: وجود عدم قطعیت‌های محدود در بخش خطی سیستم‌ها، لپشیتز بودن عدم قطعیت‌ها در بخش غیرخطی سیستم‌ها و همچنین محدود بودن حالت‌ها [I] در سیستم آشوب گونه فرستنده خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} N(x, y) = & (\Delta A_2 + L_2)e + \alpha(\Delta A_2 - \Delta A_1 + L_1)x \\ = & Me + \alpha Bx \end{aligned} \quad (10)$$

که در آن طبق تعریف، $M = \Delta A_2 + L_2$ و $B = \Delta A_2 - \Delta A_1 + L_1$ می‌باشند.

بردار کنترل ورودی $H(t)$ را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$H(t) = K w(t) \quad (11)$$

که در آن $K = [k_1 \ k_2 \ k_3]^T$ یک بردار گین ثابت و $w(t) \in R$ نیز ورودی کنترلی است که شرایط زیر را برقرار می‌سازد:

$$w(t) = \begin{cases} w^+(t) & s(e) \geq 0 \\ w^-(t) & s(e) < 0 \end{cases} \quad (12)$$

در رابطه فوق $s = s(e)$ سطح سوئیچینگ است و تعیین کننده دینامیک لغزش مطلوب می‌باشد. بنابراین دینامیک خطا به صورت رابطه زیر در می‌آید:

$$\dot{e} = A_2 e + K w(t) + N(x, y) \quad (13)$$

می‌توان سطح لغزش را به صورت رابطه (۱۴) در نظر گرفت:

$$s(e) = C e \quad (14)$$

که در آن $C = [c_1 \ c_2 \ c_3]$ ماتریسی از مقادیر ثابت است و به منظور داشتن سطح لغزشی بایستی شرایط زیر را

¹³ Lipschitz

داشته باشد:

$$s(e) = 0, \dot{s}(e) = 0 \quad (15)$$

در ادامه جهت طراحی قانون مود لغزشی مناسب از قاعده زیر استفاده می‌کنیم [10]-[12]:

$$\dot{s} = -q \operatorname{sgn}(s) - r s \quad (16)$$

منظور از $\operatorname{sgn}(\cdot)$ تابع علامت است و ضرایب $q > 0$ و $r > 0$ بایستی به گونه‌ای انتخاب گردند که شرایط حرکت لغزشی برآورده کنند.

از طرفی دیگر با مشتق‌گیری از رابطه (14) و جایگزینی از (13) خواهیم داشت:

$$\dot{s} = C[A_2 e + K w(t) + N(x, y)] \quad (17)$$

با توجه به رابطه (13) و همچنین ترکیب روابط (16) و (17) دینامیک خطا به صورت زیر خواهد گردید:

$$\dot{e} = [A_2 - K(CK)^{-1}C(rI + A_2)]e - K(CK)^{-1}q \operatorname{sgn}(s) + N(x, y) \quad (18)$$

رابطه (10) را می‌توان به صورت زیر باز نویسی نمود:

$$|N(x, y)| \leq \mu |e| + \beta |x| \quad (19)$$

که در آن $\mu = \|M\|$ و $\beta = \|B\|$ می‌باشد. با توجه به محدود بودن حالت‌های سیستم‌های آشوب‌گونه فرستنده [1] می‌توان نتیجه گرفت که عدم قطعیت به صورت خطی با خطا محدود می‌گردد.

قضیه: سیستم‌های آشوب‌گونه (2) با وجود عدم قطعیت‌های محدود در صورت انتخاب مناسب بردارهای C و K و همچنین پارامترهای q و r با استفاده از بردار کنترلی (6) می‌توانند به صورت تصویری تعمیم‌یافته سنکرون گردند، علاوه بر آن محدوده‌های عدم قطعیت قابل قبول جهت حفظ پایداری سنکرون‌سازی به ضریب مقیاس α وابسته می‌باشد.

اثبات: با توجه به مطالب ارائه شده در بخش قبل، با انتخاب بردار کنترلی (6)، دینامیک خطا به صورت رابطه (18) بدست می‌آید و با استفاده از (10) می‌توان آن را به شکل

زیر باز نویسی نمود:

$$\dot{e} = [M + A_2 - K(CK)^{-1}C(rI + A_2)]e - K(CK)^{-1}q \operatorname{sgn}(s) + \alpha Bx \quad (20)$$

برای مقادیر محدود s و x در صورتی که ماتریس $M + A_2 - K(CK)^{-1}C(rI + A_2)$ منفی معین باشد، دینامیک خطا (18) پایدار خواهد بود. برای اثبات محدود بودن سطح لغزش s تابع کاندید لیاپانوف را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$V = 0.5 s^2 \quad (21)$$

با مشتق‌گیری نسبت به زمان داریم:

$$\dot{V} = s\dot{s} = sC\dot{e} = sC\{[A_2 - K(CK)^{-1}C(rI + A_2)]e - qK(CK)^{-1}\operatorname{sgn}(s) + N\} \quad (22)$$

با توجه به رابطه (10) خواهیم داشت:

$$\dot{V} = sC[A_2 - K(CK)^{-1}C(rI + A_2)]e - q s C(M + \alpha B)x \quad (23)$$

با تعریف $Q = -[A_2 - K(CK)^{-1}C(rI + A_2)]$ خواهیم داشت:

$$\dot{V} = -e^T C^T C(Q - M)e - q|s| + \alpha s C B x \quad (24)$$

با توجه به اینکه $\alpha s C B x \leq |\alpha| \|s\| \|C\| \beta \|x\|$

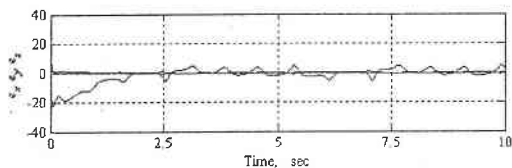
$$\dot{V} \leq -e^T C^T C(Q - M)e + |s|(\beta \|C\| \|x\| - q) \quad (25)$$

بنابراین اگر شرایط $\beta \|C\| \|x\| - q \leq 0$ و $Q - M \geq 0$ برقرار گردد آنگاه \dot{V} منفی معین می‌گردد. نتیجتاً با انتخاب پارامترهای کنترل‌کننده به طوری که فرضیات فوق برقرار گردد سطح لغزش s محدود می‌گردد و لذا دینامیک خطا (20) نیز پایدار خواهد گردید.

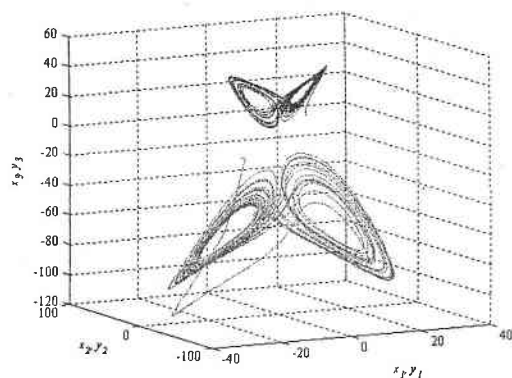
۴- شبیه‌سازی‌ها

در این بخش مجموعه‌ای از شبیه‌سازی‌ها ارائه گردیده است. سیستم آشوب‌گونه master، لورنز^{۱۴} و سیستم slave، چن^{۱۵} انتخاب گردیده‌اند، معادلات توصیف‌کننده این سیستم‌ها عبارتست از:

¹⁴ Lorenz
¹⁵ Chen



شکل ۲: تغییرات خطا بدون وجود عدم قطعیت.



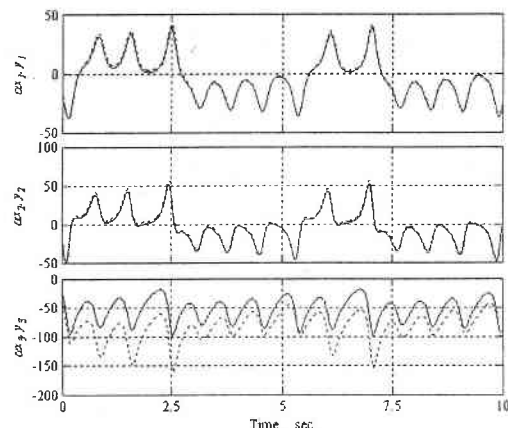
شکل ۳: تغییرات حالت‌های سیستم‌ها به صورت سه بعدی.

در شکل‌های ۴ و ۵ به منظور بررسی تاثیر وجود عدم قطعیت بر سنکرون سازی GPS، تغییرات حالت‌های سیستم‌ها، ترسیم گردیده است.

Uncertainties :

$$\Delta A_2(y) = 0; \quad \Delta f_2(y) = l \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \text{random} \end{bmatrix} \times y$$

$$l = 1.2, 2.9; \quad \text{random} = 0 \sim 1$$



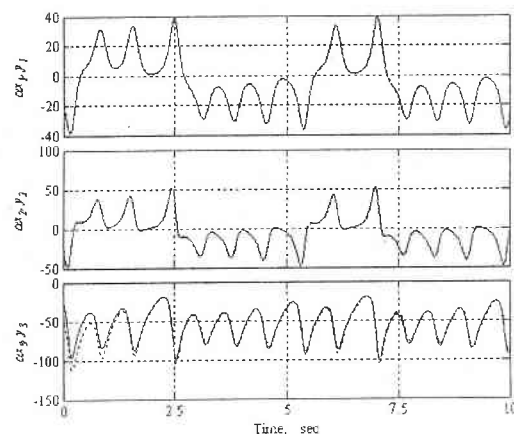
شکل ۴: تغییر حالت سیستم‌ها با وجود عدم قطعیت $l = 1.2$.

$$\text{Lorenz: } \begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = \rho x - y - xz \\ \dot{z} = xy - \beta z; \quad \sigma = 10, \quad \rho = 28, \quad \beta = 8/3 \end{cases}$$

$$\text{Chen: } \begin{cases} \dot{x} = a(y - x) \\ \dot{y} = (c - a)x - xz + cy \\ \dot{z} = xy - bz; \quad a = 35, \quad b = 3, \quad c = 28 \end{cases}$$

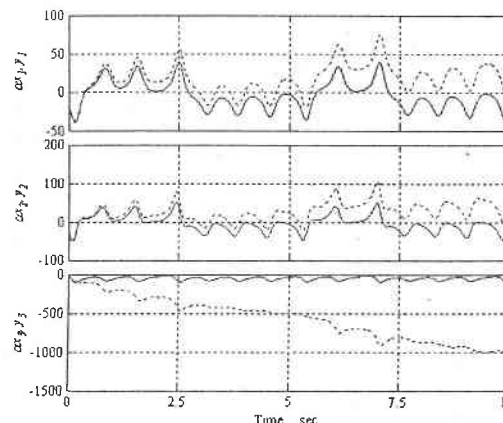
شرایط اولیه برای سیستم‌های فرستنده و گیرنده به ترتیب: $y_0 = [-10 \ 5 \ -14]^T$ و $x_0 = [10 \ 10 \ 10]^T$ می‌باشد، همچنین مقدار ضریب مقیاس $\alpha = -2.3$ انتخاب گردیده است. علاوه بر آن به منظور محاسبه بردار کنترلی از ماتریس‌های $K = [1 \ 2 \ 2]^T$ و $C = [-1.5 \ 5 \ -3]$ و $r = 1.5$ و $q = 0.35$ استفاده شده است.

در شکل ۱ تغییرات حالت‌های سیستم‌های فرستنده و گیرنده ترسیم گردیده است و در شکل ۲ تغییرات خطا ترسیم گردیده است، همگونی که ملاحظه می‌گردد در زمانی کمتر از ۲ ثانیه سنکرون سازی حاصل گردیده است و پس از آن خطا در یک محدوده باقی مانده است که دلیل آن متفاوت بودن ساختار سیستم‌های فرستنده و گیرنده می‌باشد و هیچگاه مقدار خطا به طور دقیق صفر باقی نمی‌ماند. در شکل ۳ تغییرات حالت‌های سیستم‌ها به صورت سه بعدی ترسیم گردیده است.



شکل ۱: تغییرات حالت‌های سیستم‌های بدون وجود عدم قطعیت.

- Unified Chaotic Systems", *Chaos, Solitons and Fractals*; 26, 1119-1124, 2005.
- [10] Zhang H., X.K. Ma, and W.Z. Liu, "Synchronization of Chaotic Systems with Parametric Uncertainty Using Active Sliding Mode Control", *Chaos, Solitons and Fractals*; 21: 1249-1257, 2004.
- [11] Yau H.T., "Design of Adaptive Sliding Mode Controller for Chaos Synchronization with Uncertainties", *Chaos, Solitons and Fractals*; 22: 341-347, 2004.
- [12] Lin J.Sh., J.J. Yan, and T.L. Liao, "Chaotic Synchronization via Adaptive Sliding Mode Observers Subject To Input Nonlinearity", *Chaos, Solitons and Fractals*; 24: 371-381, 2005.



شکل ۵: تغییر حالت سیستم‌ها با وجود عدم قطعیت $I = 2.9$.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی جهت سنکرون سازی تصویری تعمیم یافته (GPS) دو سیستم آشوب گونه ارائه گردیده است. همانگونه که ملاحظه می شود با انتخاب مناسب پارامترهای کنترل کننده یعنی بردارهای C و K و ثابت های q و r سنکرون سازی حتی با وجود عدم قطعیت امکان پذیر می باشد. همچنین مشخص گردید که ضریب مقیاس α در تعیین محدوده های عدم قطعیت جهت پایداری سنکرون سازی موثر می باشد.

مراجع

- [1] A.L. Fradkov, and R.J. Evans, "Control of Chaos: Methods and Applications in Engineering", *Annual Reviews in Control*; 29(1): 33-56, 2005.
- [2] S. Banerjee, P. Saha, and A.R. Chowdhury, "On the Application of Adaptive Control and Phase Synchronization in Non-Linear Fluid Dynamics", *International Journal of Non-Linear Mechanics*; 39(1): 25-31, 2004.
- [3] C.W. Wu, and L.O. Chua, "A Unified Framework for Synchronization and Control of Dynamical Systems", *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 4(4), 979-989, 1994.
- [4] M.T. Yassen, "Chaos synchronization between two different chaotic systems using active control", *Chaos, Solitons & Fractals*; 23:131-140, 2005.
- [5] Z. Li, and S. Shi, "Robust Adaptive Synchronization of Rossler and Chen Chaotic Systems via Slide Technique", *Physics Letters A*; 311, 389-395, 2003.
- [6] T. Stojanovski, L. Kocarev, and U. Parlitz, "Driving and Synchronization by Chaotic Impulses", *Physical Review E*; 54(2): 2128-2131, August 1996.
- [7] G.H. Li, "Generalized Projective Synchronization of Two Chaotic Systems by Using Active Control", *Chaos, Solitons and Fractals*; 30, 77-82, 2006.
- [8] G.H. Li, S.P. Zhou, K. Yang, "Generalized Projective Synchronization Between Two Different Chaotic Systems Using Active Backstepping Control", *Physics Letters A*; 355, 326-330, 2006.
- [9] J. Yan, C. Li, "Generalized Projective Synchronization of a