تحليل سيستم هاي كنترل خطي درحوزه زمان

تحلیل سیستم های کنترل در حوزهٔ زمان

* زمان متغیر مستقل سیستم های کنترل است بنابراین پاسخ زمانی از اهمیت برخوردار است.

* برای مطالعه و تحقیق در و فادار[ی] سیگنال خروجی به سیگنال ورودی پاسخ زمانی سیگنال ورودی با پاسخ زمانی سیگنال خروجی مقایسه میشود.

* پاسخ زمانی سیستم معیاری است برای قضاوت و ارزیابی سیستم ها می باشد - پایداری نسبی

* پاسخ زمانی شامل دو قسمت میباشد

۲- پاسخ گذرا ⟵ ۲-۱ سیستم های درجه اول
۲-۲ سیستم های درجه دوم (معیارهای مقایسه ای)
۲-۲-۱ فراجهش
۲-۲-۲ زمان صعود
. . . . . .

۱- پاسخ حالت ماندگار (دائم)

$$C(t) = C_t(t) + C_{ss}(t)$$

transient ⟶ Steady State

Slide 2

A79 Admin; 2008/04/26

پاسخ مانا : پس از گذشت زمان طولانی درمی‌یابیم که خروجی سیستم چه رفتاری دارد.

خطای حالت ماندگار : مقایسه پاسخ حالت ماندگار خروجی به حالت ماندگار ورودی

پاسخ گذرا : * همه سیستم‌های کنترل واقعی قبل از رسیدن به حالت پایدار به علت وجود عناصری که باعث لختی می‌شوند دارای حالت گذرا هستند (مثل جرم، اندوکتانس ......)

* به سرعت خروجی نمی‌تواند ورودی را تعقیب نماید

* پاسخ گذرا قسمت مهمی از دینامیک یک سیستم کنترل را تشکیل می‌دهد.

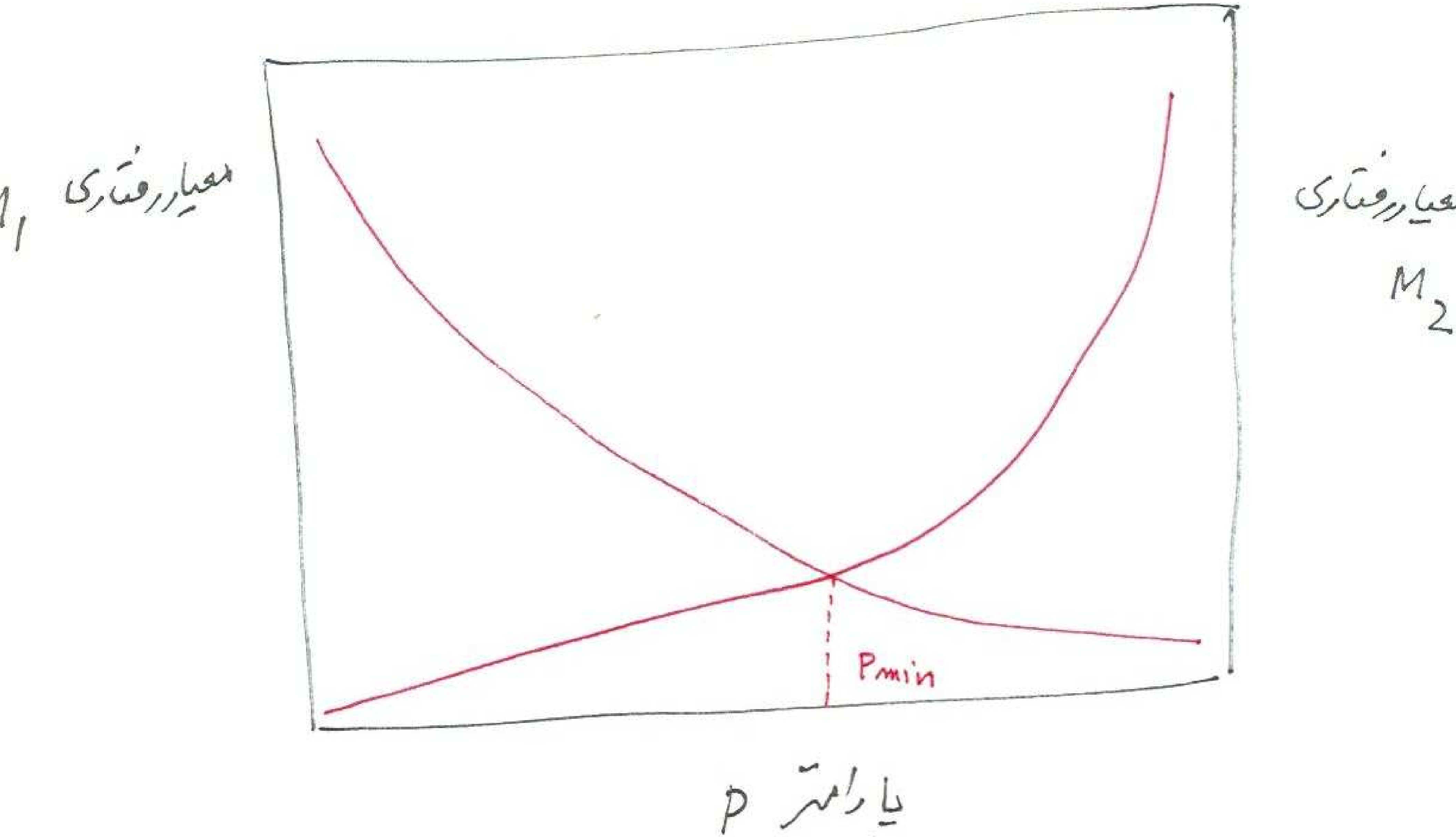
خطای گذرا : اختلاف میان پاسخ خروجی و ورودی یا پاسخ مطلوب قبل از رسیدن به حالت ماندگار

وفاداری خروجی به ورودی : مانند تقویت کننده‌های صوتی
در ژنراتور AVR

Slide 3

A80 Admin; 2008/04/26

A81



وابستگی دو معیار رفتاری اکیداً مستقیم به یک پارامتر و نحوهٔ انتخاب آن پارامتر

Slide 4

A81 Admin; 2008/04/26

A82

Uncertainty عدم قطعیت

* ورودی‌های سیستم های کنترل دقیقاً معلوم نیستند. گاهی نسبت به زمان تغییرات تصادفی دار
در محل

منابع عدم قطعیت را میتوان به صورت زیر نام برد :

۱ - اندازه گیریها به منظور انجام فیدبک

۲ - خطاهای سخت افزاری - می‌سابقی - خطی کردن سیستم های غیرخطی

۳ - عمر حس‌گرها - تأثیر درجه حرارت بر آنها

۴ - فرسوده شدن قطعات مکانیکی - اصطکاک

۵ - مقاومت لایه های هوا - حرکت هوا - درجه حرارت محیط

۶ - شرائط کاری متفاوت - اشباع - نقاط مرده

۷ - ورودیهای نامشخص و تصادفی .

Slide 5

A82 Admin; 2008/04/26

A83

بنابراین :

قبل از پیاده سازی یک سیستم طراحی شده باید آن را نسبت به پایداری آن مطمئن بوده و با ورودیهای گوناگون امتحان نمود.

این گونه ورودیها به صورت ورودیهای آزمون اشاره شده اند. با استفاده از این ورودیها پیش بینی عملکرد سیستم به ورودیهای پیچیده تر امکان پذیر می شود. و در ضمن مقایسه عملکرد شیوه های کنترل گوناگون را میسر می سازد.

۱- ورودی پله — تغییرات ناگهانی

۲- ورودی شیب — تغییرات سیگنال ورودی نسبت به زمان ثابت

۳- ورودی سهموی " " " " در مقایسه با ورودی شیب سریعتر

* از آنجائیکه یک سیستم که با تابع تبدیل داده شده را می توان هم به صورت حلقه باز و هم به صورت حلقه بسته تجزیه و تحلیل نمود. بنابراین باید توجه داشت که سیستم های حلقه بسته دارای مزایایی هستند که سیستم حلقه باز فاقد آنهاست. از این رو باید معیار های کمی مانند ثابت های خطا و حساسیت را تعریف نمود تا بوسیله آنها بتوان اثر بخشی سیستم های فیدبک دار را مشخص نمود

Slide 6

A83 Admin; 2008/04/26

A84

طای حالت ماندگار

هدف سیستم های کنترل این است که پاسخ خروجی «دقیقاً» از ورودی تبعیت کند.

اما

ولی به علت وجود اصطکاک - خطا در اندازه‌گیری - مدلسازی - محاسبات عددی
تغییرات محیط کاری.

بین پاسخ ورودی و خروجی مقداری خطا وجود دارد که هدف اصلی کنترل
حداقل کردن این خطا می باشد.

خطای وضعیت : تفاضل بین وضعیت مطلوب و وضعیت واقعی

حدود خطای مجاز : بسته به نیاز سیستم تعریف می‌شود. مثل آسانسور - روباتیک

Slide 7

A84 Admin; 2008/04/26

A85

خطای حالت ماندگار (ادامه)

به نوع سیستم و ورودی آن بستگی دارد.

اعمال شرایط اولیه جدید نیز میتواند بعنوان تغییر در سیستم تلقی شود

* با استفاده از تغییرات در پارامترهای سیستم

* با استفاده از آرایش عناصر تشکیل دهنده و ارتباط آنها با یکدیگر

* سیستم ها را بر حسب نوع آنها دسته بندی میکنیم (تعریف نوع سیستم در اسلایدهای بعدی)

خطای حالت ماندگار یک سیستم به نوع ورودی آن نیز بستگی دارد.

$$e(t) = r(t) - c(t)$$

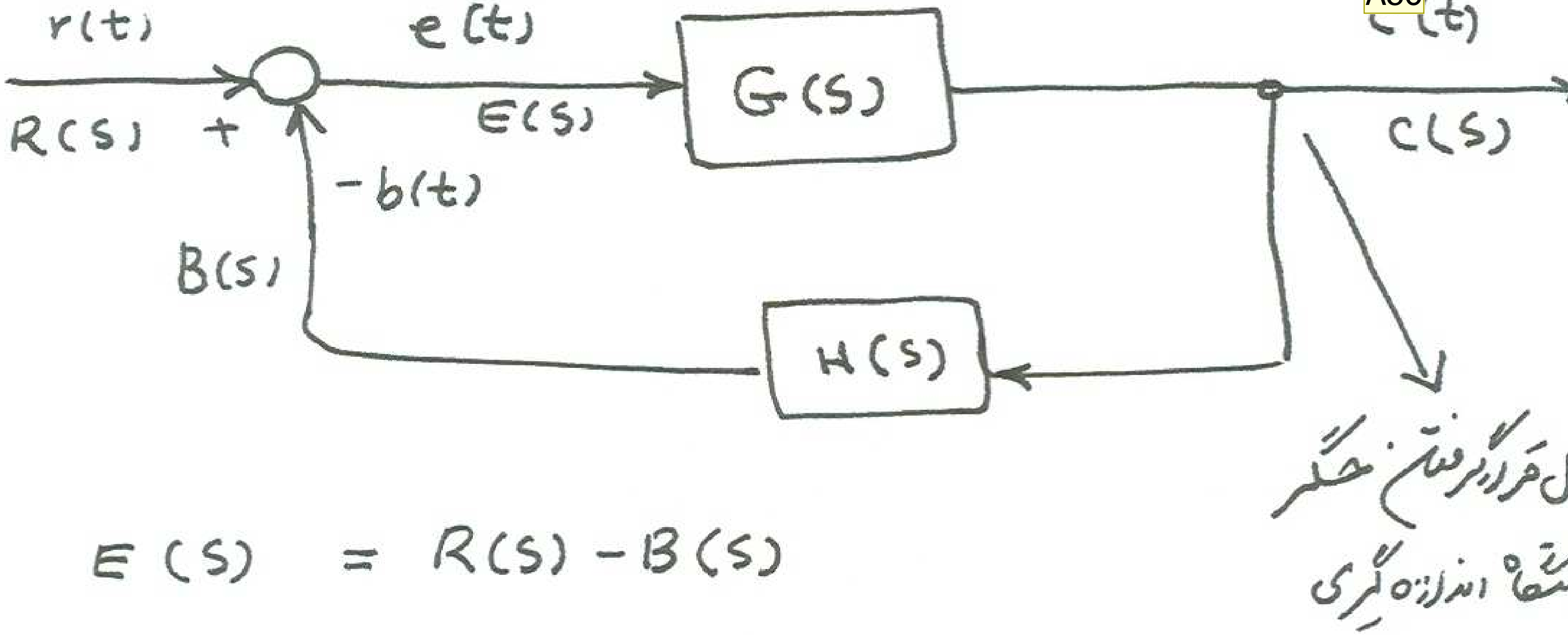
خطا — ورودی مبنا — خروجی

سیگنالهای ورودی و خروجی قبل از مقایسه باید دارای واحد و نیز سطح یکسان باشند

Slide 8

A85 Admin; 2008/04/26

A86



$$E(s) = R(s) - B(s)$$

$$= R(s) - H(s)\, C(s)$$

* اگر سیستم فوق یک سیستم کنترل سرعت باشد در محل قرار گرفتن حسگر باید تاکومتر (سرعت سنج) قرار دهیم

* اگر سیستم فوق یک سیستم کنترل ولتاژ باشد ، با مشخصات زیر

$R = 10$ ولت — ولتاژ مبنا

$G(s) = 100$ ولت — ولتاژ منبع بوردکن

$H(s) = 0.1$ — بهره فیدبک

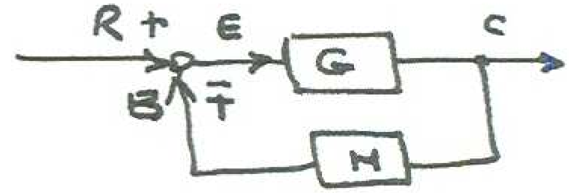
واگر بخواهیم

Slide 9

A86 Admin; 2008/04/26

خطای حالت ماندگار (ادامه)

خطای حالت ماندگار $= e_{ss} = \lim_{t \to \infty} e(t)$



$$E(s) = \frac{R(s)}{1+G(s)H(s)}$$

یادآوری:

$E = R \mp B$, $B = CH$, $C = GE$, $E = R \mp CH$

$E = R \mp GEH \longrightarrow E(1 \pm GH) = R \Longrightarrow \frac{E}{R} = \frac{1}{1 \pm GH}$

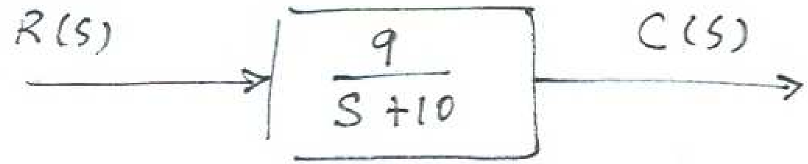
قضیه مقدار نهایی در تبدیل لاپلاس

$$e_{ss} = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} \frac{sR(s)}{1+G(s)H(s)}$$

بنابراین بطوریکه دیده میشود خطای حالت ماندگار سیستم بستگی به تابع تبدیل حلقه باز GH دارد و نیز به ورودی R(S). برای یک سیستم ورودیهای گوناگون متفاوتی را در نظر گرفت از جمله تغییرات شرایط اولیه - بحث شد

Slide 10

A87 Admin; 2008/04/26



ورودی پله :

$$C(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{9}{s+10}$$

پاسخ در حوزه زمان

$$C(t) = 0.9\left(1 - e^{-10t}\right)$$

$$C(\infty) = 0.9$$

خطای ماندگار :

$$E(\infty) = R(\infty) - C(\infty)$$

$$= 1 - 0.9$$

$$= 0.1$$

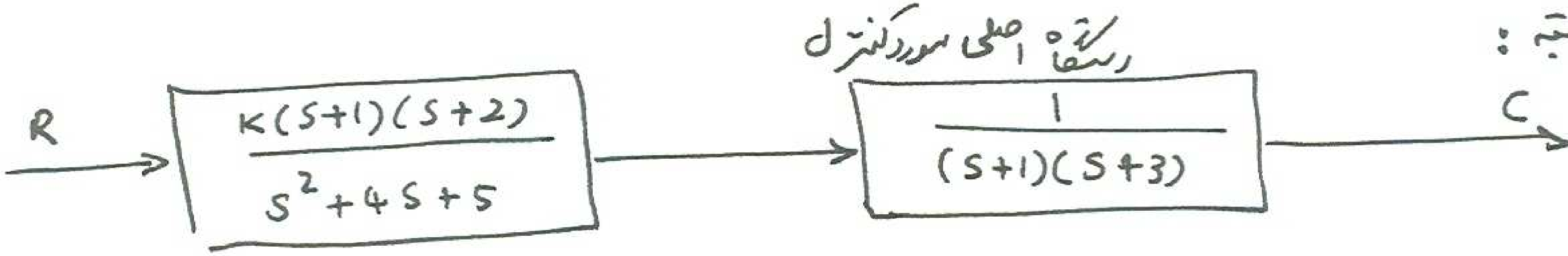
یا :

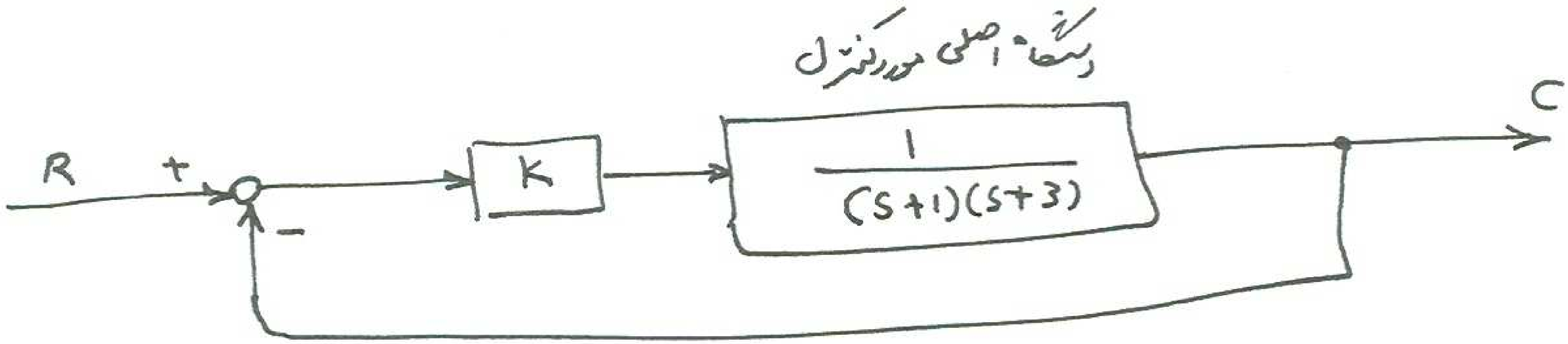
$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} s\left[\frac{1}{s} - \frac{9}{s+10}\right] = \lim_{s \to 0} \frac{s+1}{s+10} =$$

Slide 11

A88 Admin; 2008/04/26

سیستم حلقه باز و بسته :





برای سیستم حلقه باز : $\frac{C}{R} = \frac{K}{s^2+4s+5}$

حلقه بسته : $\frac{C}{R} = \frac{K}{s^2+4s+3+K}$

به ازای $K=2$

$$\left.\frac{C}{R}\right|_{\text{حلقه باز}} = \left.\frac{C}{R}\right|_{\text{حلقه بسته}} = \frac{2}{s^2+4s+5}$$

نکته:

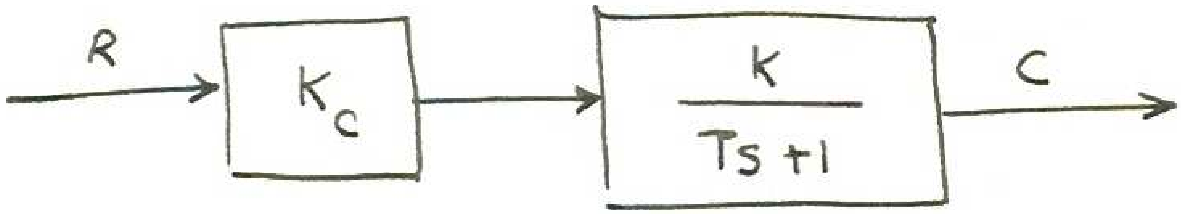
همانطور که دیده می‌شود به ازای $K=2$ نسبت خروجی به ورودی در تابع تبدیل حلقه باز و بسته یکی است. لکن بعداً خواهیم دید که حساسیت دو سیستم حلقه باز و بسته نسبت به تغییرات پارامترهای سیستم یکسان نیست.

Slide 12

A89 Admin; 2008/04/26

A90

مقایسه خطاهای ماندگار در سیستمهای حلقه باز و بسته



$$K_c = \frac{1}{K}$$

$$e(t) = r(t) - c(t)$$

$$E(s) = R(s) - C(s)$$

$$E(s) = [1 - G_0(s)]\, R(s)$$

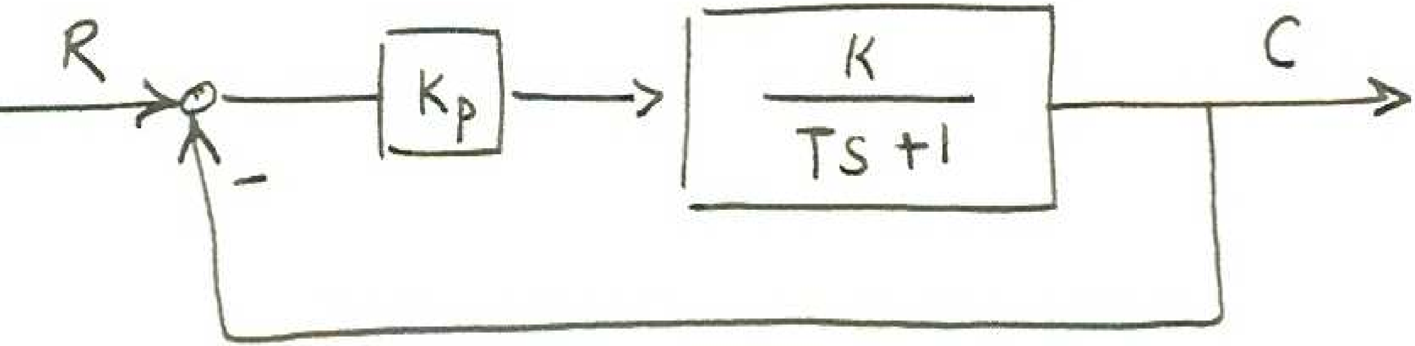
$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim s\,[1 - G_0(s)]\,\frac{1}{s} = 1 - G_0(0)$$

خطای حالت ماندگار ورودی پله. اگر $G_0(0)$ برابر یک باشد خطای حالت ماندگار، ورودی پله صفر است

* در عمل ممکن است بعلت وجود عدم قطعیت در پارامترهای سیستم $G_0(0) \neq 1$ باشد که باید سیستم حلقه باز تنظیم شود تا خروجی مطلوب را پیدا کند.

Slide 13

A90 Admin; 2008/04/26



$$K_p = \frac{1}{K}$$

$$E(s) = R(s) - C(s) = \frac{1}{1+G(s)} R(s)$$

$$G(s) = \frac{K_p k}{Ts+1}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} s \left[\frac{1}{1+G(s)} \right] \frac{1}{s} = \frac{1}{1+G(0)} = \frac{1}{1+K_p k}$$

برای صفر کردن خطا در سیستم حلقه بسته Kp را باید بزرگ گرفت.

مقایسه

* فرض کنیم K_c در حلقه باز و K_p در حلقه بسته ثابت باشد

* K در هر دو آرایش به اندازه ΔK افزایش پیدا کند آنگاه

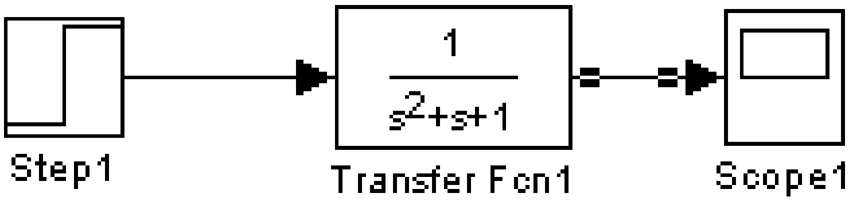
$$\frac{K + \Delta K}{TS + 1}$$

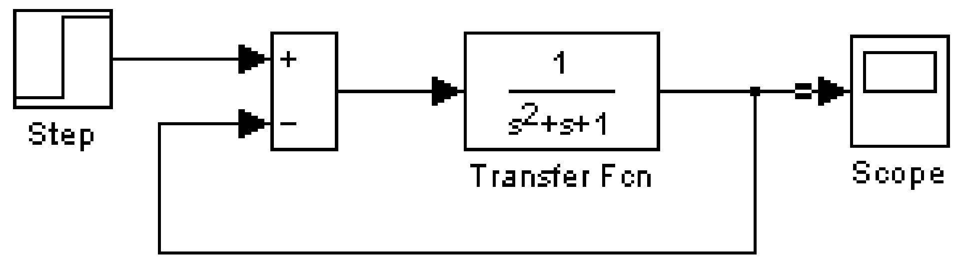
$$K = 10 \qquad\qquad K_p = \frac{100}{K}$$
$$\Delta K = 1$$

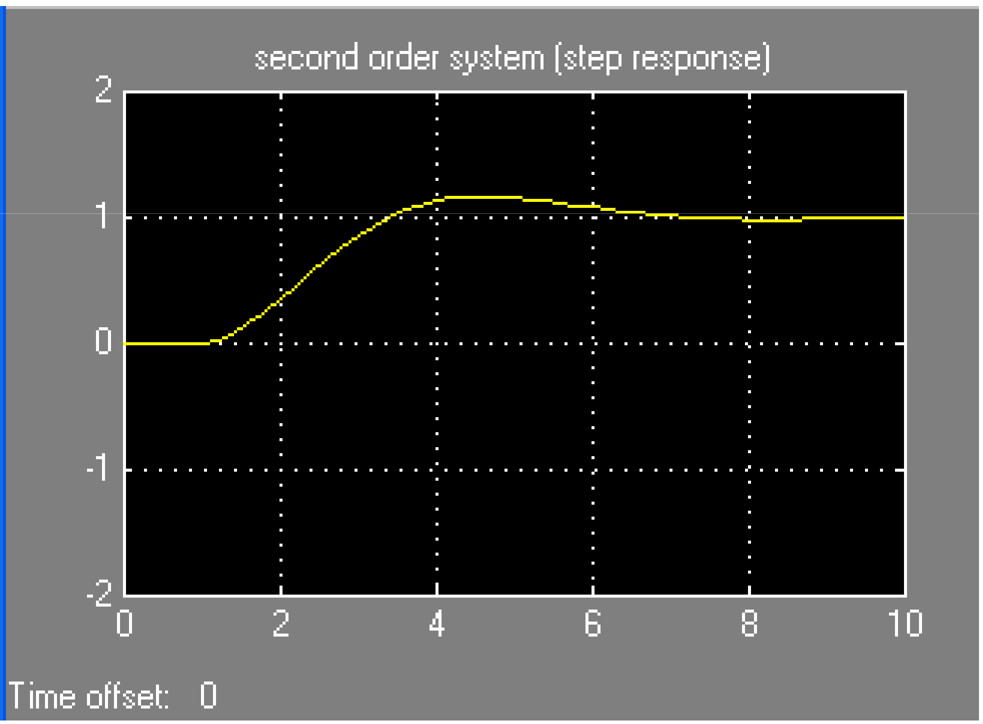
حلقه باز
$$e_{ss} = 1 - \frac{1}{K}(K + \Delta K) = 1 - 1.1 = -0.1$$

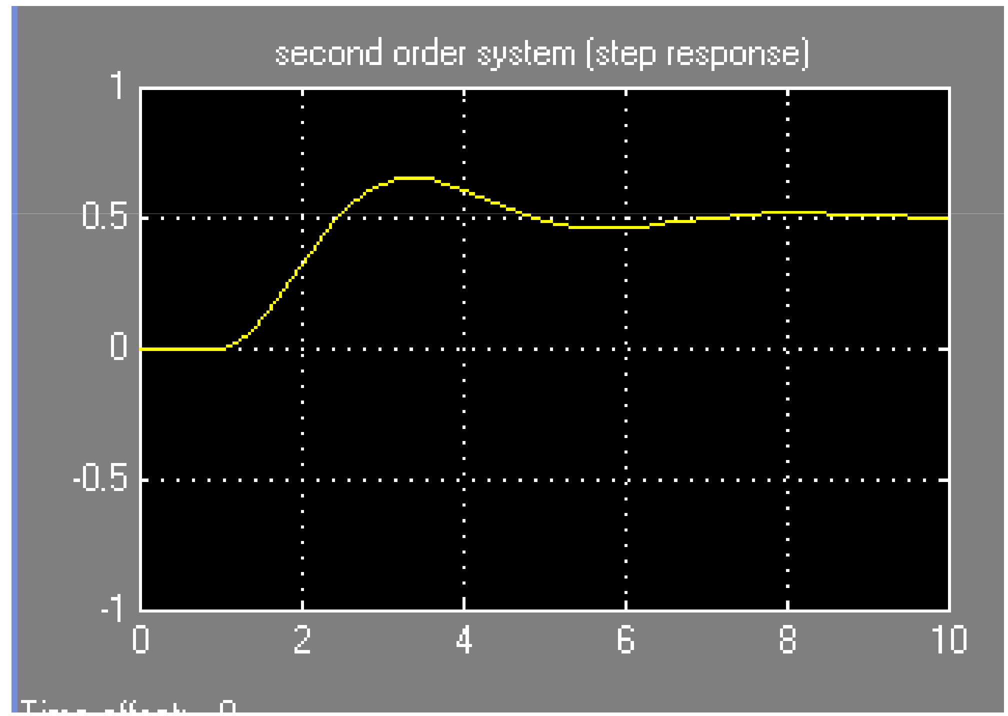
حلقه بسته
$$e_{ss} = \frac{1}{1 + G(0)} = \frac{1}{1 + \frac{100}{K}(K + \Delta K)} = \frac{1}{1 + 110} = 0.00$$

پس سیستم کنترل حلقه بسته نسبت به حلقه باز برتری دارد.


Step1
1
s2+s+1
Transfer Fcn1
Scope1


Step
+
-
1
s2+s+1
Transfer Fcn
Scope

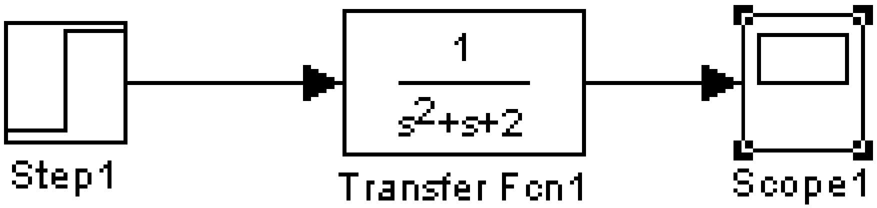

second order system (step response)
2
1
0
-1
-2
0
2
4
6
8
10
Time offset: 0

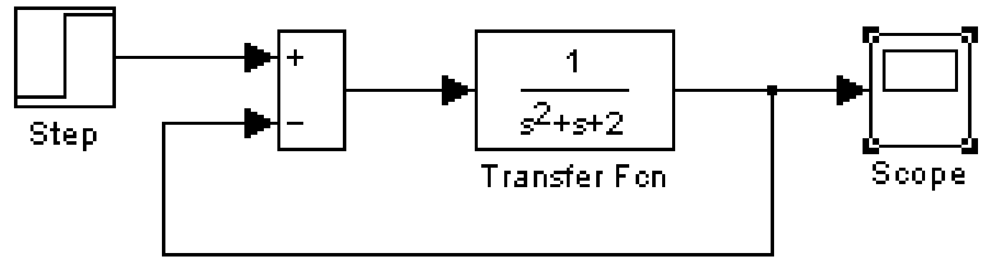

second order system (step response)
1
0.5
0
-0.5
-1
0
2
4
6
8
10

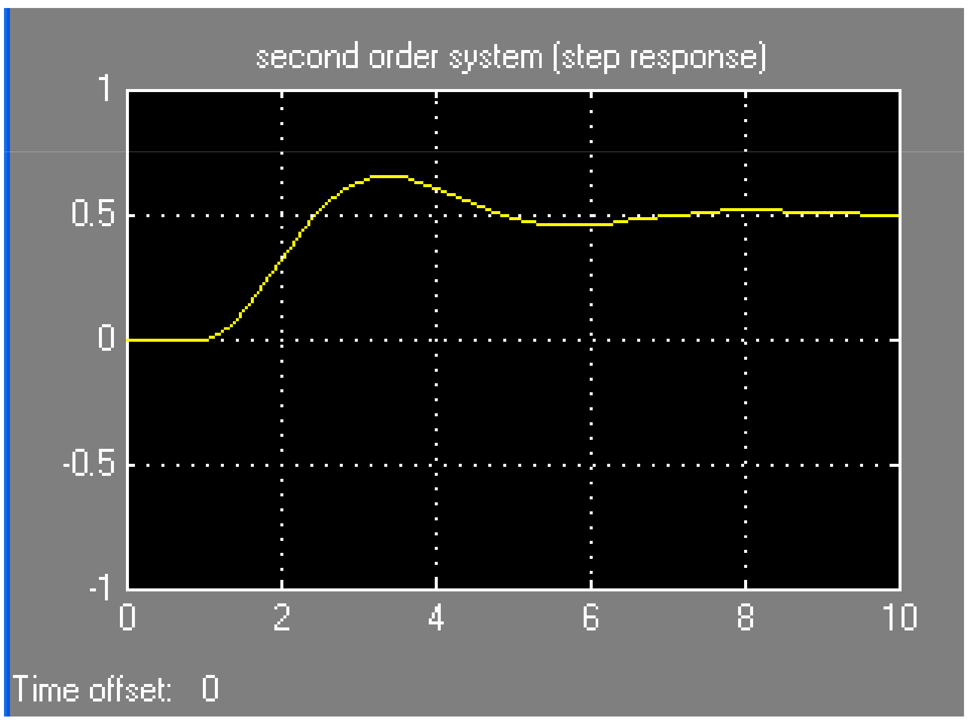
Slide 16

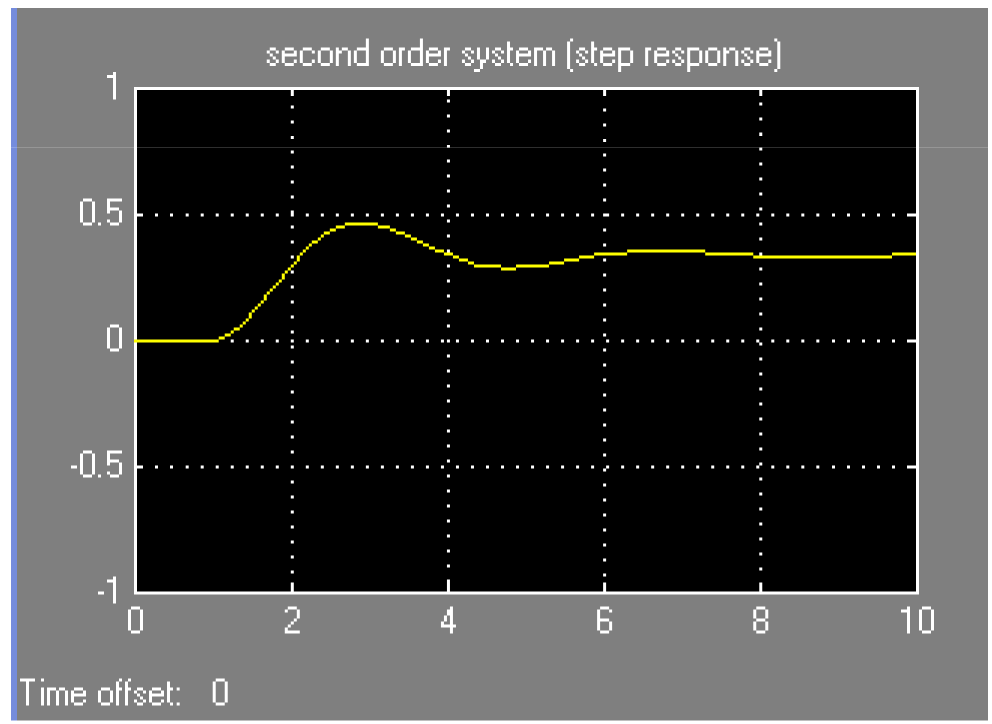
A112 Admin; 2008/04/26

A113


Step1
1
s2+s+2
Transfer Fcn1
Scope1


Step
+
−
1
s2+s+2
Transfer Fcn
Scope

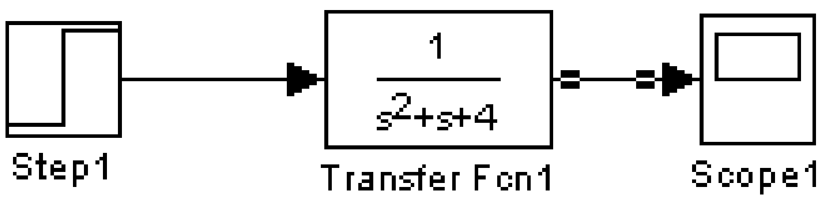

second order system (step response)
1
0.5
0
-0.5
-1
0
2
4
6
8
10
Time offset: 0

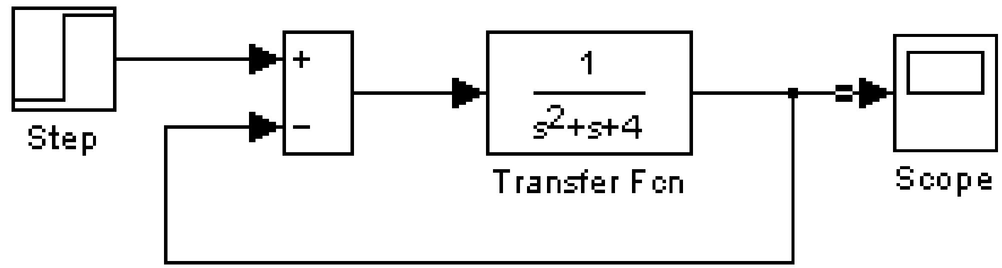

second order system (step response)
1
0.5
0
-0.5
-1
0
2
4
6
8
10
Time offset: 0

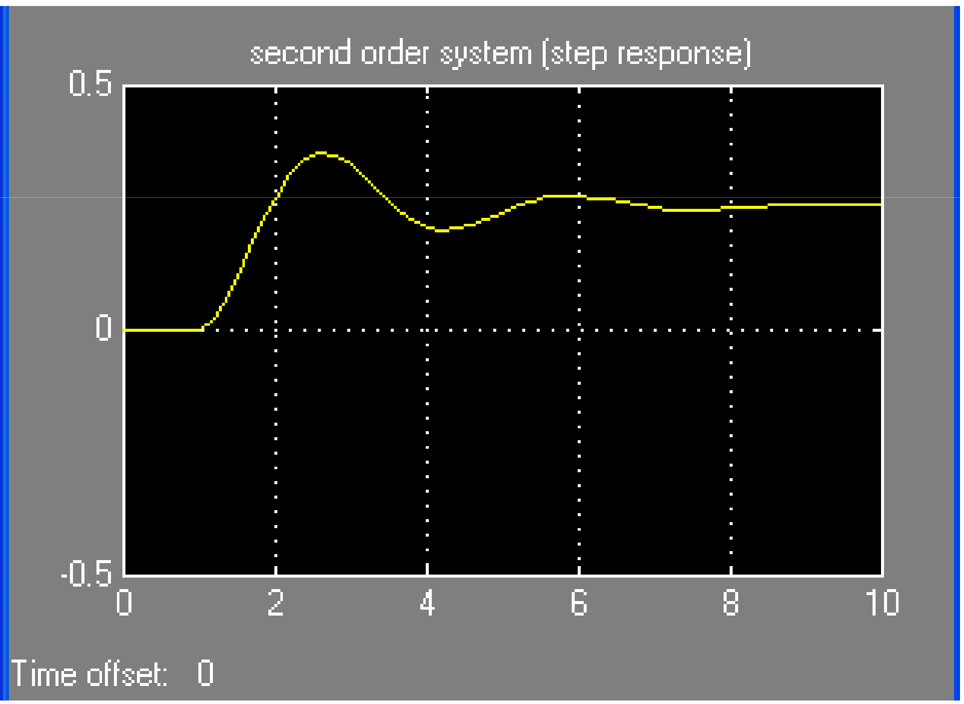
Slide 17

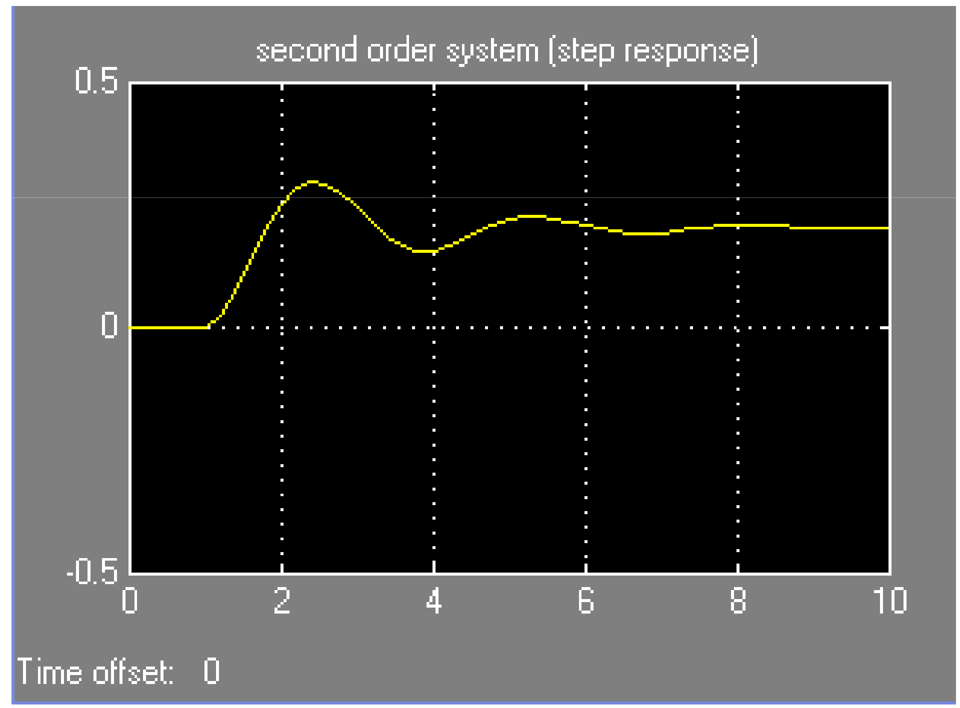
A113 Admin; 2008/04/26

A114


Step1
1
s2+s+4
Transfer Fcn1
Scope1


Step
+
-
1
s2+s+4
Transfer Fcn
Scope

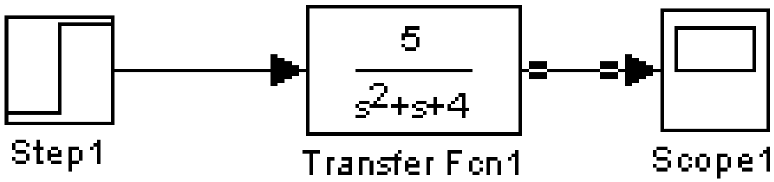

second order system (step response)
0.5
0
-0.5
0
2
4
6
8
10
Time offset: 0


second order system (step response)
0.5
0
-0.5
0
2
4
6
8
10
Time offset: 0

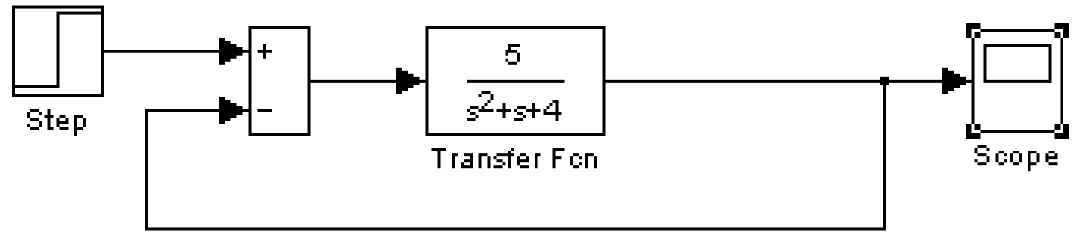
Slide 18

A114 Admin; 2008/04/26

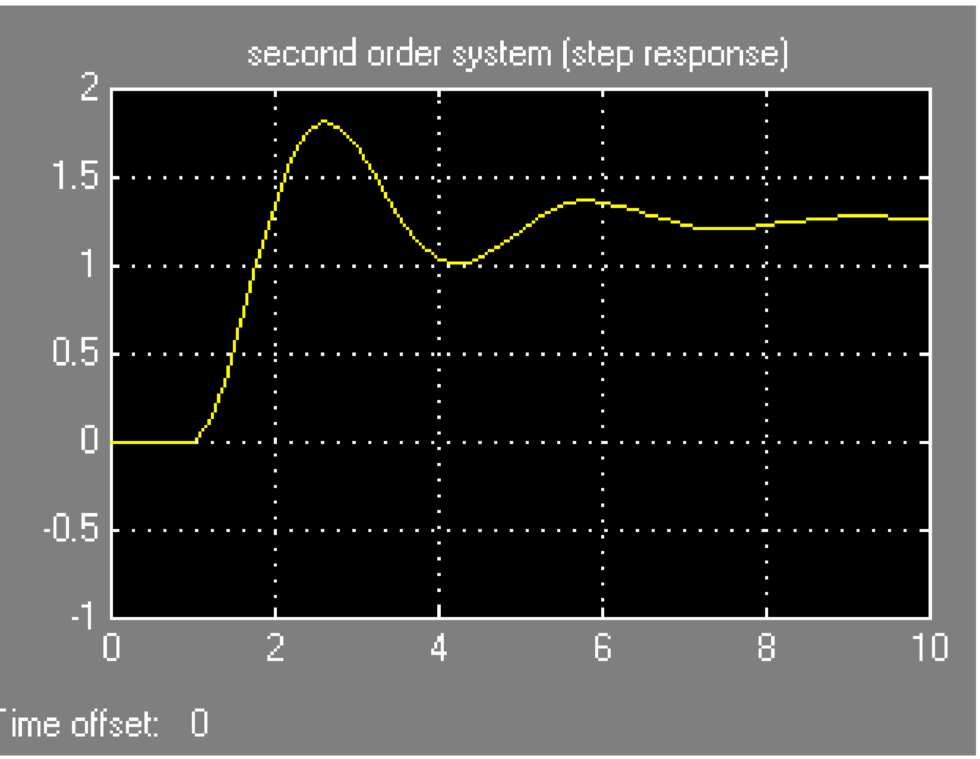
A115



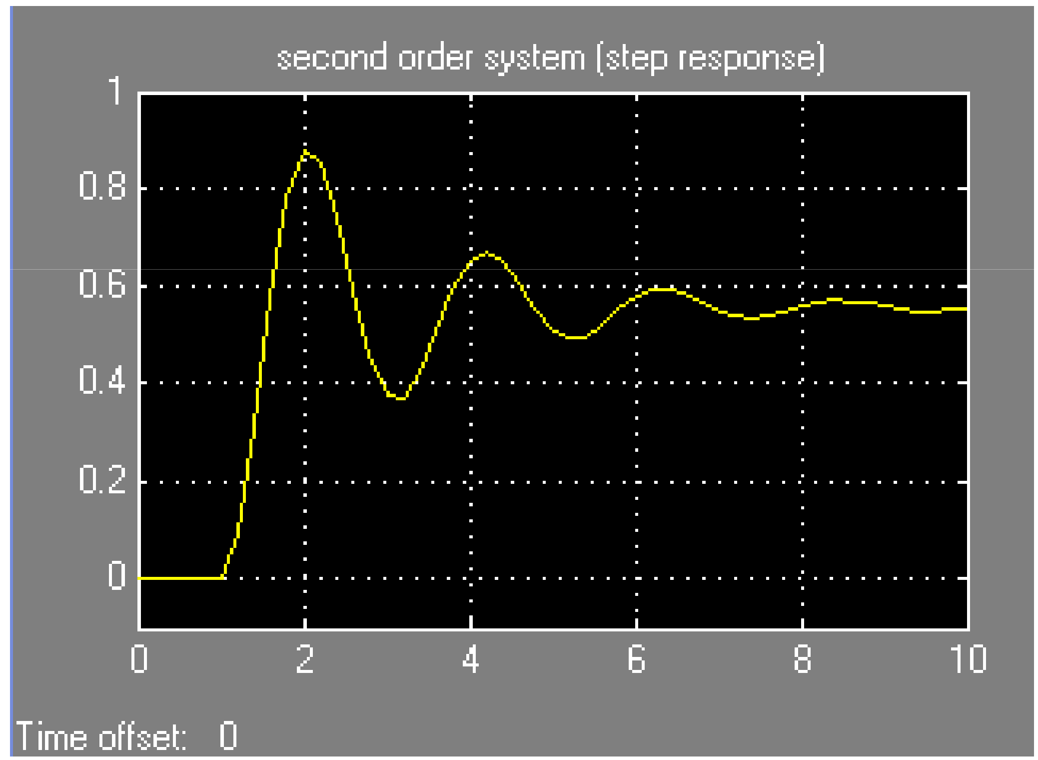
5
s2+s+4
Step1
Transfer Fcn1
Scope1



+
-
5
s2+s+4
Step
Transfer Fcn
Scope



second order system (step response)
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
0 2 4 6 8 10
Time offset: 0

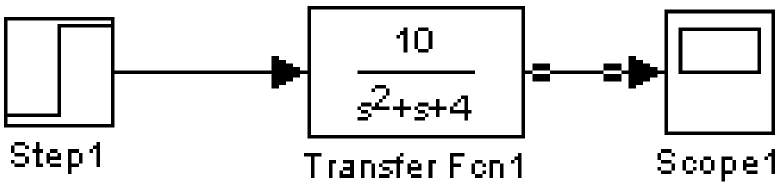


second order system (step response)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0 2 4 6 8 10
Time offset: 0

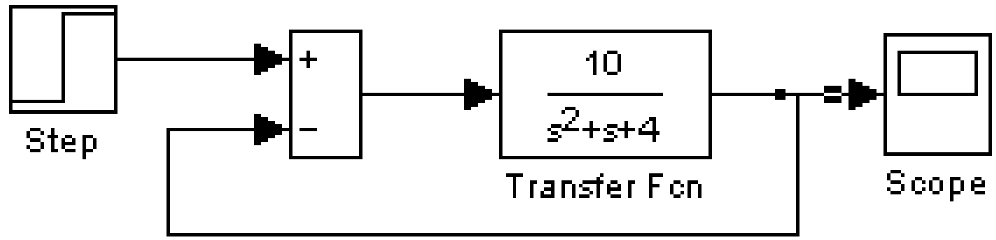
Slide 19

A115 Admin; 2008/04/26

A116

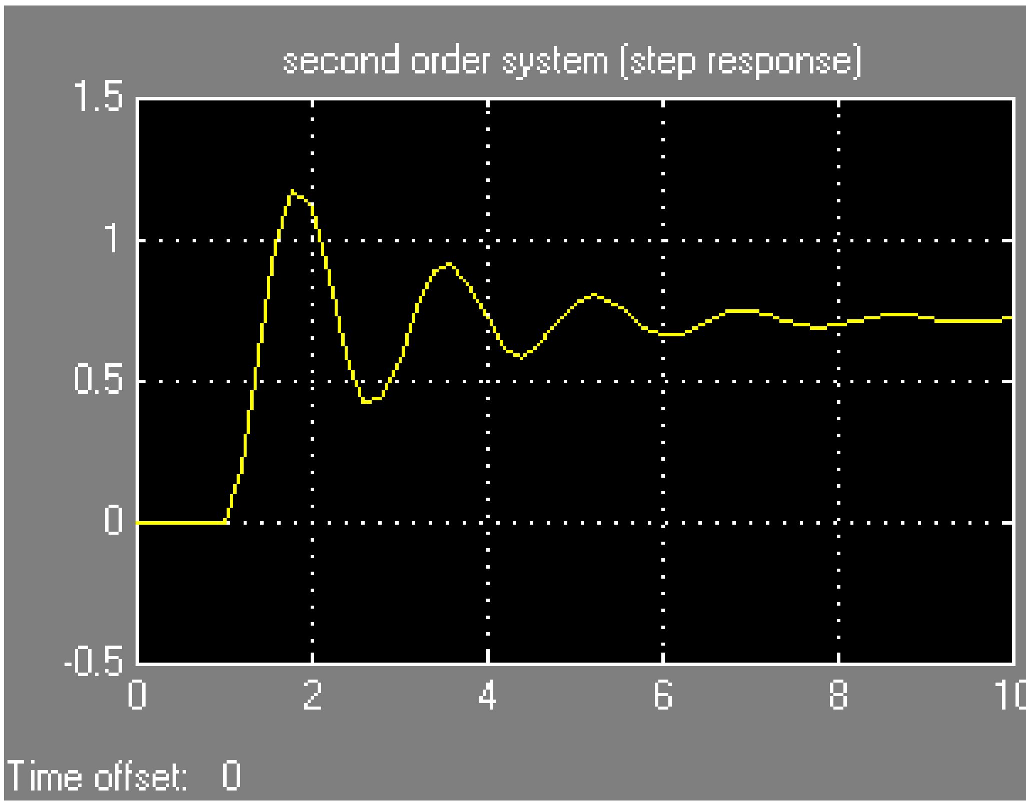


Step1
10
s2+s+4
Transfer Fcn1
Scope1



Step
+
−
10
s2+s+4
Transfer Fcn
Scope

second order system (step response)
4
3
2
1
0
0
2
4
6
8
10
ime offset: 0



second order system (step response)
1.5
1
0.5
0
-0.5
0
2
4
6
8
10
Time offset: 0

Slide 20

A116 Admin; 2008/04/26

نوع سیستم های کنترل :

* همانطور که دیدیم خطای حالت ماندگار بستگی به تابع تبدیل حلقه باز GH دارد. در صورتیکه سیستم مورد مطالعه را به شکل کانونیکال در آورده باشیم) . میتوانیم معیاری از خطا با توجه به نوع سیستم بدست آوریم

* نوع هر سیستم با توجه به تابع تبدیل حلقه باز GH به صورت زیر مشخص میشود

$$GH = \frac{K \prod_{i=1}^{m} (S + Z_i)}{\prod_{i=1}^{n} (S + P_i)}$$

$m \leq n$

Z_i و $-P_i$

قطب ها و صفرهای حلقه باز

$$GH = \frac{K\, S^{a} \prod_{i=1}^{m-a} (S + Z_i)}{S^{b} \prod_{i=1}^{n-b} (S + P_i)}$$

$$\boxed{l = b - a = \text{نوع سیستم}}$$

$b \geq a$

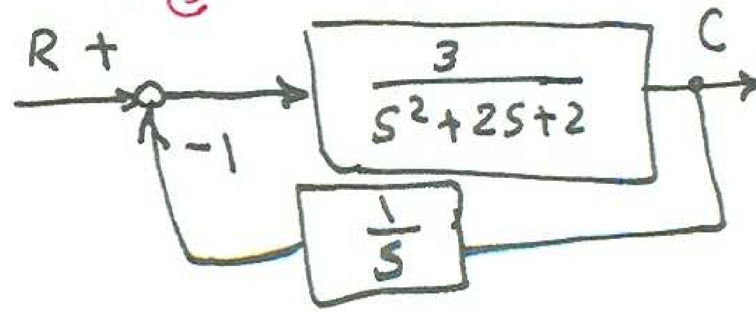
تعریف : یک سیستم کنترل فیدبک دار کانونیکال را که دارای تابع تبدیل حلقه باز به صورت زیر
می باشد سیستم نوع l می نامند . $l \geq 0$ ، $-P_i$ و $-Z_i$ قطب های / صفرهای
غیرصفر تابع تبدیل حلقه باز می باشند

نوع سیستم با درجه سیستم متفاوت است

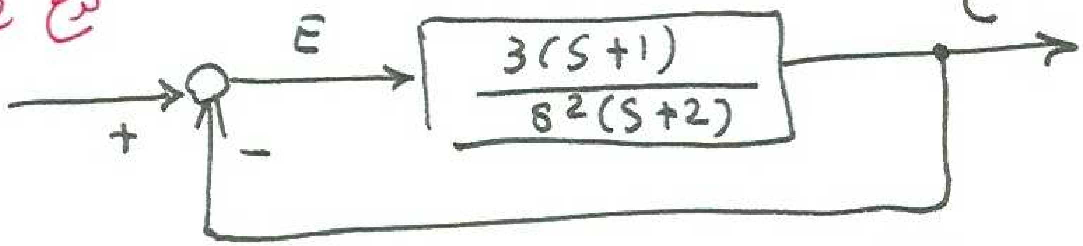
$$GH = \frac{K \prod_{i=1}^{m-a} (s+Z_i)}{s^l \prod_{i=1}^{n-a-l} (s+P_i)} = \frac{K B_1(s)}{s^l B_2(s)}$$

مثال :

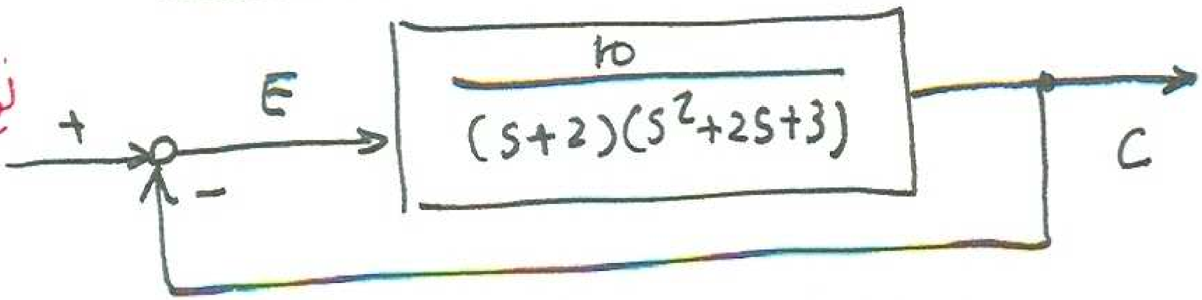
نوع 1



نوع 2



نوع صفر



اثر ورودی بر خطای ماندگار سیستم

۱- ورودی پله

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{sR}{1+GH} = \lim_{s \to 0} \frac{sR}{\frac{1}{s}(1+GH)} = \lim_{s \to 0} \frac{R}{1+GH}$$

$$K_p = \lim_{s \to 0} GH$$

حد تابع حلقه باز GH را در $s \to 0$ ثابت خطای ورودی پله K_p می‌نامیم

$$\boxed{e_{ss} = \frac{R}{1+K_p}}$$

برای اینکه خطای حالت ماندگار سیستم حلقه بسته با ورودی پله برابر صفر باشد این است که:

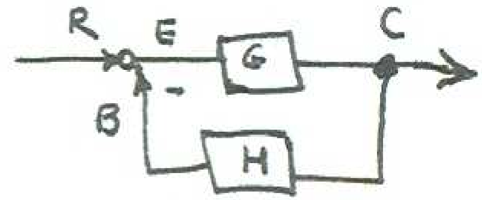
$K_p = \infty \longrightarrow GH$ یعنی تابع تبدیل حلقه باز باید حداقل از نوع یک باشد (حداقل یک انتگرال گیر $(\frac{1}{s})$ داشته باشد)

$e_{ss} = \frac{R}{1+K_p} =$ ثابت   نوع صفر

سیستم نوع 1 به بالا $e_{ss} = 0$

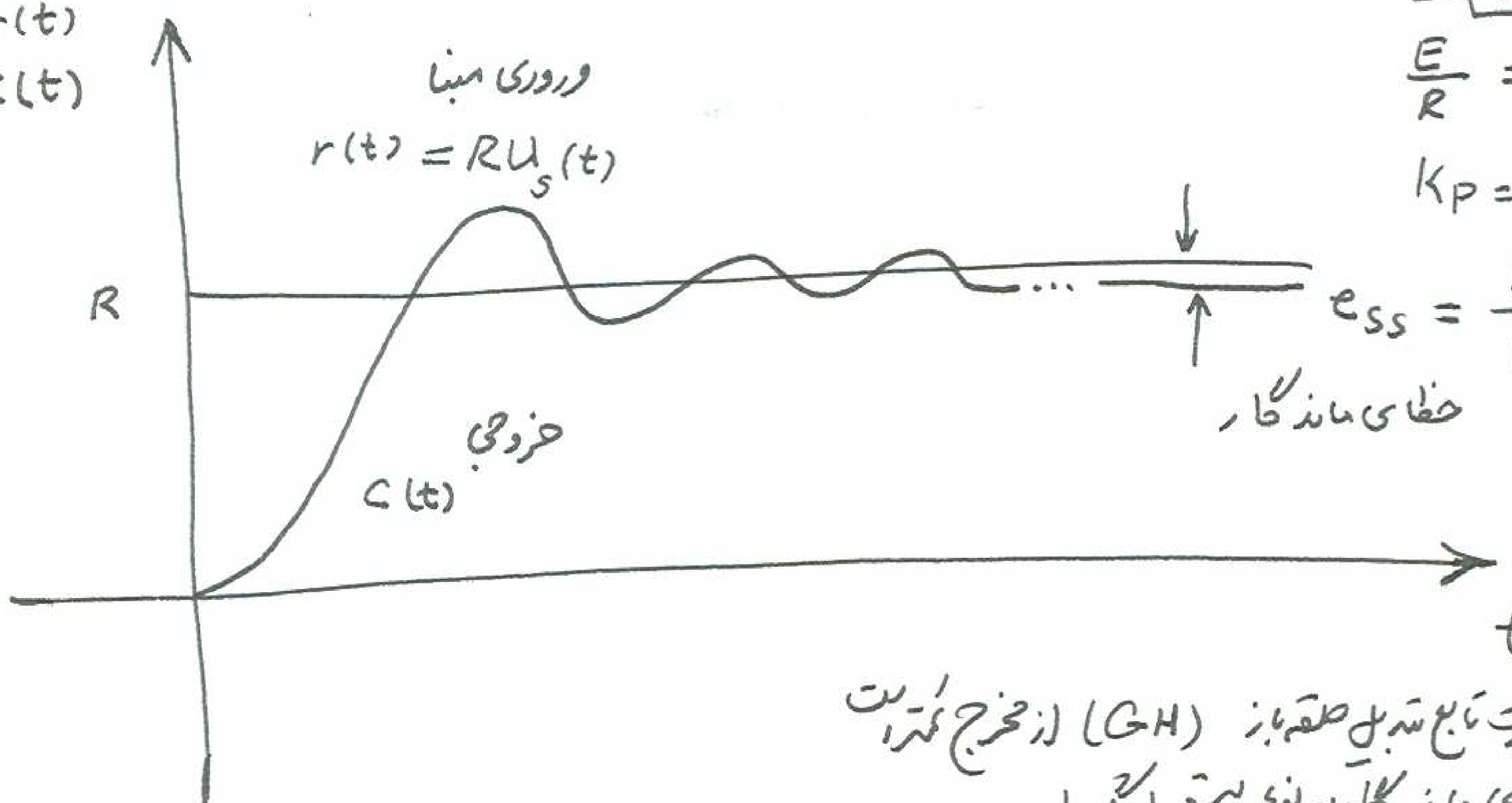
$e_{ss} = \dfrac{R}{1+K_p} =$ ثابت   سیستم نوع صفر

$e_{ss} = 0$ سیستم نوع 1 و بالاتر



$$\frac{E}{R} = \frac{1}{1+GH}$$

$K_p = \lim\limits_{s \to 0} GH$ خطای پله



* درجه صورت تابع تبدیل حلقه باز (GH) از مخرج کمتر است

* خطای ماندگار به نوع سیستم بستگی دارد

خطای حالت ماندگار ناشی از ورودی پله به یک سیستم فیدبک دار کانونیکال

خطای ماندگار ناشی از ورودی شیب (ورودی دارای سرعت تغییرات می باشد)
مقدار ورودی با زمان تغییر میکند

تبدیل لاپلاس ورودی شیب $R(s) = \frac{R}{s^2}$ می باشد

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{R}{s(1+GH)} = \lim_{s \to 0} \frac{R}{sGH}$$

ثابت خطای ورودی شیب

$$K_v = \lim_{s \to 0} sGH$$

$$e_{ss} = \frac{R}{K_v}$$

بحث: برای اینکه خطای شیب صفر بشه باید $K_v = \infty$ باشد. در اینصورت سیستم باید نوع ۲ و بالاتر باشد.

سیستم نوع صفر $e_{ss} = \infty$

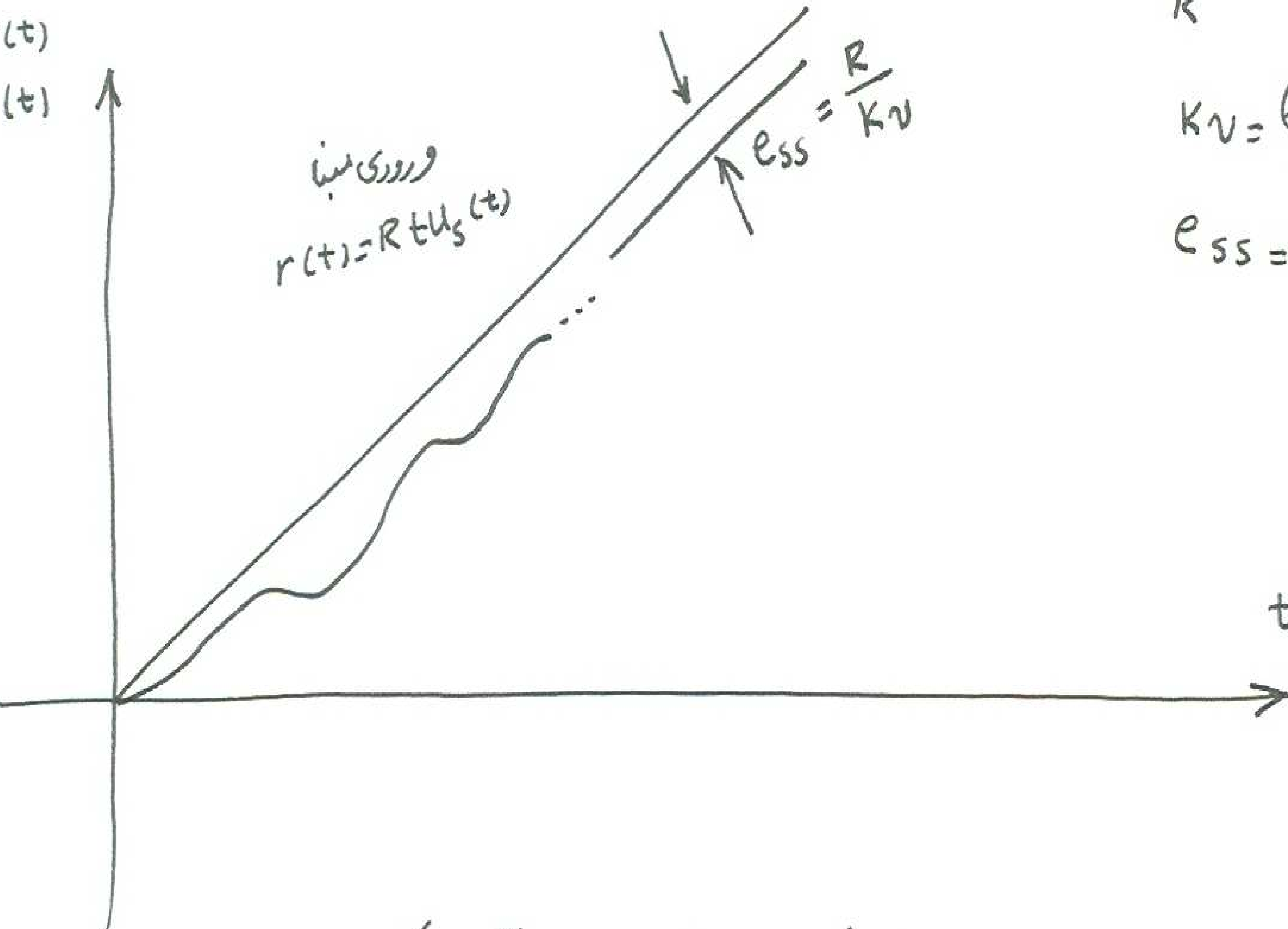
" " یک $e_{ss} = \frac{R}{K_v}$

" " دو $e_{ss} = 0$

$$\frac{E}{R} = \frac{1}{1+GH} \quad , R(s) = \frac{R}{s^2}$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} sGH \qquad e_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{R}{sG\ldots}$$

$$e_{ss} = \frac{R}{K_v}$$



$e_{ss} = \infty$ سیستم نوع صفر

$e_{ss} = \frac{R}{K_v}$ 1 " "

$e_{ss} = 0$ 2 " "

خطای حالت ماندگار ناشی از ورودی شیب به یک
سیستم فیدبک دار . کانونیکال

خطای ماندگار ناشی از ورودی سهمی (ورودی دارای شتاب ثابت است - مقدار آن نسبت به زمان با توان ۲ تغییر میکند)

$$R(s) = \frac{R}{s^3}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{R}{s^2 GH}$$

$$K_a = \lim_{s \to 0} s^2 GH$$

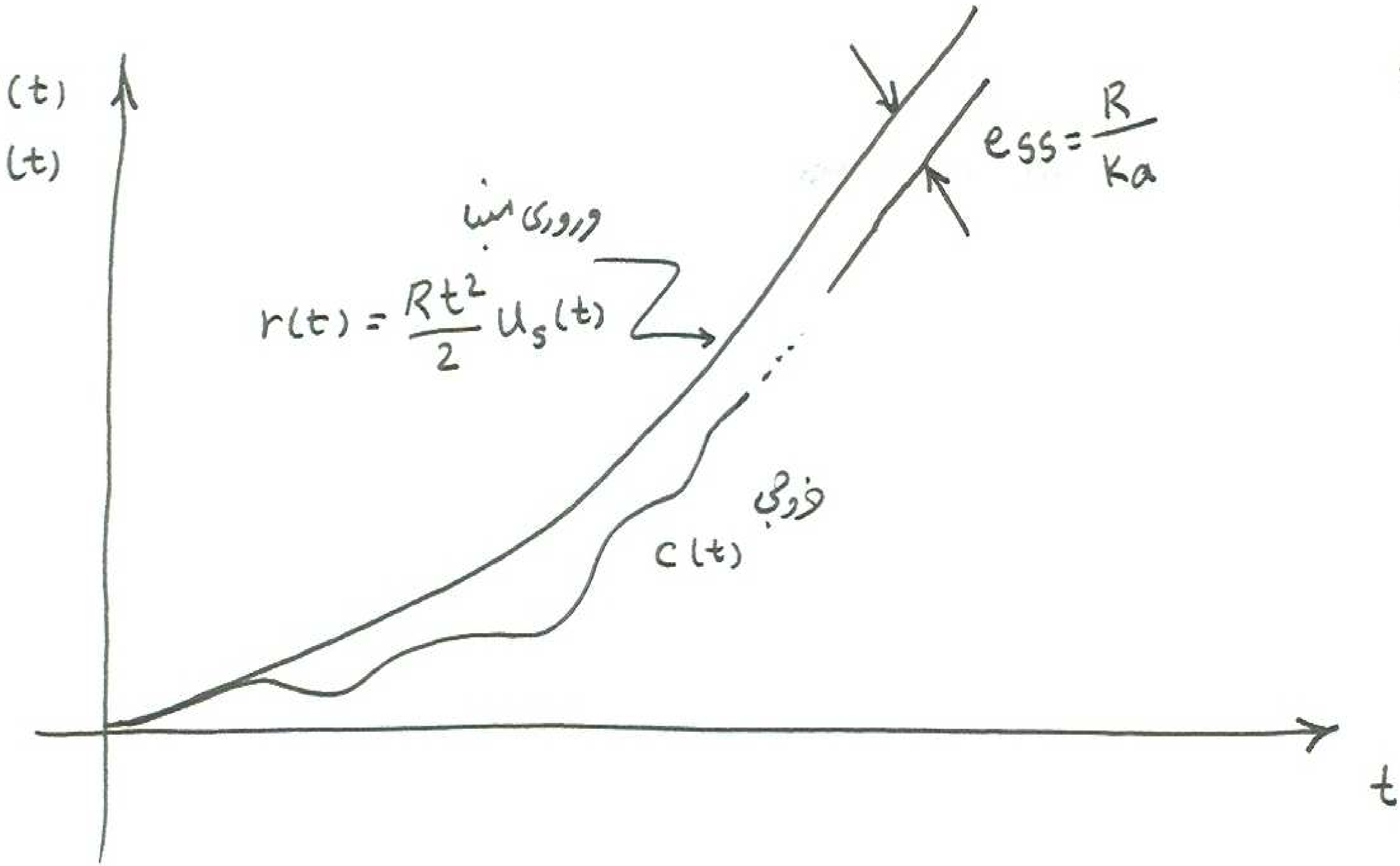
$$e_{ss} = \frac{R}{K_a}$$

$e_{ss} = \infty$ — سیستم نوع صفر

$e_{ss} = \infty$ — " یک

$e_{ss} = \frac{R}{K_a} =$ ثابت — " ۲

$e_{ss} = 0$ — سیستم نوع 3 و بالاتر



$$R(s) = \frac{R}{s^3}$$

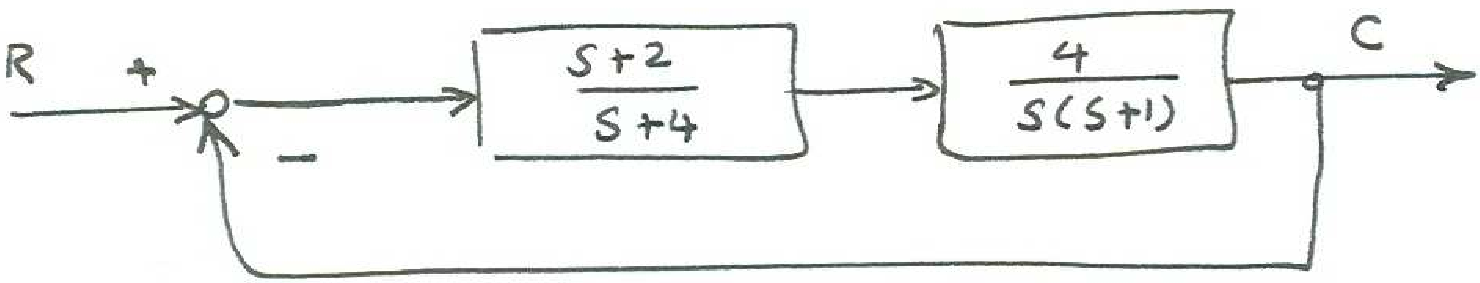
$$e_{ss} = \lim \frac{R}{s^2 G H}$$

$$K_a = \lim_{s \to 0} s^2 G H$$

$$e_{ss} = \frac{R}{K_a}$$

خطای حالت ماندگار ناشی از ورودی سهمی یک سیستم فیدبک دار کانونیکال

ل : خطای حالت ماندگار سیستم زیر را برای ورودی‌های پله، شیب و سهمی بدست آورید



تابع تبدیل حلقه باز =

$$GH = \frac{4(S+2)}{S(S+1)(S+4)}$$

ورودی پله

$$K_p = \lim_{S \to 0} GH = \infty$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = 0$$

ورودی شیب

$$K_v = \lim_{S \to 0} S\,GH = 2$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = 0.5$$

ورودی سهم

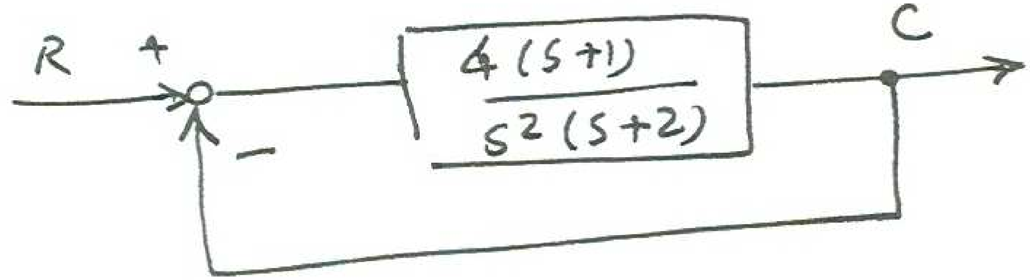
$$K_a = \lim_{S \to 0} S^2 GH = 0$$

$$e_{ss} = 1/0 = \infty$$

مثال: خطای حالت ماندگار را برای سیستم زیر وقتی که ورودی

$$R = \frac{3}{s} - \frac{1}{s^2} + \frac{1}{2s^3}$$

باشد بدست آورید.



حل: چون سیستم خطی است با استفاده از اصل انطباق خروجی را برای جهت های مختلف ورودی بدست آو
و جمع می کنیم

$R_1 = \frac{3}{s} \longrightarrow$ ورودی پله

$\boxed{3\, e_{ss1} = 0} \longleftarrow K_p = \infty$ چون سیستم نوع 2 است

$R_2 = -\frac{1}{s^2} \longrightarrow$ ورودی شیب

$\boxed{-\, e_{ss2} = 0} \longleftarrow K_v = \infty$ چون سیستم نوع 2 است

چون سیستم نوع 2 است $K_a = 2$

$R_3 = +\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{s^3}$

$$K_a = \lim_{s \to 0} s^2 GH = \frac{4(0+1)}{(0+2)} = 2$$

$\boxed{e_{ss3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}}$

خطای حالت ماندگار $= 0 + 0 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

بدست آوردن ثابت خطا برای ورودی دلخواه (سری خطا)

$$\frac{E(s)}{R(s)}$$

$$E = W_e R$$

درصورتیکه خطای حالت ماندگار ∞ شود یا ورودی سینوسی و یا غیر از توابع تکلیف باشد از روشهای قبل نمی توان استفاده نمود.

$$e(t) = \int_{-\infty}^{t} W_e(\tau)\, r(t-\tau)\, d\tau$$

$$r(t-\tau) = r(t) - \tau r'(t) + \frac{(-\tau)^2}{2!} r''(t) + \frac{(-\tau)^3}{3!} r'''(t) + \cdots$$

یادآوری سری تیلور

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + \frac{x_{i+1} - x_i}{1!} f'(x_i) + \frac{(x_{i+1} - x_i)^2}{2!} f''(x_i) + \cdots$$

سری تیلور: با داشتن مقدار تابع و مشتقات آن در یک نقطه میتوان مقدار تابع را در هر نقطه دلخواه بدست آورد

$$x_{i+1} - x_i \equiv t - \tau - t = -\tau$$

چون سیستم علّی است به ازای $t \leq 0$ بنابراین:

$$e(t) = \int_{0}^{t} W_e(\tau) \left[r(t) - \tau r'(t) + \frac{\tau^2}{2!} r''(t) \right] d\tau$$

$$e(t) = r(t)\int_0^t w_e(\tau)\,d\tau - r'\int_0^t \tau w_e\,d\tau + r''\int_0^t \frac{\tau^2}{2!} w_e\,d\tau - \cdots$$

تابع خطای ماندگار

$$e_s(t) = r_s(t)\int_0^\infty w_e(\tau)\,d\tau - r'\int_0^\infty \tau w_e\,d\tau + r''\int_0^t \frac{\tau^2}{2!} w_e\,d\tau \cdots$$

$$C_0 = \int_0^\infty w_e(\tau)\,d\tau \qquad C_1 = -\int_0^\infty \tau\, w_e(\tau)\,d\tau$$

$$C_2 = \int_0^\infty \frac{\tau^2}{2!} w_e\,d\tau \quad \cdots\cdots$$

ضرایب خطا

$$C_n = (-1)^n \int_0^\infty \tau^n w_e(\tau)\,d\tau$$

$$e_s(t) = C_0 r_s(t) + C_1 r_s'(t) + \frac{C_2}{2!} r'' + \cdots + \frac{C_n}{n!} r_s^{(n)}(t)$$

$$+ \cdots$$ ادامه سری

برای بدست آوردن ضرایب خطا به ترتیب زیر عمل می‌کنیم

تبدیل لاپلاس تابع ...

$$W_e(s) = \int_0^\infty w_e(\tau) e^{-s\tau} d\tau$$

$$\lim_{s \to 0} W_e(s) = \lim_{s \to 0} \int_0^\infty w_e(\tau) e^{-\tau s} d\tau$$

نسبت به s مشتق میگیریم

$$C_1 = -\int_0^\infty \tau w_e(\tau) e^{-s\tau} d\tau = \lim_{s \to 0} \frac{dW_e(s)}{ds}$$

$$C_2 = \lim_{s \to 0} \frac{d^2 W_e(s)}{ds^2} \quad \cdots \quad \boxed{C_n = \lim \frac{d^n W_e(s)}{ds^n}}$$

مثال: سیستم کنترل با فیدبک واحد که تابع تبدیل حلقه باز آن به صورت زیر میباشد مفروض است
مطلوبست محاسبه خطای حالت ماندگار این سیستم برای ورودیهای - پله - شیب - سهمی.

$$G = \frac{K}{S+1} \quad , \quad H = 1$$ فیدبک واحد

حل:

$$\frac{E}{R} = \frac{1}{1+GH} = \frac{1}{1+\frac{K}{S+1}} = \frac{S+1}{S+1+K}$$

سیستم نوع صفر:

$$K_a = 0 \quad , \quad K_v = 0 \quad , \quad K_p = K$$

$$e_{ss\,\text{پله}} = \frac{1}{1+K} \qquad e_{ss\,\text{شیب}} = \infty \qquad e_{ss\,\text{سهمی}} = \infty$$

همانطور که دیده میشود در مورد خطای سهمی و شیب نمی توان اطلاعات دقیق تری در مورد سیستم به دست آورد. یعنی رفتار خطا را در این دو ورودی را نمیتوان فهمید. و برای مطالعه دقیق تر باید معادله دیفرانسیل سیستم را حل کنیم و یا از سری خطا استفاده کنیم.

ل قبل را با استفاده از سری خطا حل کنید

$$W_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+GH} = \frac{1}{1+G} = \frac{S+1}{S+1+K} \qquad (H=1)$$

ضرائب خطای سیستم عبارتند از :

$$C_0 = \lim_{s \to 0} W_e(s) = \frac{1}{1+K}$$

$$C_1 = \lim_{s \to 0} \frac{d W_e(s)}{ds} = \lim_{s \to 0} \frac{(s+1+K)-(s+1)}{(s+1+K)^2} = \frac{K}{(1+K)^2}$$

$$C_2 = \lim_{s \to 0} \frac{d^2 W_e(s)}{ds} = \frac{-2K}{(K+1)^3}$$

ورودی پله $r(s) = 1$ درنتیجه تمام مشتقات $r(s)$ برابر صفر اند بنابراین سری خطا به عبارت زیر ختم میگر

$$e_s = C_0\, r(t) + C_1\, r' + \frac{C_2}{2!} r'' + \cdots$$

$$\boxed{e_s = \frac{1}{1+K} \cdot u(t)}$$

خطای ماندگار در ورودی پله

ورودی شیب واحد :

$$r(t) = r_s(t) = t\,u_s(t)$$

$$r'(t) = u_s(t)$$

$$r''(t) = 0$$

$$e_s = C_0\,r(t) + C_1\,r'(t) + \frac{C_2}{2!}\,r''(t) + \cdots$$

خطا در ورودی شیب

$$\boxed{e_s = \left[\frac{1}{1+K}\,t + \frac{K}{1+K2}\right] u_s(t)}$$

همانطور که دیده می‌شود خطا در ورودی شیب . بصورت خطی تغییر می‌کند

ورودی سهمی واحد :

$$e_s = \left[\frac{1}{2(1+K)}\,t^2 + \frac{K}{(1+K)^2}\,t - \frac{K}{(1+K)^3}\right] u_s(t)$$

زیرا :

$$r(t) = r_s(t) = (t^2/2)\,u_s(t)$$

$$r'_s = t\,u_s(t)$$

$$r''_s = u_s(t)$$

مثال : خطای ماندگار سیستم مثال قبل را به ورودی زیر بدست آورید :

$$r_s(t) = \left(a_0 + a_1 t + \frac{a_2 t^2}{2} + e^{-a_2 t}\right) u_s t$$

حل : وقتی $t \to \infty$ ، $e^{-a_2 t} \to 0$ پس ورودی در حالت ماندگار، به صورت زیر می باشد

$$r(t) = a_0 + a_1 t + \frac{a_2 t^2}{2}$$

$$e_s(t) = \frac{1}{1+k} r_s + \frac{K}{1+K^2} r_s'(t) + \frac{K}{(1+K)^3} r_s''(t)$$

* از مشتق سوم به بالا ورودی صفر است

* در رابطه خطا به جای مشتق های $r_s'(t)$ از رابطه ورودی برحسب t مشتق گرفته قرار میدهیم

ال : مطلوبست محاسبه خطا در سیستم شکل قبل درصورتیکه ورودی سیستم یک تابع سینوسی باشد که در آن

$$r(t) = \sin \omega_0 t$$

$\omega_0 = 2\ rad/s$ و $K = 100$ می‌باشد

$$G = \frac{K}{S+1} \quad , \quad H = 1 \qquad\qquad \frac{E}{R} = \frac{S+1}{S+1+K} \qquad\qquad \frac{E}{R} = \frac{1}{1+GH}$$

حل :

$$e_s(t) = C_0\, r_s(t) + C_1\, r'_s(t) + \frac{C_2}{2!}\, r''_s(t) + \cdots\cdots$$

$$C_0 = \lim_{S \to 0} W_e(s) = \frac{1}{1+K} = 0.0099$$

$$C_1 = \lim_{S \to 0} \frac{dW}{dS} = \frac{K}{(1+K)^2} = 0.0098$$

$$C_2 = \lim_{S \to 0} \frac{d^2W}{dS^2} = \frac{-2K}{(1+K)^3} = 0.000194$$

$$C_3 = \lim_{S \to 0} \frac{d^3W}{dS^3} = \frac{6K}{(1+K)^6} = 1.766 \times 10^{-6}$$

از ضرائب بالاتر چون مقدار کوچکی دارند صرفنظر میشود

$$e_s(t) = C_0 \sin\omega_0 t + C_1 \omega_0 \cos\omega_0 t - \frac{C_2}{2!}\omega_0^2 \sin\omega_0 t - \frac{C_3}{3!}\omega_0^3 \cos\omega_0 t + \cdots$$

$$e_s(t) \cong 0.01029 \sin 2t + 0.0196 \cos 2t$$

$$= 0.02214 \sin(2t + 62.3^\circ)$$

$$\frac{E}{R} = \frac{s+1}{s+1+K}$$

محاسبه خطا به روش دیگر — با استفاده از تابع تبدیل

$$W_e(j\omega) = \frac{E(j\omega)}{R(j\omega)} = \frac{j\omega+1}{j\omega+100+1} \qquad \omega = \omega_0 = 2\ \text{rad/sec}$$

$$= \frac{1+j2}{101+j2} = 0.02214 \angle 62.3^\circ$$

پاسخ گذرا - تبادل انرژی در سیستم ها آنی نیست. سیستم های دنیای فیزیکی در خود انرژی ذخیره می کنند. (لذا نمی میرا)

* دامنه و مدت پاسخ گذرا باید در حد مجاز باشد. پاسخ سیستم باید حتی المقدور سریعاً به مقدار ماندگار خود برسد

این امر بیانگر انعطاف پذیری سیستم می باشد

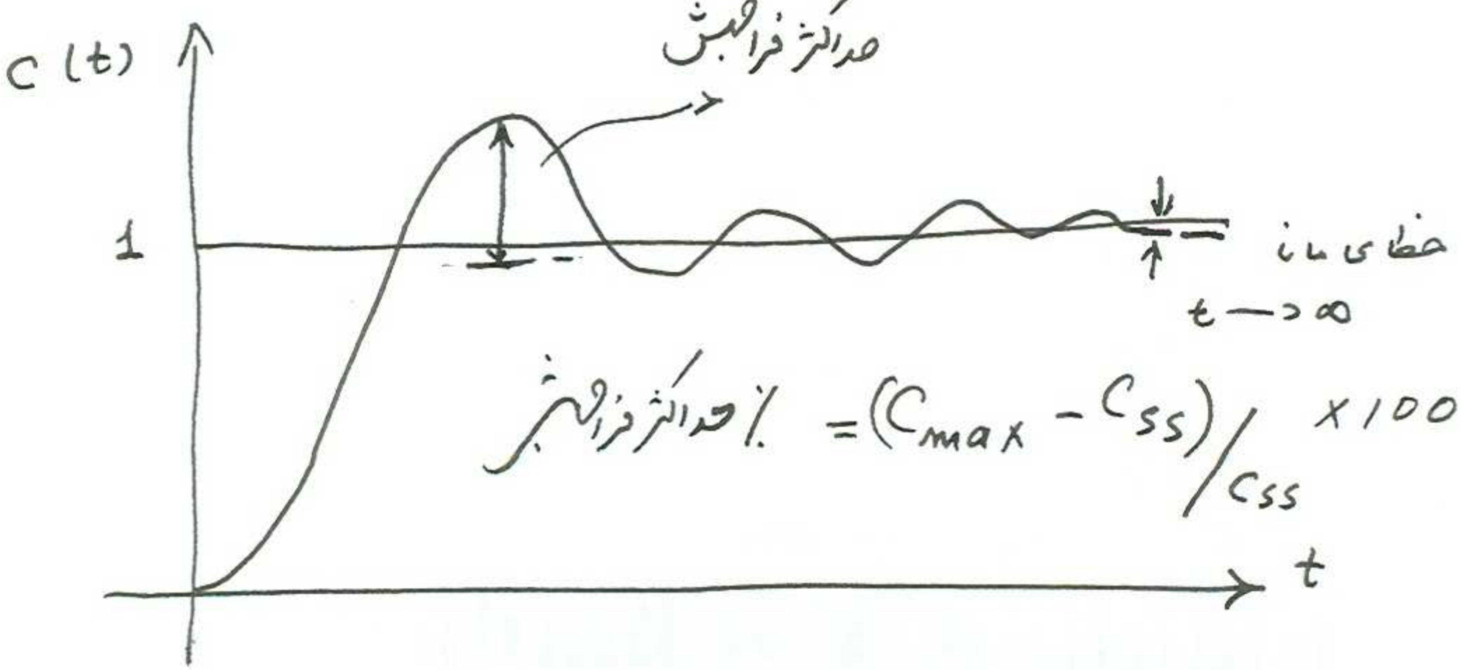
* مشخصات پاسخ گذرا را معمولاً با استفاده از ورودی پله در حوزه زمان بدست می آورند. که به شرایط اولیه سیستم نیز بستگی دا

معمولاً شرایط اولیه سیستم را صفر ... با داشتن پاسخ پله معمولاً پاسخ به هر ورودی دیگر را بدست آورد.

لحاظ در نظر گرفته می شود.

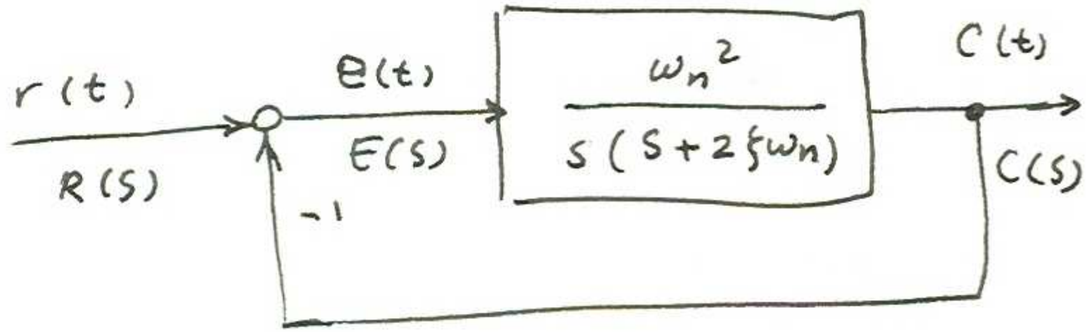
$x_0 = 0$

۱- حداکثر فراجهش maximum overshoot



$$\%\ \text{حداکثر فراجهش} = \frac{(C_{max} - C_{ss})}{C_{ss}} \times 100$$

پاسخ گذرای یک سیستم نمونه مرتبه دوم



تابع تبدیل حلقه باز : $GH = \frac{C}{E} = \frac{\omega_n^2}{s(s+2\xi\omega_n)}$ $H = 1$

تابع تبدیل حلقه بسته : $\frac{C}{R} = \frac{G}{1+GH} = \frac{\frac{\omega_n^2}{s(s+2\xi\omega_n)}}{1+\frac{\omega_n^2}{s(s+2\xi\omega_n)}} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$

معادله مشخصه سیستم حلقه بسته : $s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2=0$

پاسخ به ورودی پله : $C = \frac{1}{s} \cdot \frac{G}{1+GH} = \frac{1}{s} \times \frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$

پاسخ به ورودی پله
حوزه زمان : $$\boxed{c(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega\sqrt{1-\xi^2}\, t + \cos^{-1}\xi)}$$

ضریب میرائی

ریشه‌های معادله مشخصه :

$$S_1 , S_2 = -\xi\omega_n \pm \sqrt{1-\xi^2}$$

$$= -\alpha \pm j\omega$$

$\xi\omega_n$ ضریب میرائی یا ثابت میرائی سیستم نامیده می‌شود

چون به صورت نمائی در جمله نمائی پاسخ در حوزه زمان ظاهر می‌گردد آهنگ افت یا خیزش

پاسخ پله را کنترل می‌کند

وقتی دو ریشه معادله حقیقی و برابر باشند. $\xi = 1$ میرای بحرانی نامیده می‌شود

$$\alpha = \xi\omega_n$$

$$\xi = \frac{\alpha}{\omega_n} = \frac{\text{ضریب میرائی واقعی}}{\text{ضریب میرائی در حالت میرائی بحرانی}}$$

نسبت میرائی

... فرکانس طبیعی نامیرا (ω_n)

وقتی میرائی صفر است

$\xi = 0 \Rightarrow$ ریشه های معادله مشخصه موهومی اند $\Rightarrow$ ...سخ نوسانی ... شکل سینوسی خالص دارد

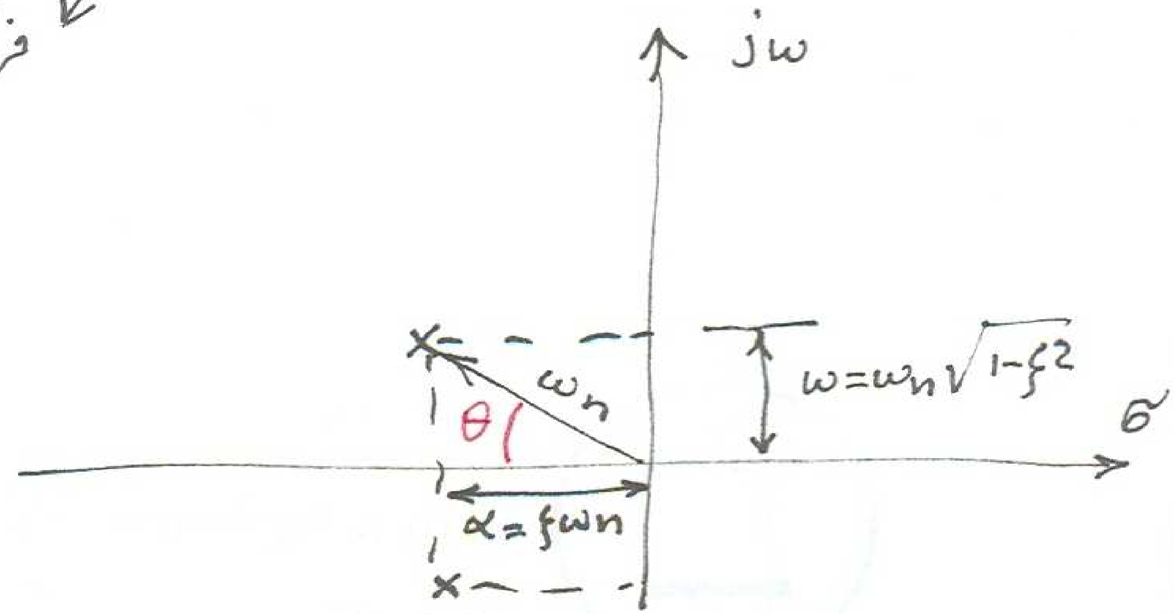
$$c(t) = 1 - \frac{e^{-\xi \omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\omega_n \sqrt{1-\xi^2}\, t + \cos^{-1}\xi\right)$$

وقتی $0 < \xi < 1$ ... قسمت موهومی ریشه ها

$$\omega = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}$$

فرکانس میرا یا فرکانس مشروط

$= \cos\theta$



انحرافات

$$S_1 , S_2 = -\xi \omega_n \pm \sqrt{1-\xi^2}$$

۱- اگر $0 > \xi$ باشد (میرایی منفی - نامیرا)

۲- اگر $\xi = 0$ " (نامیرا - نوسانی)

۳- اگر $0 < \xi < 1$ (فرومیرا)

۴- اگر $\xi = 1$ (میرایی بحرانی)

۵- اگر $\xi > 1$ (فرامیرا)

* همانطور که ملاحظه میشود. ریشه های معادله مشخصه (پارامترها و آرایش سیستم) بر میرایی سیستم تأثیر دارد.

* نسبت میرایی باید بین 0.4 تا 0.8 باشد. کمتر از 0.4 فراجهش زیاد ... بیشتر از 0.8 فراجهش کم ولی تأخیر زیاد است.

رابطه بین ξ و فراجهش

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\, t + \cos^{-1}\xi\right)$$

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\omega_n e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \left[\xi \sin(\omega t+\theta) - \sqrt{1-\xi^2}\cos(\omega t+\theta)\right]$$

$$\omega = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} \qquad \xi = \cos\theta$$

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin \omega_n\sqrt{1-\xi^2}\, t \qquad t \geq$$

$$\frac{dc}{dt} = 0 \longrightarrow \begin{cases} t = \infty \\ t = \dfrac{\pi n}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \end{cases} \qquad n = 0, 1, 2 \ldots$$

به ازاء n های فرد فروجهش و به ازاء n های زوج فراجهش روی میدهد.

$$\boxed{t_{max} = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}}$$

زمان روی دادن فراجهش ماکزیمم

با قرار دادن زمان وقوع فراجهش حداکثر در معادله پاسخ پله مقدار فراجهش محاسبه می‌شود:

$$t_{max} = \frac{n\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \qquad n=0,1,2,\ldots$$

$$c(t)\Big|_{\substack{max\\min}} = 1 - \frac{e^{-n\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin(n\pi+\theta)$$

$$c(t)\Big|_{\substack{max\\min}} = 1+(-1)^{n-1}\frac{e^{-\xi n\pi/\sqrt{1-\xi^2}}}{\sqrt{1-\xi^2}} \qquad n=1,2,3,\ldots$$

به ازای $n=0$ ، $t=0$ ، $c(t)=0$ است.

فراجهش ماکزیمم با قرار دادن $n=1$ در معادله فوق بدست می‌آید (چرا؟)

$$\text{فراجهش ماکزیمم} = C_{max}-1 = e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}$$

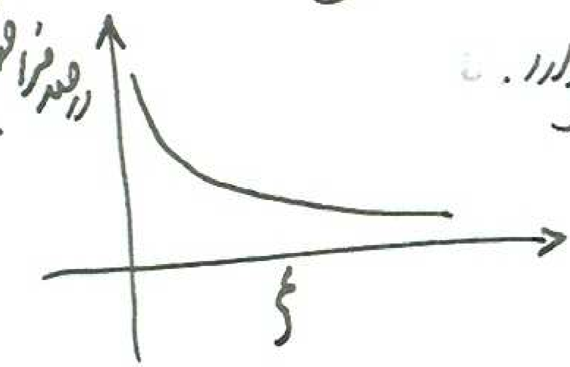
* همانطور که دیده می‌شود فراجهش ماکزیمم تابعی از ξ است.

* درصد فراجهش

$\text{ورودی پله} = 1$

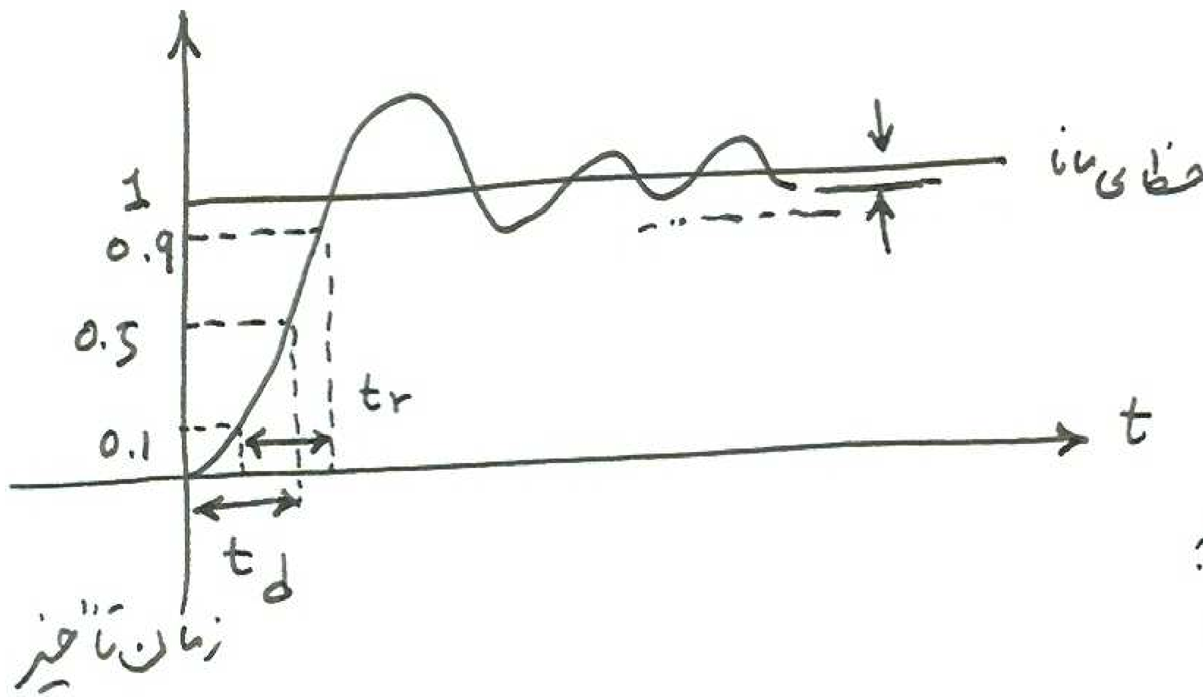
$$P.O. = \frac{C_{max} - \text{ورودی}}{\text{ورودی}} \times 100$$

ث : سیستم های دارای فراجهش زیاد مطلوب نیستند . زیرا مقادیر نامی اجزاء کنترلی افزایش پیدا میکند و سبب بالا رفتن هزینه میگردد . فراجهش با ζ نسبت معکوس دارد .



برای بار اول

زمان تأخیر : زمانی است که پاسخ پله به 50% مقدار نهائی خود میرسد .



زمان صعود: زمان صعود زمانی است که پاسخ پله از 10% مقدار نهائی خود به 90% آن میرسد ، t_r

زمان نشست : پاسخ پله به 5% مقدار نهائی خود میرسد

پاسخ شیب سیستم های درجه اول

$$C(s) = \frac{1}{Ts+1} \cdot \frac{1}{s^2}$$

$$C(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T^2}{Ts+1}$$

$$c(t) = t - T + T e^{-\frac{t}{T}}$$

رابطه خطا در سیستم های درجه اول

$$e(t) = T\left(1 - e^{-t/T}\right)$$

خطای ماندگار

$$e(\infty) = T$$

هرچه ثابت زمانی کوچکتر باشد خطای ماندگار کوچکتر است.

خ ضربه سیستم های درجه اول

$$R(s) = 1$$

$$C(s) = \frac{1}{Ts+1}$$

$$c(t) = \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}}$$

ه گیری :

۱- ورودی پله مشتق شیب است. از پاسخ شیب مشتق بگیریم پاسخ پله را میدهد. و بر عکس
و این از ویژگیهای مهم سیستم های خطی مستقل از زمان است. سیستم های غیر خطی و
و متغیر با زمان این ویژگی را ندارند.

ثابت زمانی

$$R(s) \longrightarrow \boxed{\dfrac{9}{Ts+10}} \longrightarrow C(s)$$

$T=1$

پاسخ پله :

$$C(s) = \frac{1}{s}\cdot\frac{9}{s+10} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+10} = \frac{(A+B)s+10}{s(s+10)}$$

$$= \frac{0.9}{s} - \frac{0.9}{s+1}$$

پاسخ در حوزه زمان :

$$c(t) = 0.9\left(1-e^{-10t}\right)$$

شکل کلی سیستم های درجه اول

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts+1}$$

پاسخ ورودی پله

$$C(s) = \frac{1}{Ts+1}\cdot\frac{1}{s} =$$

$$c(t) = 1 - e^{-t/T}$$

T کوچکتر ثابت زمانی کوچکتر پاسخ سریعتر صفر می $\Longleftarrow$ $c(t)=0.632 \quad t=T$

$t=0$
$c(t)=0$

زمان تأخیر (ادامه)

مثال: زمان تأخیر سیستمی را که پاسخ پله آن بصورت $C(t) = 1 - e^{-t}$ داده شده است بدست آورید.

حل:

$$C(\infty) = 1$$

$$1 \times 0.5 = 1 - e^{-t_d}$$

$$-1 + 0.5 = -e^{-t_d}$$

$$e^{-t_d} = 0.5$$

$$-t_d = -Ln\ 0.5$$

$$\boxed{t_d = 0.693 \text{ sec.}}$$

زمان صعود (ادامه)

زمان صعود عبارتست از معیاری برای سرعت پاسخ یک سیستم

مثال: زمان صعود سیستمی را که پاسخ پله آن به صورت $c(t) = 1 - e^{-t}$ داده شده است به دست آورید.

حل:

$$c(\infty) = 1$$

$$0.1 \times 1 = 1 - e^{-t_1}$$

$$t_1 = 0.104\ s$$

$$0.9 \times 1 = 1 - e^{-t_2}$$

$$t_2 = 2.302\ s$$

$$T_r = 2.302 - 0.104 = 2.198\ s$$

زمان استقرار

زمانی است که پاسخ پله به 5% مقدار نهائی خود میرسد

از آنجائیکه سرعت میرائی پاسخ گذرا به ثابت زمانی $\frac{1}{\xi\omega_n}$ بستگی دارد به ازای ω_n مشخص زمان استقرار تابعی از ξ می باشد. با تغییرات کمی در ξ تغییرات شدیدی در زمان نشست بوجود می آید.

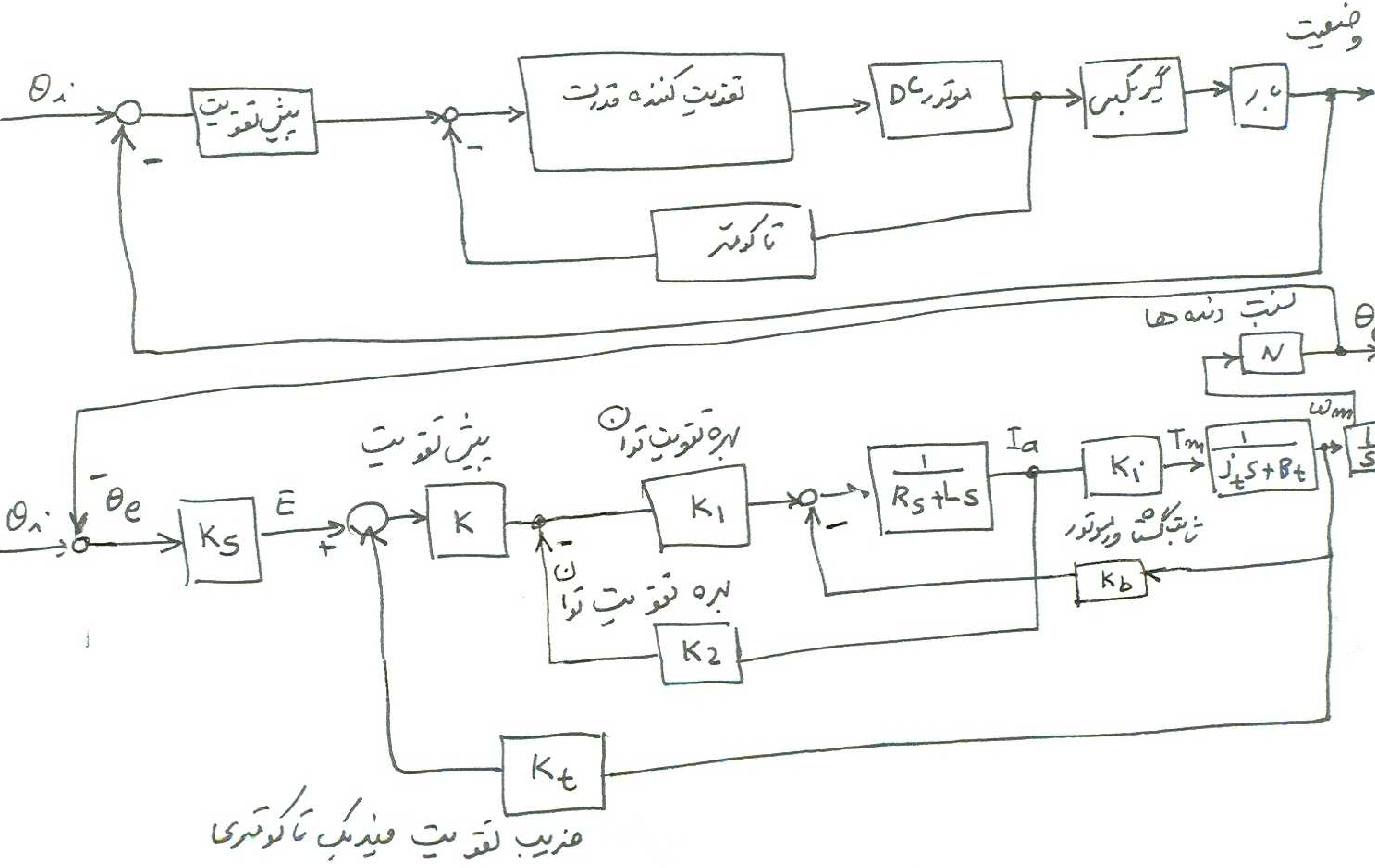
اما

چون مقدار ξ با توجه به فراجهش ماکزیمم مشخص میشود بنابراین چاره‌ای نیست جز اینکه زمان نشست را بکمک فرکانس طبیعی نامیرای سیستم ω_n بدون ایجاد تغییر در فراجهش ماکزیمم تغییر داد.

از طرفی

باید توجه داشت که ξ بزرگ باعث بزرگ شدن تاخیر و زمان صعود نیز میگردد.

مثال عددی برای تحلیل یک سیستم سروومکانیسم (کنترل وضعیت) در حوزه زمان



با استفاده از گراف عبور سیگنال و قرار دادن پارامترهای داده شده و تقریب تابع تبدیل حلقه درجه سوم بدست آمده با تابع تبدیل یک سیستم درجه دوم به صورت زیر خواهیم داشت :

$$G(s) = \frac{4500\,K}{s(s+361.2)}$$

K ضریب بخش تقویت (تقویت کننده) قسمت سروموتور می باشد.

تابع تبدیل سیستم درجه دو

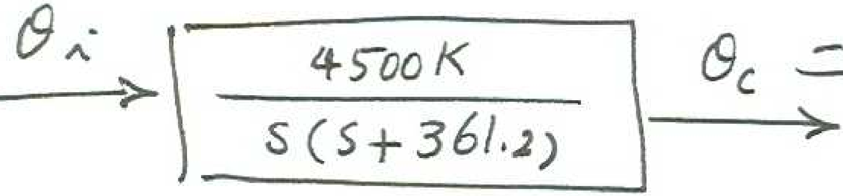
$$\frac{C}{R} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\omega_n^2 = 4500\,K \implies \boxed{\omega_n = \pm\sqrt{4500K}}$$

$$2\zeta\omega_n = 361.2$$

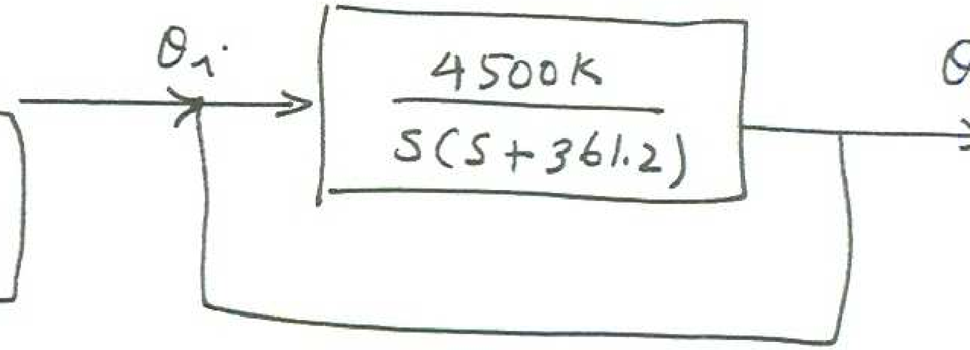
$$2\zeta\sqrt{4500K} = 361.2 \implies \boxed{\zeta = \frac{2.692}{\sqrt{K}}}$$

تابع تبدیل با فیدبک واحد سیستم فوق که به صورت



حاصل شده بود محاسبه نموده و معادله مشخصه آن را به صورت زیر بدست می آوریم

$$\boxed{s^2 + 361.2s + 4500K = 0}$$



حال با معیارهای موجود در خصوص خطا و پاسخ گذرا پاسخ زمانی سیستم را تحلیل می کنیم

* شرائط اولیه را صفر می گیریم

* ورودی پله را اعمال می کنیم

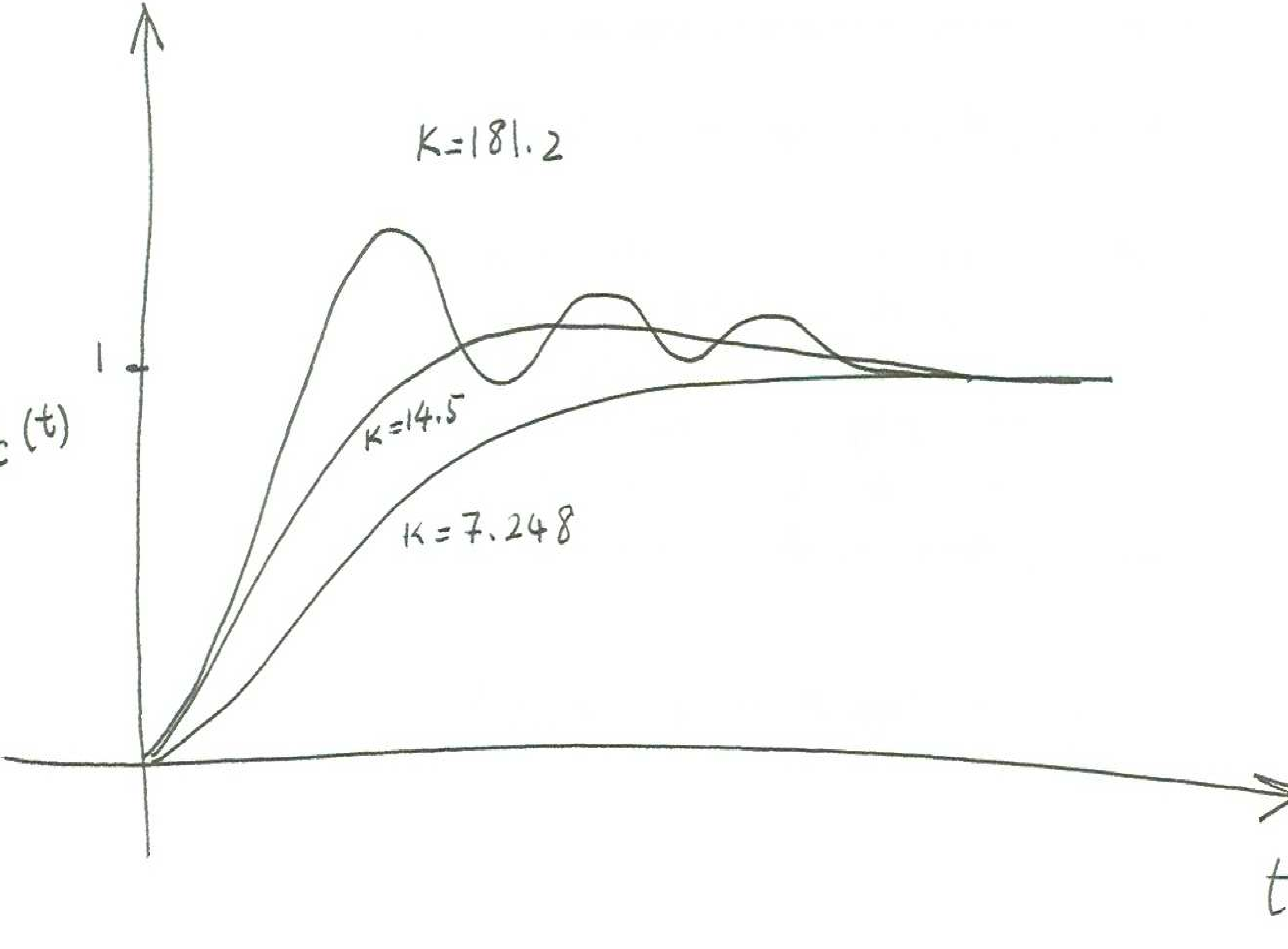
* برای مقادیر گوناگون K رفتار سیستم را ثبت می کنیم

پاسخ پله واحد

$$\theta_c = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4500K}{s(s^2+361.2s+4500K)}\right]$$

$$\theta_c = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}\, e^{-\xi\omega_n t}\, \sin\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\, t + \cos^{-1}\xi\right)$$

K	ξ	ω_n rad/s	فراجهش ماگزیمم	t_d (s)	t_r (s)	t_s (s)
7.248	1	180.62	0	0.011	0.02	–
14.5	0.707	255.44	0.043	0.0065	0.009	–
181.2	0.2	903.00	0.527	0.0013	0.001	0.018


K=181.2
K=14.5
K=7.248
1
c (t)
t

ریشه های معادله مشخصه

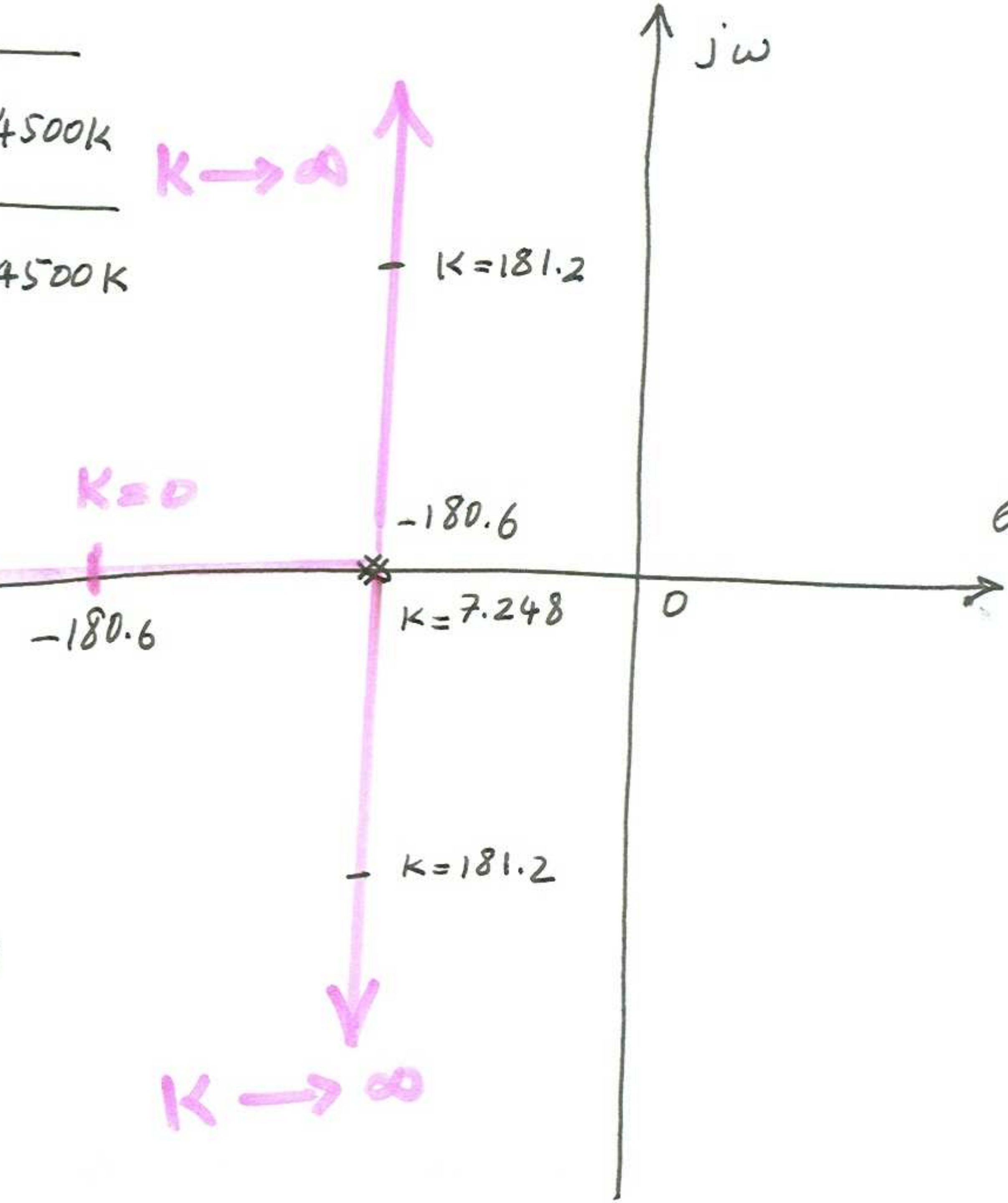
$$S_1 = -180.6 \pm \sqrt{32616.36 - 4500K}$$

به ازای مقادیر گوناگون K مقدار ریشه ها به صورت زیر محاسبه میشوند

K	S_1	S_2
7.248	-180.6	-180.6
14.5	$-180.6 + j180.6$	$-180.6 - j180.6$
181.2	$-180.6 + j884.75$	$-180.6 - j884.75$

$$s_1 = -180.6 + \sqrt{3261.636 - 4500K}$$

$$s_2 = -180.6 - \sqrt{3261.636 - 4500K}$$



$\xi = 1 \rightarrow K = 7.248 \leftarrow \xi = 2.692/\sqrt{K}$

$0 < K < 7.248$

$\Downarrow$

فرامیرا $\xi > 1$

میرای بحرانی $\xi = 1 \leftarrow K = 7.248$

فرومیرا $\xi < 1$ $7.248 < K < \infty$

$\xi < 0$ $-\infty < K < 0$

سیستم ناپایدار

پاسخ حالت ماندگار سیستم

سیستم با فیدبک واحد

$$\frac{\theta_c}{\theta_i} = \frac{4500K}{S^2 + 361.2S + 4500K}$$

سیستم صفر ندارد

$$G(s) = \frac{4500K}{S(S+361.2)}$$

سیستم نوع 1 است پس:

به ازای همه مقادیر مثبت K به ازای ورودی پله خطا صفر است.

$$K_p = \lim_{S \to 0} \frac{4500K}{S(S+361.2)} = \infty$$

$$e_{ss} = \frac{R}{1+K_p} = 0$$

پاسخ به ورودی شیب :

$$\theta_c(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4500K}{s^2(s^2 + 361.2s + 4500K)}\right]$$

$t \geq$

$$\theta_c(t) = t - \frac{2\zeta}{\omega_n} + \frac{1}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}\, e^{-\zeta\omega_n t} \sin\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\, t + \theta\right)$$

$$\theta = \cos^{-1}(2\zeta^2 - 1)$$

$$\omega_n = \sqrt{4500K}$$

$$\zeta = 2.692/\sqrt{K}$$

$$\lim_{t\to\infty} \theta_c(t) = \lim_{t\to\infty}\left(t - \frac{2\zeta}{\omega_n}\right)$$

$$K_v = \lim_{s\to 0} s\,G(s) = \lim \frac{4500K}{s+361.2} = 12.46K$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \frac{0.0803}{K}$$

کاهش با افزایش K

افزودن صفر و قطب به تابع های تبدیل حلقه باز و بسته

افزودن یا حذف صفر و قطب برای بدست آوردن عملکرد مطلوب لازم است.

۱- افزودن یک قطب به تابع تبدیل حلقه باز

$$G(s)=\frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)(1+T_p s)}$$

$s=-\frac{1}{P}$ قطب اضافه شده به حلقه باز سیستم درجه دوم

$$M(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{\omega_n^2}{T_p s^3+(1+2\zeta\omega_n T_p)s^2+2\zeta\omega_n+\omega_n^2}$$

ب :

۱- با افزایش T_p قطب اضافه شده به مبدأ در صفحه s نزدیک میشود. فراجهش ماکزیمم حلقه بسته افزایش پیدا میکند.

۲- افزایش مقدار T_p حتی میتواند باعث ناپایداری سیستم گردد. (در صورت ثابت نگهداشتن ζ و ω_n)

۳- اضافه نمودن قطب به تابع تبدیل حلقه باز باعث افزایش زمان صعود پاسخ پله سیستم حلقه بسته میگردد

- افزودن یک صفر به تابع تبدیل حلقه بسته

$$M(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2 (1 + T_z s)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$s = -\frac{1}{T_s}$$

صفر اضافه شده به تابع تبدیل حلقه بسته

$$M(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2} + \frac{T_z \omega_n^2 s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$c(t) = c_1(t) + T_z \frac{dc_1(t)}{dt}$$

* افزودن صفری واقع در $s = -\frac{1}{T_z}$ زمان صعود را کاهش و فراجهش ماگزیمم را افزایش میدهد

درصورتیکه فاصله این صفر نسبت به مبدأ کم شود. فراجهش بیشتر شده زمان صعود کاهش می یابد.

" " " " زیاد شود " کمتر شده " افزایش ...

* وقتی که به سیستم درجه دوم صفری نزدیک قطب های حلقه بسته اش اضافه شود قطعا پاسخ گذرای متفاوتی خواهد ...

اگر صفر حلقه بسته نزدیک قطب حلقه بسته قرار گیرد مانده کل سیستم در این قطب کوچک شده ضریب متناظر با این قطب در پاسخ گذرا کوچک شده اثر آن را کاهش میدهد. بطوریکه اگر قطب و صفر هم خیلی نزدیک به هم باشند اثر یکدیگر را خنثی میکنند.

* اگر قطبی خیلی از مبدا دور باشد

* فاصله افقی یک قطب حلقه بسته تا محور موهومی زمان نشست قسمت گذرای متناسب با آن قطب را مشخص میکند
هرقدر این فاصله کمتر باشد زمان نشست کمتر است.

* نوع پاسخ گذرا توسط قطب های حلقه بسته و شکل پاسخ گذرا توسط صفرهای حلقه بسته تعیین میشود

* قطب های ورودی $R(s)$ جملات پاسخ حالت ماندگار را تعیین می کند

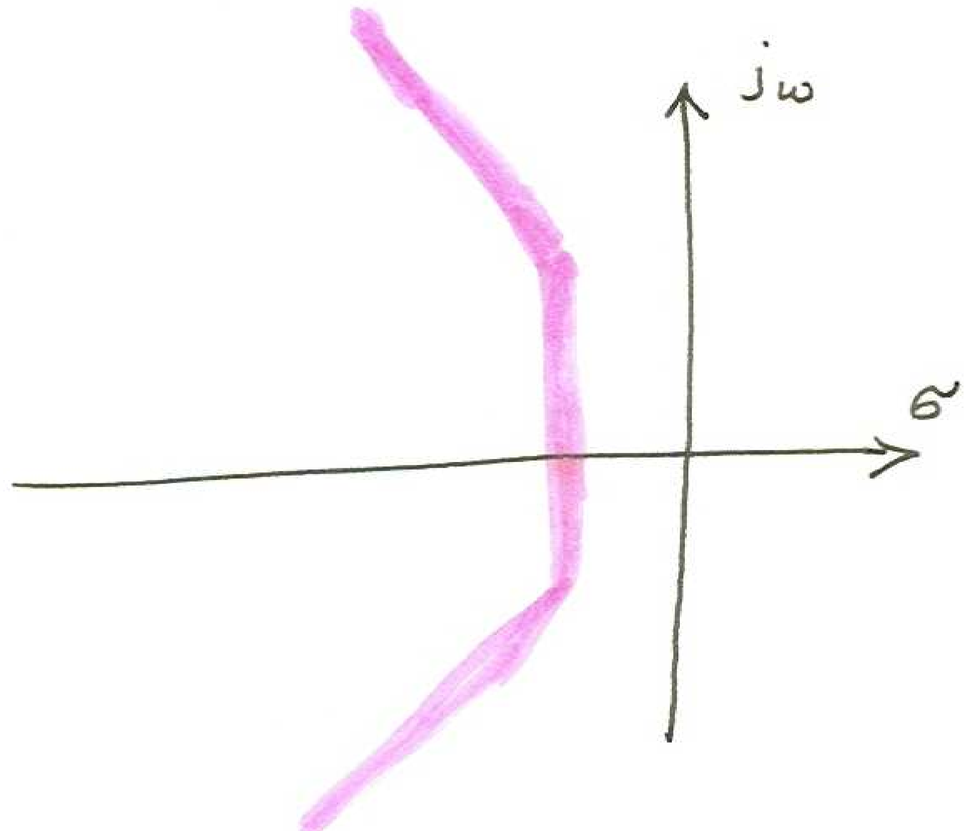
* قطب های $\frac{C(s)}{R(s)}$ در جملات نمائی یا سینوسی میرای پاسخ گذرا ظاهر می شوند

* صفرهای $\frac{C(s)}{R(s)}$ بر نماهای جملات گذرا اثر ندارند ولی بر دامنه و علامت مانده تابع تبدیل حلقه بسته اثر دارند

* پایداری یا ناپایداری یک سیستم خطی خاصیت ذاتی و ساختاری خود سیستم بوده و به آرایش عناصر آن بستگی دارد.

* قطب های ورودی بر پایداری تأثیر ندارند بلکه حالت ماندگار سیستم را تغییر میدهند

* محل قرارگرفتن مطلوب قطب های سیستم حلقه بسته به صورت زیر میباشد



A110

* خروجی یک سیستم خطی پایدار و مستقل از زمان به ورودی سینوسی در حالت ماندگار یک تابع سینوسی هم فرکانس با ورودی می باشد اما دامنه و فاز خروجی و ورودی تفاوت دارد.

در واقع دامنه خروجی عبارتست از

دامنه خروجی = دامنه ورودی $\times \; |G(j\omega)|$

فاز خروجی = فاز ورودی $\pm \; \angle G(j\omega)$

* تابع تبدیل $G(j\omega)$ را تابع تبدیل سینوسی مینامند

* پاسخ یک سیستم به ورودی سینوسی را میتوان مستقیماً به صورت زیر بدست آورد :

$$\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = G(j\omega) \qquad \angle G(j\omega) = \angle \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$$

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} \right|$$

Slide 68

A110 Admin; 2008/04/26

مثال: تابع تبدیل زیر مفروض است. خروجی این سیستم را به ورودی $x(t) = X\sin\omega t$ بدست آورید.

$$x \longrightarrow \boxed{\frac{K}{Ts+1}} \longrightarrow y$$

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1}$$

$$G(j\omega) = \frac{K}{jT\omega+1}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{T^2\omega^2+1}}$$

$$\phi = \angle G(j\omega) = -\tan^{-1} T\omega$$

$$\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = G(j\omega)$$

$$\boxed{y_{ss}(t) = Y\sin(\omega t+\phi)}$$

$$\boxed{y_{ss}(t) = X\,|G(j\omega)|\,\sin(\omega t+\phi)}$$

$$\boxed{y_{ss}(t) = X\,\frac{K}{\sqrt{T^2\omega^2+1}}\,\sin(\omega t-\tan^{-1}T\omega)}$$

* به ازای ω کوچک دامنه خروجی حالت ماندگار y_{ss} با K بطور تقریبی برابر ... برابر دامنه ورودی ...

* با میل ω به سمت بی نهایت فاز -90° میشود (خاصیت پس فازی)

Slide 69

A111 Admin; 2008/04/26

قطب هاي مسلط

وتقريب كردن سيستم هاي درجه بالا به سيسيتم هاي با درجه كمتر

A118 Admin; 2008/04/26

A128

قطب های مسلط

* با استفاده از قطب های مسلط یک سیستم مرتبه بالا میتوان مرتبه آنرا کاهش داد.

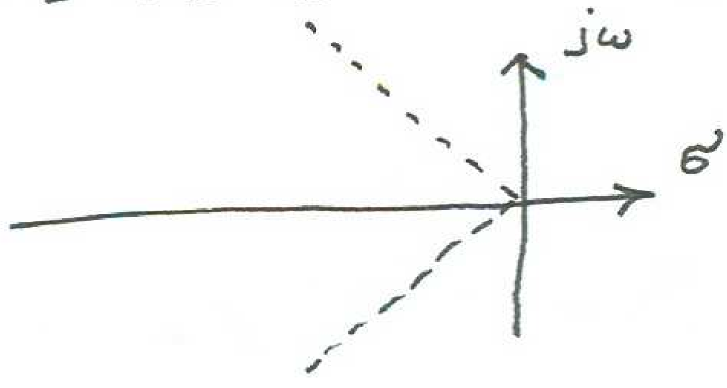
* قطب هائی که از محور موهومی به سمت چپ دور باشند غیر مسلط نامیده می شوند

* قطب مسلط قطب هائی هستند که به محور موهومی نزدیک اند

* در یک سیستم فاصله قطبهای غیر مسلط از محور موهومی ۵ تا ۱۰ برابر فاصله قطب های مسلط است.
زیرا این قطب ها تاثیری بر رفتار گذرای سیستم نخواهند داشت

* ناحیه مطلوب قرارگرفتن قطبهای مسلط در جاگذاری قطب ها Pole Placement

در $\theta = \cos^{-1}\xi = 0.707$ یعنی بین نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد.



Slide 71

A128 Admin; 2008/04/26

* هرقدر فاصله قطب‌ها از محور موهومی دورتر شوند برای پیاده‌سازی و همچنین مقادیر نامه عناصر الکترونیکی لازم با مشکل مواجه خواهیم بود.

مثال: در سیستمی که به صورت

$$\frac{C}{R} = \frac{10}{(S+10)(S^2+2S+2)}$$

داده شده است $S=-10$ قطب غیر مسلط است و می‌توان در طراحی از آن صرفنظر نمود بنابراین

$$S_1 = -1 - 1j$$

$$S_2 = -1 + 1j$$

$$\frac{C}{R} \approx \frac{10}{S^2+2S+2}$$

$$S^2 + 2S + 2 = 0$$

$$S^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2 = 0$$

$$2\xi\omega_n = 2$$

$$\omega_n = 2$$

$$\boxed{\xi = 1}$$

$$\cos^{-1}\theta = 1 \longrightarrow \boxed{\theta = 45^\circ}$$

Slide 72

A129 Admin; 2008/04/26

A130

برای جلوگیری و کاهش اثر تقریب زدن سیستم بر رفتار حالت ماندگار سیستم به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\frac{C}{R} = \frac{10}{(S+10)(S^2+2S+2)} = \frac{10}{10(\frac{S}{10}+1)(S^2+2S+2)}$$

* اگر رفتار سیستم فوق را وابسته به متغیر S بدانیم در این صورت سمت چپ مخرج تغییرات S ده برابر کمتر از پرانتز دوم است. بنابراین می توان از آن صرفنظر نمود. اثر $(\frac{S}{10}+1)$

$$\frac{C}{R} \simeq \frac{10}{10(S^2+2S+2)}$$

به این ترتیب اثر تقلیل درجه سیستم به رفتار ماندگار سیستم کاهش پیدا می کند. زیرا بهره dc هر دو سیستم (اصلی و تقریبی یکی است $\omega=0$)

* تمام عملیات فوق را در مورد سیستم های حلقه باز نیز بکار برد.

Slide 73

A130 Admin; 2008/04/26

روش کلی تقریب سیستم های مرتبه بالا

درصورتیکه سیستم مورد مطالعه دارای قطب های غیر غالب نداشته باشد به روش زیر درجه سیستم را کاهش میدهیم.

$$M = K \frac{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_m s^m}{1 + b_1 s + b_2 s^2 + \cdots + b_n s^n}$$

که در آن $n \geq m$

$$L(s) = K \frac{1 + c_1 s + c_2 s^2 + \cdots + c_q s^q}{1 + d_1 s + d_2 s^2 + \cdots + d_p s^p}$$

* $q \geq n \geq p$ ‏ $L(s)$ و $M(s)$ توابع تبدیل حلقه بسته اند. میتوانند توابع تبدیل حلقه باز نیز باشند
* توجه شود که بهره K دو تابع تبدیل در فرکانس صفر $(\omega = 0)$ یکسان می باشند
* بنابراین رفتار حالت ماندگار دو سیستم یکی است.
* در تمام حالات فرض براین است که سیستم پایدار است

Slide 74

A131 Admin; 2008/04/26

$L(s)$ تابع تبدیل مرتبه پایینی برای تابع تبدیل $M(s)$ می‌باشد

$$\frac{|M(j\omega)|^2}{|L(j\omega)|^2} = 1 \qquad 0 \leqslant \omega \leqslant \infty$$

هرچه این نسبت به یک نزدیک‌تر باشد تقریب واقعی‌تر است.

برای بدست آوردن تابع تبدیل تقریب به موارد زیر توجه میکنیم:

۱- مرتبه های مناسب چندجمله‌ائی صورت q و مخرج را که به تابع تبدیل تقریب مربوط است $L(s)$ انتخاب می‌کنیم.

۲- ضرائب c_i, $i = 1, 2, \ldots q$ و d_j $j = 1, 2, \ldots p$ را که شرط فوق را برآورده کننده انتخاب می‌کنیم

Slide 75

A132 Admin; 2008/04/26

$$\frac{M(s)}{L(s)} = \frac{(1+a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_m s^m)(1+d_1 s + d_2 s^2 + \cdots + d_p s^p)}{(1+b_1 s + b_2 s + \cdots + b_n s^n)(1+c_1 s + c_2 s^2 + \cdots + c_q s^q)}$$

$$= \frac{1 + m_1 s + m_2 s^2 + \cdots + m_u s^u}{1 + l_1 s + l_2 s^2 + \cdots + l_v s^v}$$

$$u = m + p$$

$$v = n + q$$

$$\frac{|M(j\omega)|^2}{|L(j\omega)|^2} = \left. \frac{\overbrace{M(s)\,M(-s)}^{\text{توابع زوج}}}{\underbrace{L(s)\,L(-s)}_{\text{توابع زوج}}} \right|_{s=j\omega}$$

$$\frac{|M(j\omega)|^2}{|L(j\omega)|^2} = \left. \frac{1 + e_2 s^2 + e_4 s^4 + \cdots + e_{2u} s^{2u}}{1 + f_2 s^2 + f_4 s^4 + \cdots + f_{2v} s^{2v}} \right|_{s=j\omega}$$

Slide 76

A133 Admin; 2008/04/26

A134

صورت معادله اخیر را بر مخرج آن تقسیم می‌کنیم :

$$\frac{|M(j\omega)|^2}{|L(j\omega)|^2} = 1 + \left.\frac{(e_2 - f_2)s^2 + (e_4 - f_4)s^4 + \cdots}{1 + f_2 s^2 + f_4 s^4 + \cdots + f_{2v} s^{2v}}\right|_{s = j\omega}$$

اگر $u = v$ باشد جملات آخر صورت کسر به شکل $(e_{2v} - f_{2v})s^{2u}$

اگر $u < v$ باشد که اغلب اینطور است صورت کسر به شکل زیر خواهد بود

$$(e_{2v} - f_{2v})s^{2v} - f_{2(u+1)} s^{2(u+1)} - \cdots - f_{2v} s^{2v}$$

برای برآورده شدن شرط $\frac{|M(j\omega)|^2}{|L(j\omega)|^2} = 1$ $\quad 0 \leq \omega \leq \infty$

در صورت $u = v$

$$\begin{array}{lll} e_2 = f_2 & & e_6 = f_6 \\ e_4 = f_4 & \cdots & \vdots \\ & & \cancel{e_{4v}}\ e_{2u} = f_{2u} \end{array}$$

Slide 77

A134 Admin; 2008/04/26

اگر $u<v$:

$$|\varepsilon| = \left| \frac{|M(j\omega)|^2}{|L(j\omega)|^2} - 1 \right| = \frac{-f_{2(u+1)}s^{2(u+1)} \cdots - f_{2v}s^{2v}}{1+f_2s^2+f_4s^4+\cdots+f_{2v}s^{2v}}\Bigg|_{s=j\omega}$$

$$\frac{M(s)M(-s)}{L(s)L(-s)} = \frac{\left[1+m_1s+m_2s^2+\cdots+m_us^u\right]\left[1-m_1s+m_2s^2+\cdots+(-1)^u m_us^u\right]}{\left[1+l_1s+l_2s^2+\cdots l_vs^v\right]\left[1-l_1s+l_2s^2\cdots+(-1)^v L_vs^v\right]}$$

$$= \frac{1+e_2s^2+e_4s^4+\cdots+e_{2u}s^{2u}}{1+f_2s^2+f_4s^4+\cdots+f_{2v}s^{2v}}$$

با معادل قرار دادن 1 دو طرف معادله روابط زیر را داریم : (برای $u=8$)

$$e_2 = 2m_2 - m_1^2$$

$$e_4 = 2m_4 - 2m_1m_3 + m_2^2$$

$$e_6 = 2m_6 - 2m_1m_5 + 2m_2m_4 - m_3^2$$

$$e_8 = 2m_8 - 2m_1m_7 + 2m_2m_6 - 2m_3m_5 + m_4^2$$

Slide 78

A135 Admin; 2008/04/26

$$e_{10} = 2m_2m_8 - 2m_3m_7 + 2m_4m_6 - m_5^2$$

$$e_{12} = 2m_4m_8 - 2m_5m_7 + m_6^2$$

$$e_{14} = 2m_6m_8 - m_7^2$$

$$e_{16} = m_8^2$$

$x = 1, 2, \ldots u$, $m_0 = 1$ $\cancel{m_0 1}$ විට

$$e_{2x} = \sum_{i=0}^{x-1} (-1)^i \, 2 m_i \cdot m_{2x-i} + (-1)^x m_x^2$$

$y = 1, 2, \ldots v$, $l_0 = 1$ විට

$$f_{2y} = \sum_{i=0}^{y-1} (-1)^i \, 2 l_i \, l_{2y-i} + (-1)^y l_y^2$$

Slide 79

A136 Admin; 2008/04/26

A137

حلقه باز   حلقه بسته با فیدبک واحد

مثال : تابع تبدیل زیر را به تابع تبدیل درجه دوم و درجه اول تقریب بزنید.

$$G(s) = \frac{8}{s(s^2+6s+12)}$$

$$M(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\dfrac{8}{s(s^2+6s+12)}}{1+\dfrac{8}{s(s^2+6s+12)}} = \frac{8}{s^3+6s^2+12s+8}$$

$$= \frac{1}{1+1.5\,s+0.75\,s^2+0.125\,s^3}$$

تابع تبدیل حلقه بسته در نقطه $S=-2$ سه قطب دارد

$S=-2$

$S=-2$

$S=-2$

Slide 80

A137 Admin; 2008/04/26

تقریب به سیستم درجه دوم

$$L(s) = \frac{1}{1 + d_1 s + d_2 s^2}$$

$$\frac{M(s)}{L(s)} = \frac{1 + d_1 s + d_2 s^2}{1 + 1.5 s + 0.75 s^2 + 0.125 s^3} = \frac{1 + m_1 s + m_2 s^2}{1 + \ell_1 s + \ell_2 s^2 + \ell_3 s}$$

$\ell_1 = 1.5$ $\qquad$ $d_1 = m_1$

$\ell_2 = 0.75$ $\qquad$ $d_2 = m_2$

$\ell_3 = 0.125$

$$\frac{M(s)\,M(-s)}{L(s)\,L(-s)} = \frac{1 + e_2 s^2 + e_4 s^4}{1 + f_2 s^2 + f_4 s^4 + f_4 s^6}$$

$$e_2 = f_2 = 2m_2 - m_1^2 = 2d_2 - d_1^2$$

$$e_4 = f_4 = 2m_4 - 2m_1 m_3 + m_2^2 = m_2^2 = d_2^2$$

Slide 81

A138 Admin; 2008/04/26

A139

$$f_2 = 2l_2 - l_1^2 = 1.5 - (1.5)^2 = -0.75$$

$$f_4 = 2l_4 - 2l_1 l_3 + l_1^2 = 0.1875$$

$$f_6 = 2l_6 - 2l_1 l_5 + 2l_2 l_4 - l_3^2 = -l_3^2 = -0.156$$

$$d_1^2 = 1.616 \qquad\qquad d_2^2 = 0.1875$$

$$d_2^2 = 0.1875 \quad \Longrightarrow \quad d_2 = 0.433$$

برای اینکه سیستم تقریبی $L(s)$ یک سیستم پایدار باشد تنها مقادیر مثبت استفاده میشود.

$$L(s) = \frac{1}{1 + 1.271 s + 0.433 s^2} = \frac{2.31}{s^2 + 2.936 s + 2.31}$$

$$s = -1.468 - j0.384$$
$$s = -1.468 + j0.384$$

$\Longrightarrow$ تابع تبدیل حلقه باز سیستم تقریبی

$$\boxed{G_L(s) = \frac{2.31}{s(s + 2.936)}}$$

Slide 82

A139 Admin; 2008/04/26

A140

تقریب به یک سیستم درجه اول

$$M(s) = \frac{1}{1+1.5s+0.75s^2+0.125s^3}$$

$$L(s) = \frac{1}{1+d_1 s}$$

$$\frac{M(s)}{L(s)} = \frac{1+d_1 s}{1+1.5s+0.75s^2+0.125s^3} = \frac{1+m_1 s}{1+l_1 s+l_2 s^2+l_3 s^3}$$

$l_1 = 1.5$

$l_2 = 0.75$

$l_3 = 0.125$

$d_1 = m_1$

$$\frac{M(s)M(-s)}{L(s)L(-s)} = \frac{1+e_2 s^2}{1+f_2 s^2+f_4 s^4+f_6 s^6}$$

$$e_2 = f_2 = 2d_2 - d_1^2 = -d_1^2 = -0.75$$

$$f_4 = 0.1875$$

$$f_4 = -0.156$$

$$d_1 = 0.866$$

Slide 83

A140 Admin; 2008/04/26

$$L(s) = \frac{1}{1 + 0.866 s} = \frac{1.1547}{s + 1.1547}$$

$$G_L(s) = \frac{1.1547}{s}$$

Slide 84

A141 Admin; 2008/04/26

مثال: تابع تبدیل حلقه‌بسته زیر را درنظر میگیریم که T در آن پارامتر متغیر است (مثبت). تقریب این تابع تبدیل را برای مقادیر گوناگون T به صورت سیستم درجه دوم بدست می‌آوریم.

$$M(s) = \frac{1}{(1+s+0.5s^2)(1+Ts)} = \frac{1}{1+(1+T)s+(0.5+T)s^2+0.5Ts^3}$$

حل: تابع تبدیل درجه دوم تقریبی تابع تبدیل فوق را به صورت زیر درنظر می‌گیریم

$$L(s) = \frac{1}{1+d_1 s+d_2 s^2}$$

$$\frac{M(s)}{L(s)} = \frac{1+d_1 s+d_2 s^2}{1+(1+T)s+(0.5+T)s^2+0.5Ts^3}$$

$$= \frac{1+m_1 s+m_2 s^2}{1+l_1 s+l_2 s^2+l_2 s^3}$$

$l_1 = 1+T$

$l_2 = 0.5+T$

$l_3 = 0.5T$

$$e_{2x} = \sum_{i=0}^{x-1} (-1)^i 2 m_i m_{2x-i} + (-1)^x m_x^2$$

$$e_2 = f_2 = 2d_2 - d_1^2 \quad , \quad e_4 = f_4 = m_2^2 = d_2^2$$

Slide 85

A142 Admin; 2008/04/26

$$f_{2y} = \sum_{i=0}^{y-1} (-1)^i \, 2 \ell_i \ell_{2y-i} + (-1)^y \ell_y^2$$

$$f_2 = 2\ell_2 - \ell_1^2 = 2(0.5+T) - (1+T)^2 = -T^2$$

$$f_4 = 2\ell_4 - 2\ell_1 \ell_3 + \ell_2^2 = -2(1+T)(0.5T) + (0.5+T)^2 = 0.25$$

$$f_6 = -\ell_3^2 = -(0.5T)^2 = -0.25T^2$$

$$d_1 = \sqrt{1+T^2}$$

$$d_2 = 0.5$$

$$L(s) = \frac{1}{1 + \sqrt{1+T^2}\, s + 0.5 s^2}$$

$$s_1, s_2 = -\sqrt{1+T^2} \pm j\sqrt{1-T^2}$$

به ازای مقادیر گوناگون T سیستم تقریبی
رفتار گوناگونی خواهد داشت. که با توجه
به مقدار واقعی T در عمل ثابت به دقت
سیستم تقریبی و استفاده از آن در ادامه
می‌بایست تصمیم گیری شود.

Slide 86

A143 Admin; 2008/04/26

مثال : رابطه بین یک سیستم تقریبی درجه دوم و ضریب K در مثال زیر نشان داده می شود

تابع تبدیل حلقه بسته یک سیستم کنترل وضعیت که قبلاً مطالعه شده است به صورت زیر داده شده است

$$M(s) = \frac{1.5\times10^{7}K}{s^{3} + 3408.3s^{2} + 1204000s + 1.5\times10^{7}K}$$

به ازاء مقدار معینی از K یک تابع تبدیل درجه سوم است که به صورت یک تابع تبدیل درجه دوم به صورت زیر تقریب زده می شود

$$L(s) = \frac{1}{1+d_1 s + d_2 s^2}$$

$$G(s) = \frac{\frac{d_1}{d_2}}{s(s+d_1/d_2)}$$ تابع تبدیل حلقه باز سیستم درجه دوم تقریبی.

Slide 87

A144 Admin; 2008/04/26

A145

به روشهای ارائه شده در شماره‌های قبلی d_1 و d_2 محاسبه شده به k مقادیر مختلف داده جدول زیر را تکمیل می‌کنیم

$G(s)$	$G(s)$	K
$\frac{35829.5}{s(s+385.5)}$	$\frac{32616}{s(s+261.2)}$	7.248
$\frac{71684.6}{s(s+378.2)}$	$\frac{65250}{s(s+361.2)}$	14.5
$\frac{494300}{s(s+188.84)}$	$\frac{450000}{s(s+361.2)}$	100

Slide 88

A145 Admin; 2008/04/26

تمرينات وپروژه هاي كنترل سيستم ها ي خطي

Slide 89

A127 Admin; 2008/04/26

A119

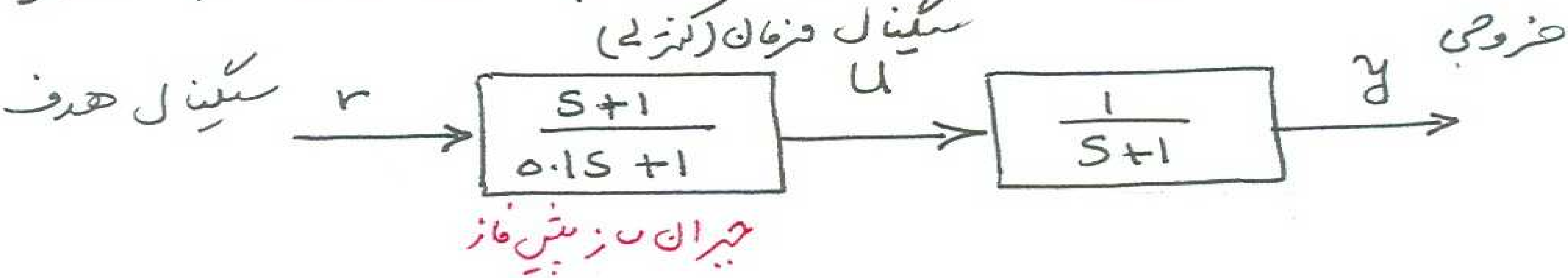
تمرینات و پروژه های کلاسی درس کنترل سیستم های خطی

تحلیل سیستم های کنترل در حوزه زمان

سیستم های حلقه باز و بسته

۱- کاربردها - مزایا و معایب سیستم های حلقه و بسته با ذکر مثال بنویسید

۲- سیستم حلقه باز زیر را در نظر گرفته برای پاسخ پله آن - ثابت زمانی بدست آورید



سپس به سئوالات زیر پاسخ دهید

2-1 : نقش جبران سازی در پاسخ پله (سرعت پاسخ)

2-2 : برای افزایش سرعت پاسخ پارامترهای جبران ساز را تا کجا می توان افزایش داد

2-3 : خطای حالت ماندگار را بدست آورید.

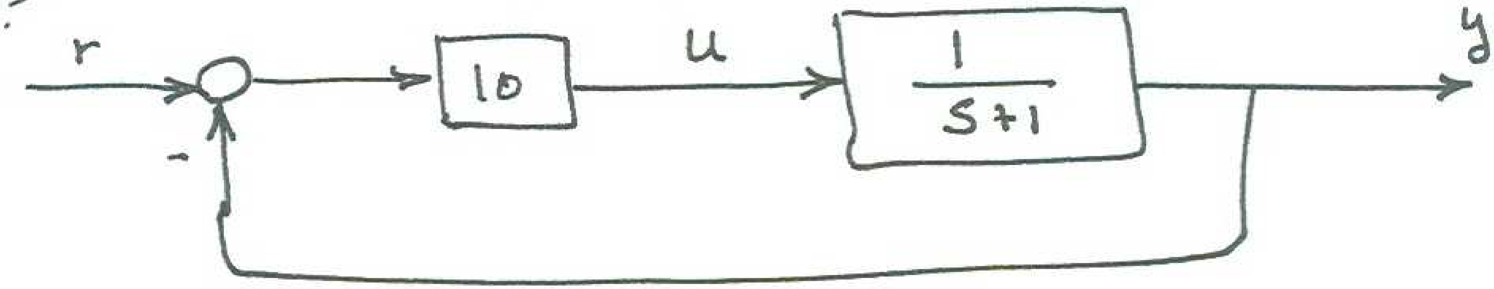
Slide 90

A119 Admin; 2008/04/26

A120

- سیستم شکل قبل را به صورت حلقه بسته مانند زیر درآورده نتیجه شبیه سازی های خود را با تمرین قبل مقایسه کنید

برای قطب های گوناگون



۴ - بررسی حساسیت کنترل حلقه باز و حلقه بسته در برابر تغییرات پارامترهای سیستم

۴-۱ : اثر تغییرات قطب سیستم اصلی

* ابتدا قطب سیستم اصلی را نصف کنید. نتیجه را یک بار با کنترل حلقه باز و بار دیگر با کنترل حلقه بسته مشاهده کنید. رفتار سیستم را از نظر سرعت پاسخ و دقت (خطای حالت ماندگار) مقایسه کنید. و از مشاهدات خود نتیجه گیری کنید.

* همین روند را برای وقتیکه قطب سیستم اصلی دو برابر میگردد تکرار نموده نتایج را با حالت قبل مقایسه کنید و نتیجه گیری های خود را مکتوب کنید

* در صورت وجود قطب های مزدوج

A120 Admin; 2008/04/26

A121

۴- اثر تغییرات بهره سیستم اصلی

در این حالت بهره سیستم اصلی را ابتدا نصف سپس دو برابر کنید نتیجه را یک بار با کنترل حلقه باز و یک بار با کنترل حلقه بسته از نظر سرعت پاسخ و خطای ماندگار مقایسه کنید. مشاهدات خود را بنویسید.

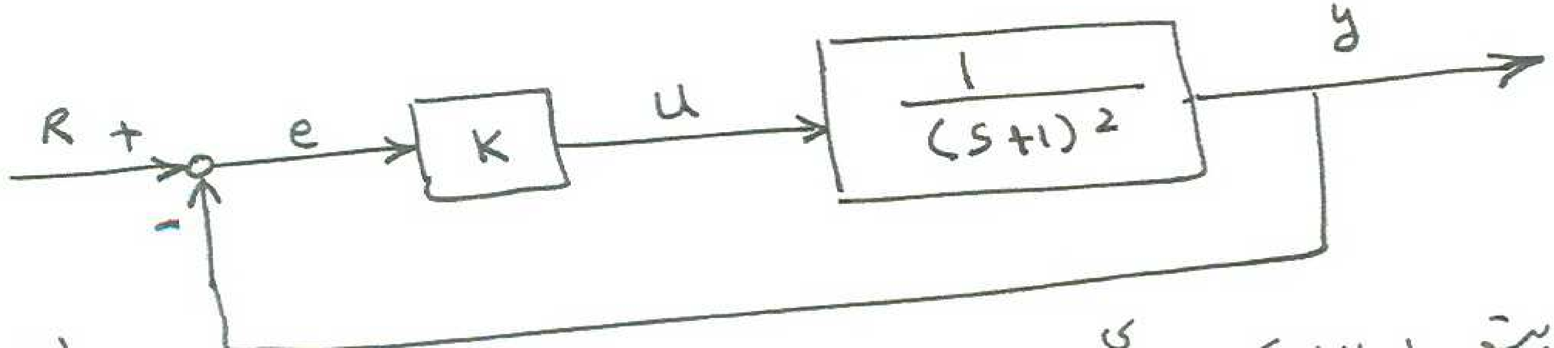
۵- میزان مقاوم بودن روش کنترل حلقه باز و بسته نسبت به تغییراتی که ممکن است در سیستم بوجود آید چگونه است چرا؟

۶- سیستم مرتبه دوم با رابطه زیر را در نظر بگیرید:

$$G = \frac{1}{(s+1)^2}$$

۶-۱ با استفاده از شبیه سازی کامپیوتری رفتار این سیستم را با یک سیستم مرتبه اول مقایسه کنید. چه تفاوتی دارد

۶-۲



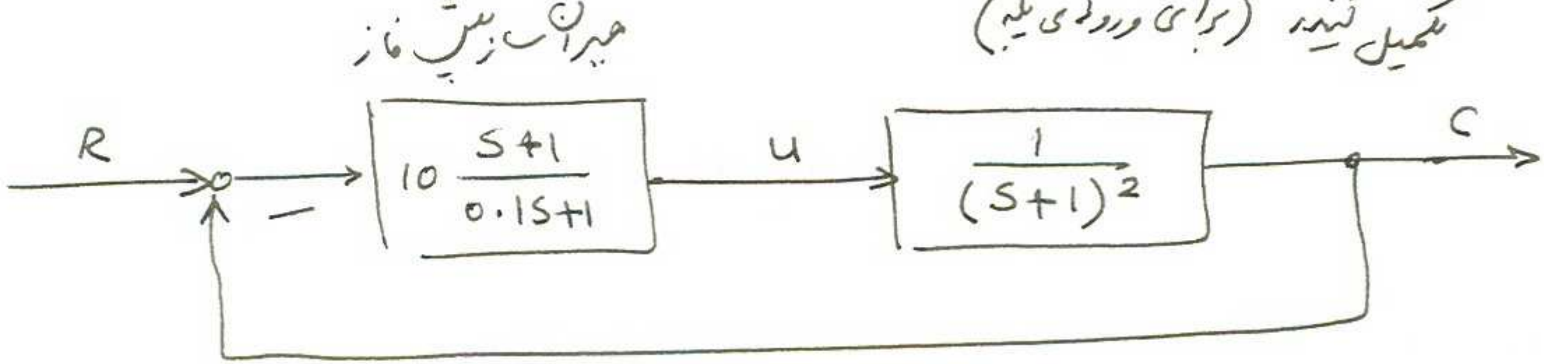
پاسخ پله سیستم را به ازاء بهره های ۱۰، ۵، ۲ مشاهده نموده و در هر حالت زمان صعود - زمان نشست میزان حداکثر فراجهش و خطای حالت ماندگار را بدست آورید. و جدولی تکمیل کنید

Slide 92

A121 Admin; 2008/04/26

A122

۳-۶ در ادامه جبران‌ساز پیش‌فاز زیر را با بهره‌های داده شده در مدار حلقه بسته قرار داده جدول زیر را تکمیل کنید (برای ورودی پله)



سیستم حلقه بسته سری شده با بهره تناسبی و جبران‌ساز پیش‌فاز	زمان صعود (ثانیه)	زمان نشست (ثانیه)	فراجهش ماگزیمم (%)	خطای حالت ماندگار
$10\dfrac{S+1}{0.1S+1}$				
$5\dfrac{S+1}{0.5S+1}$				

Slide 93

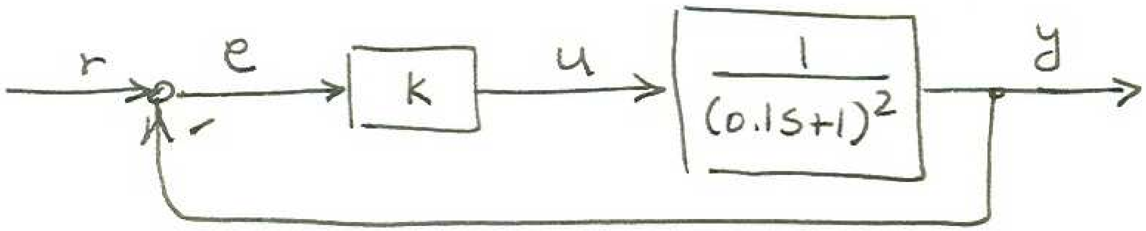
A122 Admin; 2008/04/26

۷ ـ سیستم ساده مرتبه دوم زیر را در نظر بگیرید

$$G = \frac{1}{(0.1s+1)^2}$$

۷-۱ با استفاده از شبیه سازی کامپیوتری رفتار این سیستم را با یک سیستم درجه اول مقایسه کنید چه تفاوت هایی دارند

۷-۲ با بستن سیستمی به شکل زیر پاسخ پله آن را برای بهره های ۳، ۱۰ و ۳۰ مشاهده نموده و در هر بخش



- زمان صعود
- زمان نشست
- حداکثر فراجهش
- خطای حالت ماندگار را بدست آورده

جدول زیر را تکمیل کنید

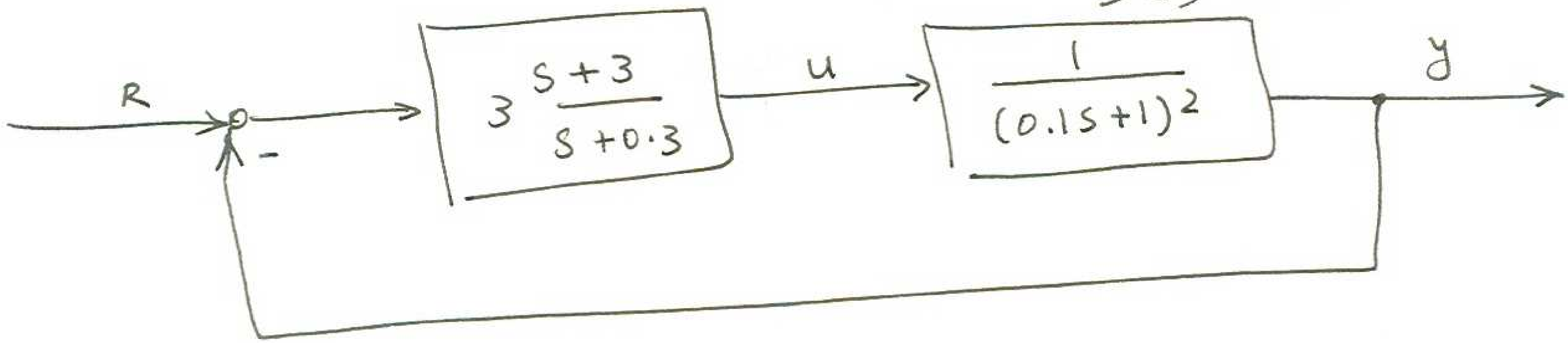
سیستم حلقه بسته مرتبه دوم با بهره تناسبی	زمان صعود	زمان نشست	فراجهش ماگزیمم	خطای ماندگار	ثابت ز...
K = 3					
K = ۱۰					
K = ۳۰					

Slide 94

A123 Admin; 2008/04/26

A124

۳-۷ در ادامه جبران سازهای پس فاز زیر را با بهره های داده شده در مدار حلقه بسته زیر استفاده نموده جدول زیر را تکمیل کنید



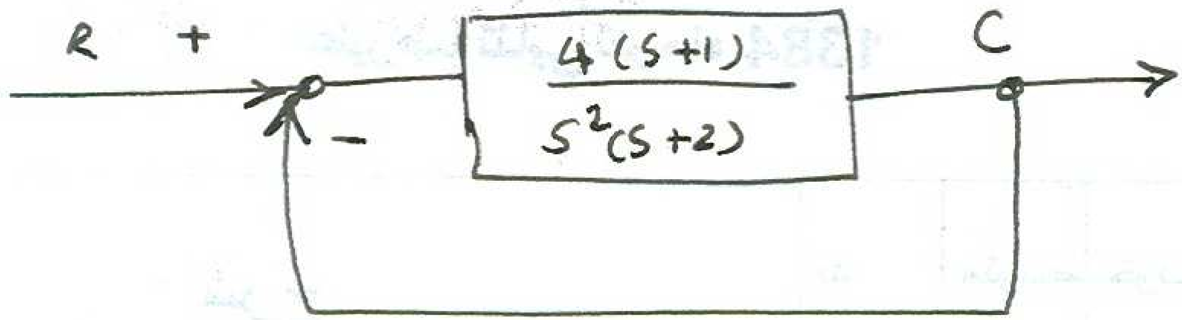
سیستم حلقه بسته مرتبه دوم با بهره تناسبی و جبرانساز پس فاز	زمان صعود	زمان نشست	میزان ماکزیمم فراجهش	خطای حالت ماندگار	ثابت [illegible]
$3\frac{s+1}{s+0.3}$					
$5\frac{s+1}{s+0.5}$					

Slide 95

A124 Admin; 2008/04/26

A125

ـ خطای سیستم زیر را به ورودی $R(S) = \frac{3}{S} - \frac{1}{S^2} + \frac{1}{2S^3}$ بدست آورید (با استفاده از سری خطا)



۹ـ ساختمان و طرز کار استپ موتورها را مستندسازی نموده چند نمونه مدارهای کنترل آنها را وکاربرد معرفی کنید

۱۰ـ ساختمان و طرز سروموتورها و تفاوت آنها را با استپ موتورها همراه چند نمونه مدارکنترلی و کاربردهای صنعتی آنها مستندسازی نمایید.

Slide 96

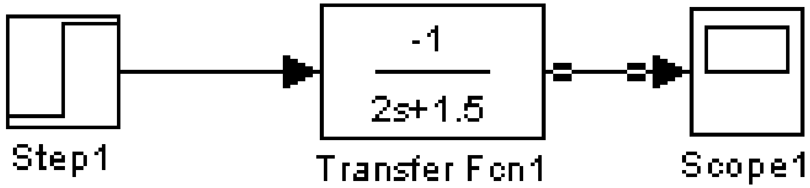
A125 Admin; 2008/04/26

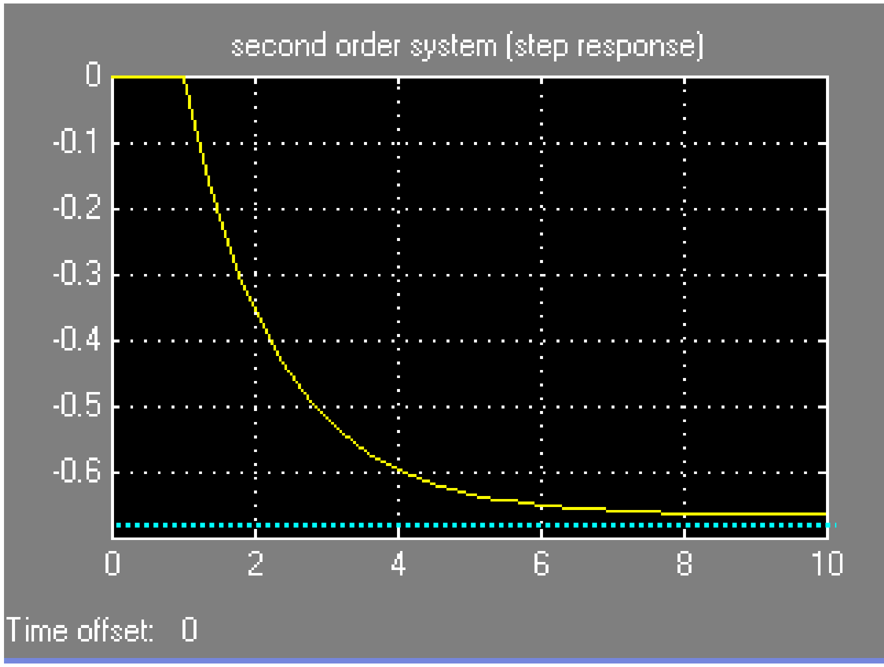
ضمیمه

Slide 97

A117 Admin; 2008/04/26

```
ra=1;
km=10;
j=2;
f=0.5;
kb=0.1;
%-----------------
num1=[1];
den1=[j,f];
num2=[km*kb/ra];
den2=[1];
[num,den]=feedback(num1,den1,num2,den2);
num=-num;
printsys(num,den)
[yo,x,t]=step(num,den);
plot(t,yo,t,min(yo)*ones(size(yo)))
grid
title('open loop step response')
xlabel('time  [sec]')
ylabel('speed')
yo(length(t))
```

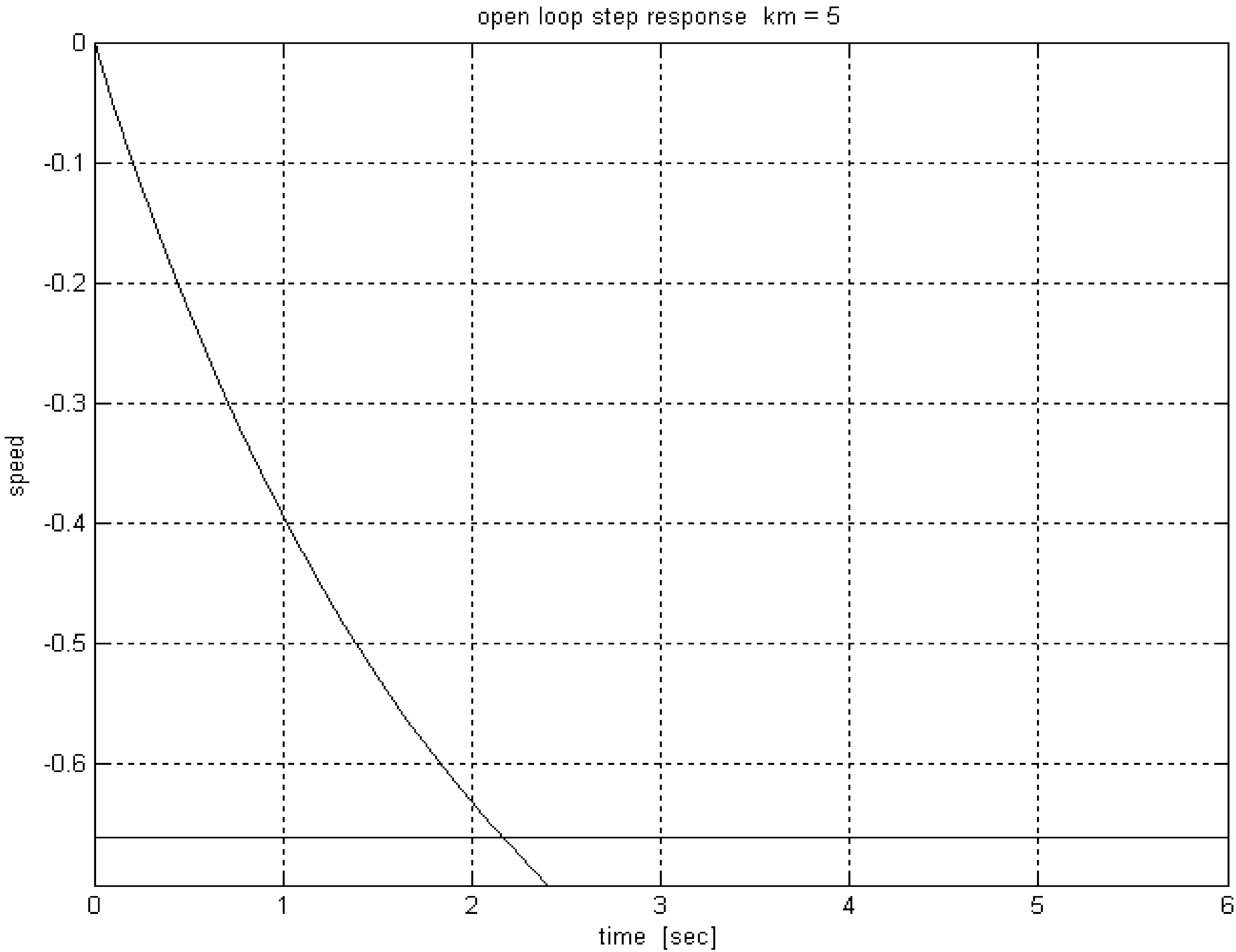




Slide 98

A18 Admin; 2008/04/26

A43

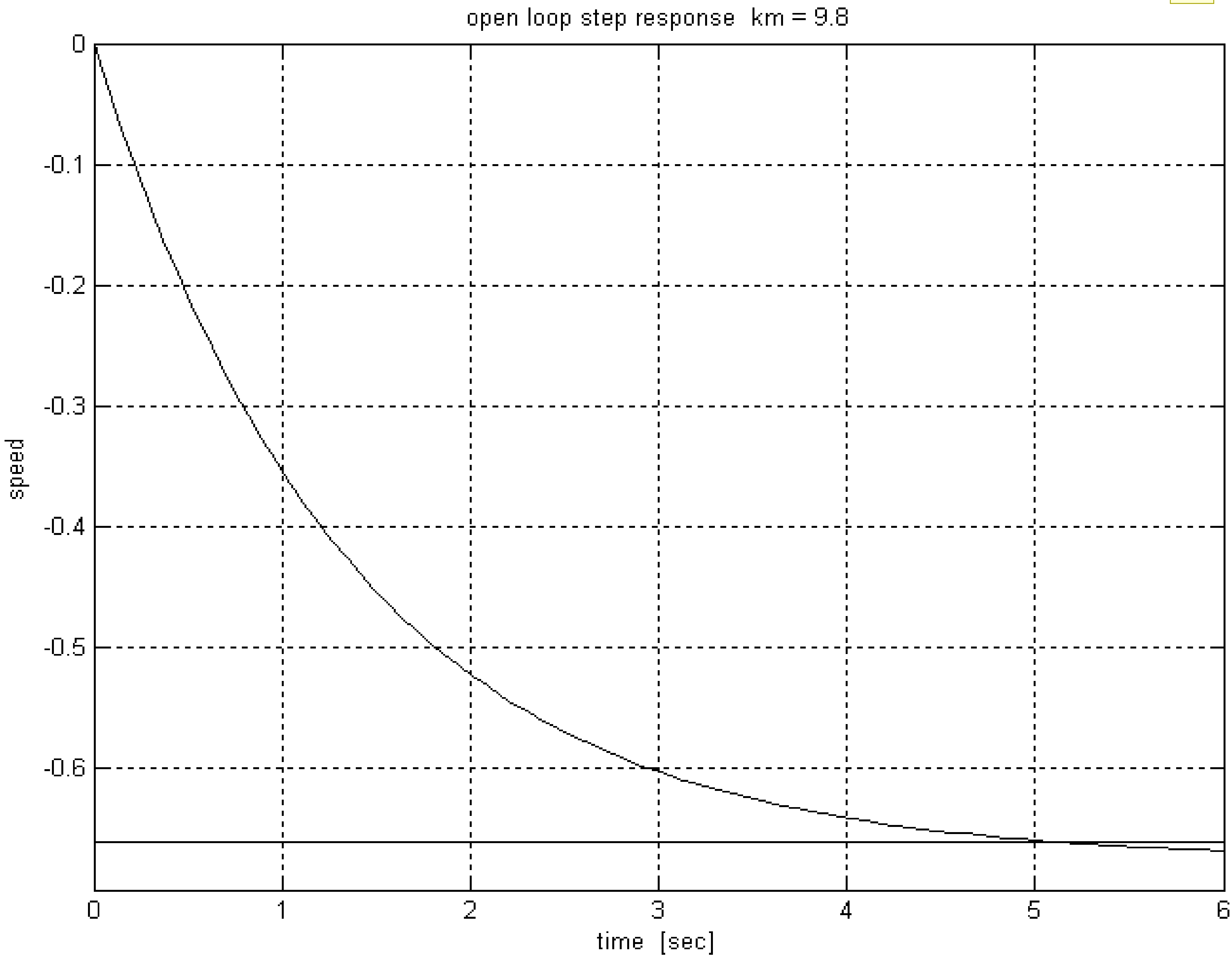


open loop step response km = 5
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
speed
0
1
2
3
4
5
6
time [sec]

Slide 99

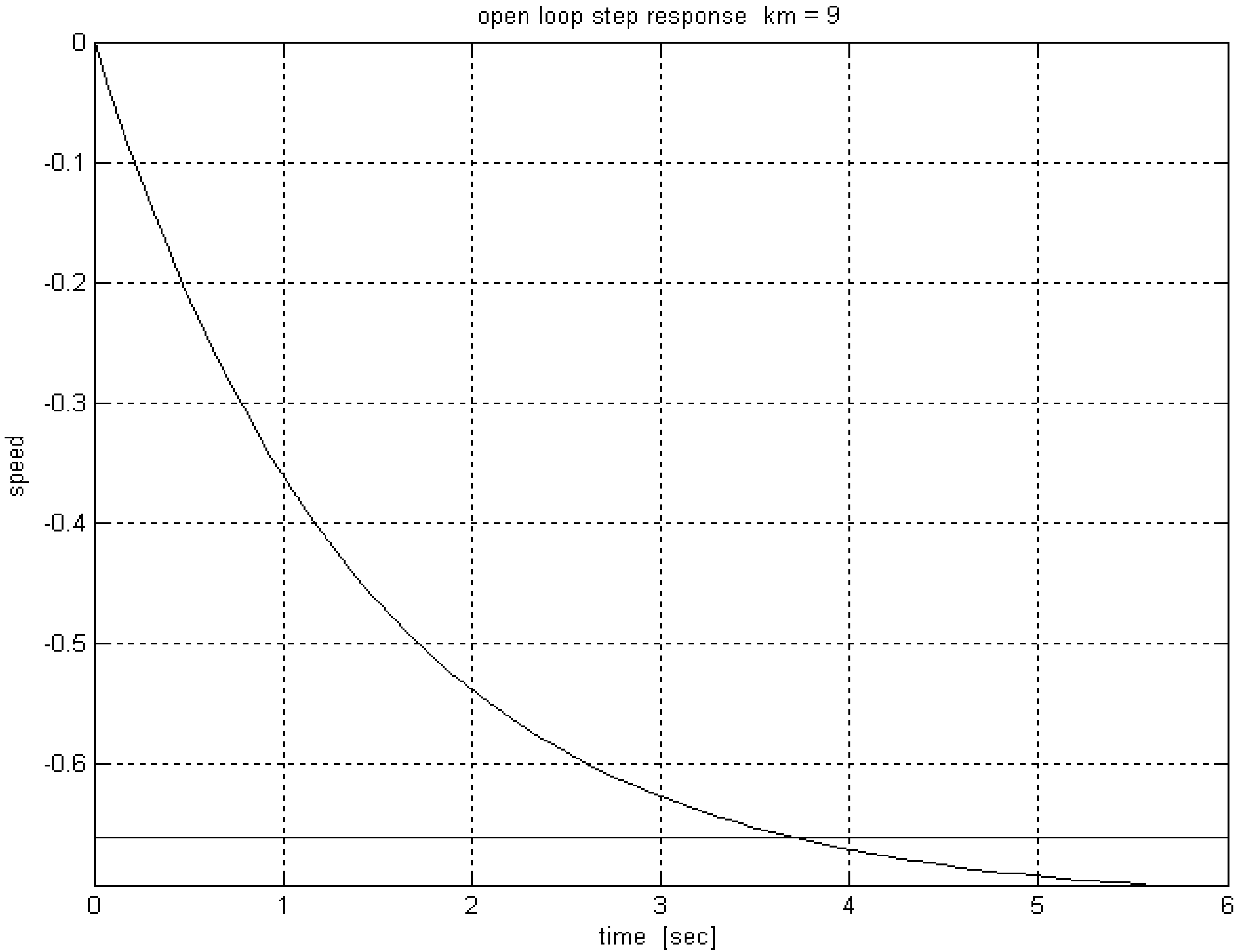
A43 Admin; 2008/04/26

A40


open loop step response km = 9.8
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
speed
0
1
2
3
4
5
6
time [sec]

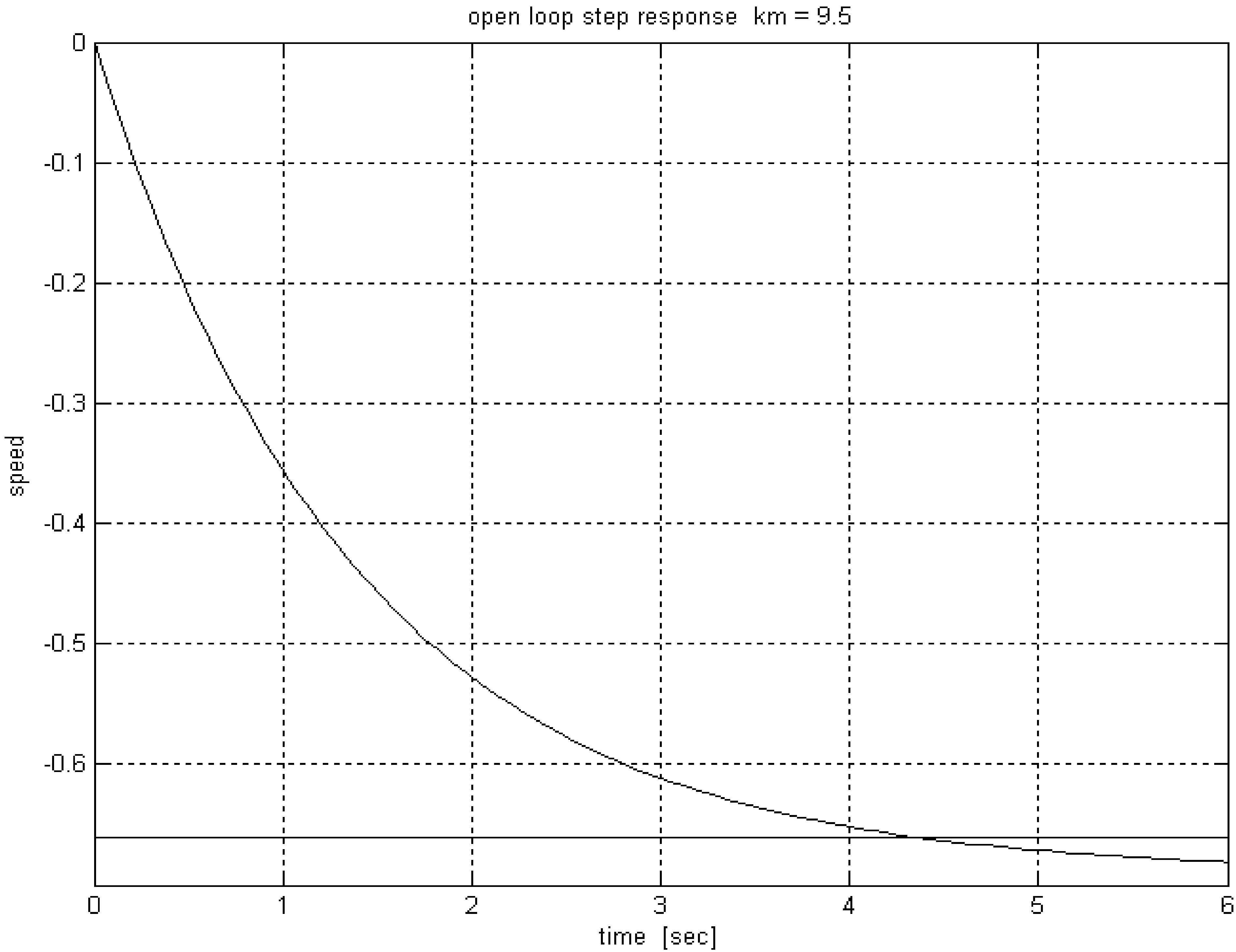
Slide 100

A40 Admin; 2008/04/26


open loop step response km = 9
speed
time [sec]
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
0
1
2
3
4
5
6

A42 Admin; 2008/04/26

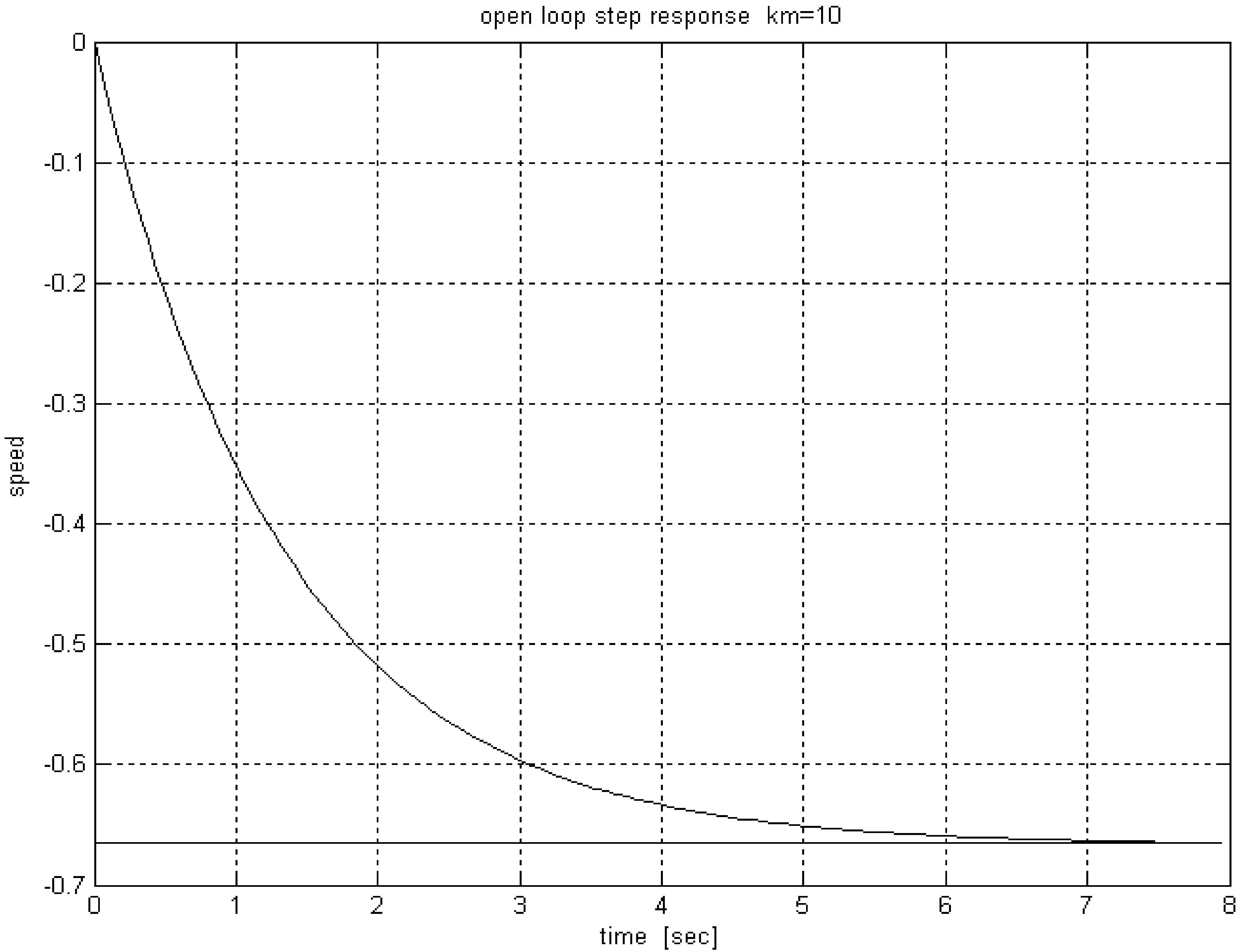
A41



open loop step response km = 9.5
speed
time [sec]
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
0
1
2
3
4
5
6

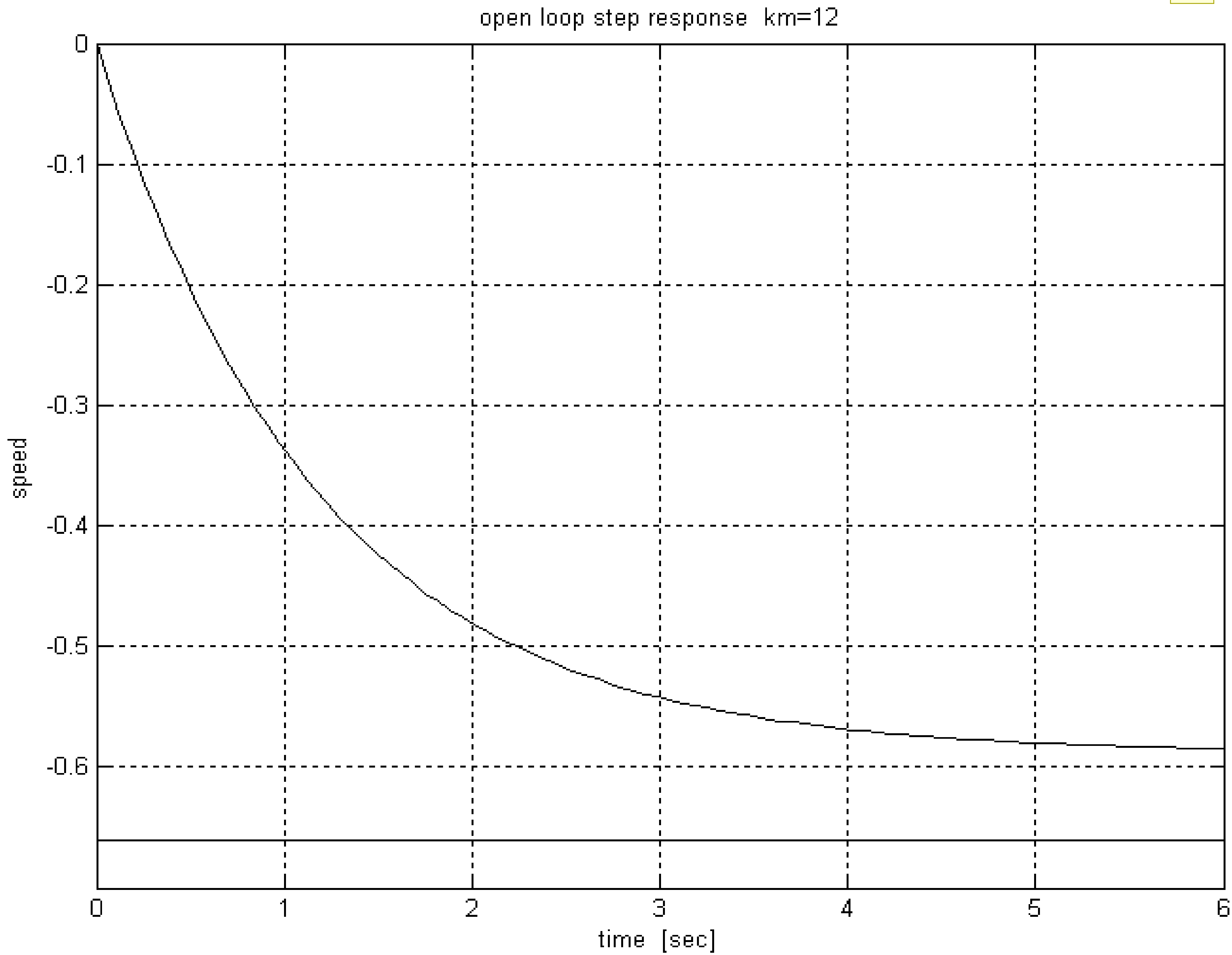
Slide 102

A41 Admin; 2008/04/26


open loop step response km=10
speed
time [sec]
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.7
0
1
2
3
4
5
6
7
8

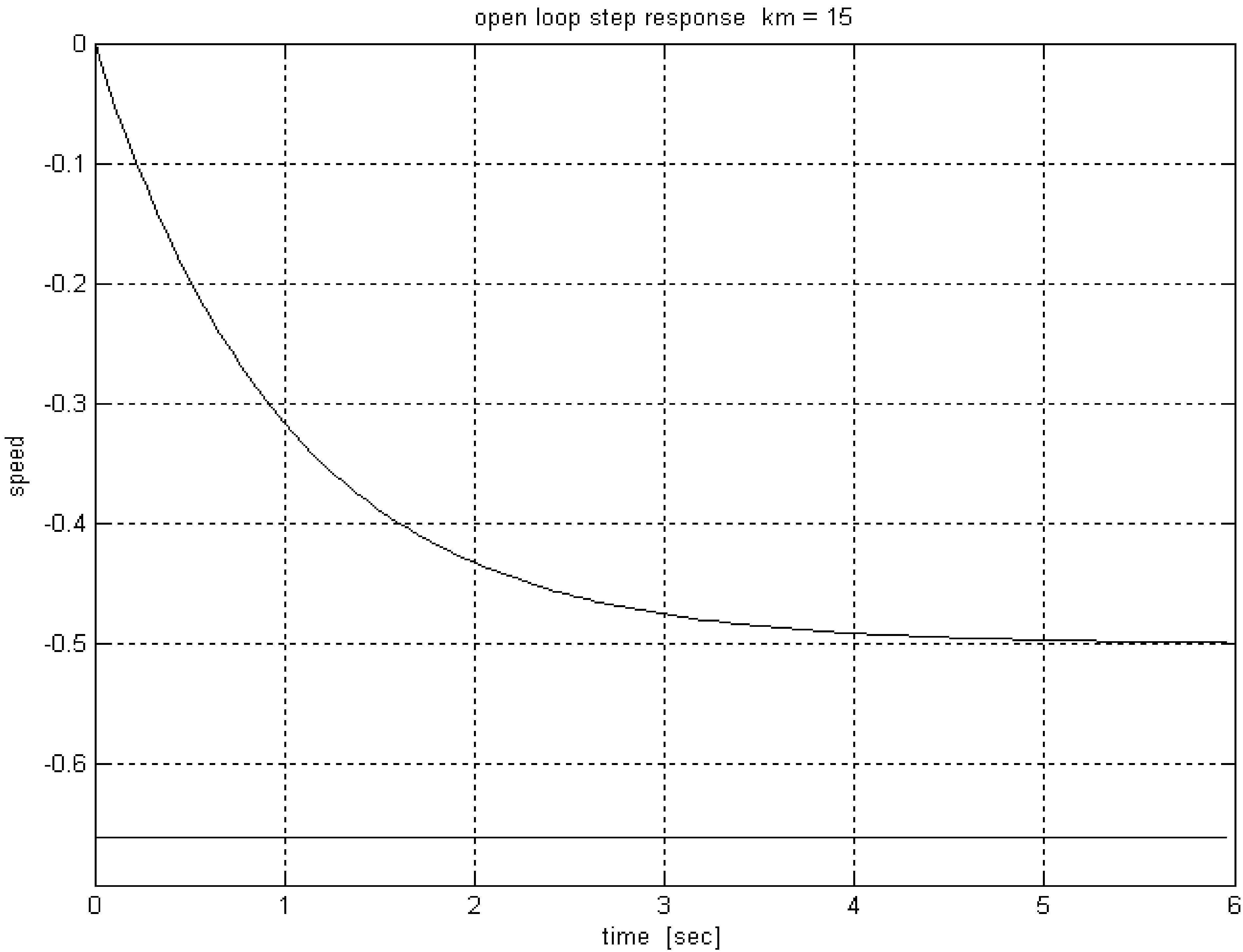
Slide 103

A13 Admin; 2008/04/26


open loop step response km=12
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
speed
0
1
2
3
4
5
6
time [sec]

Slide 104

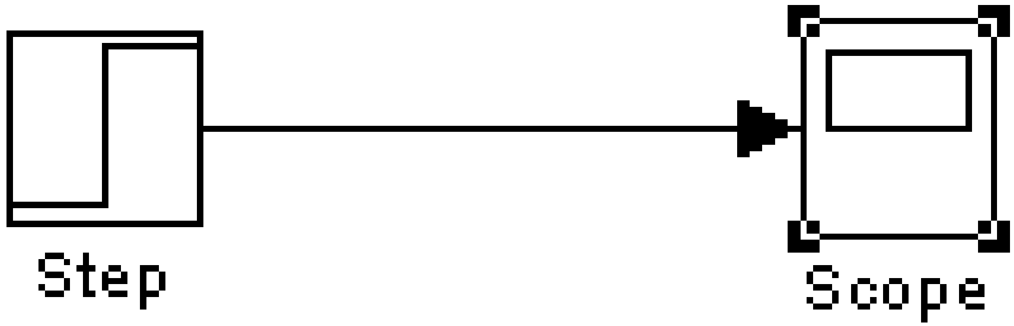
A21 Admin; 2008/04/26

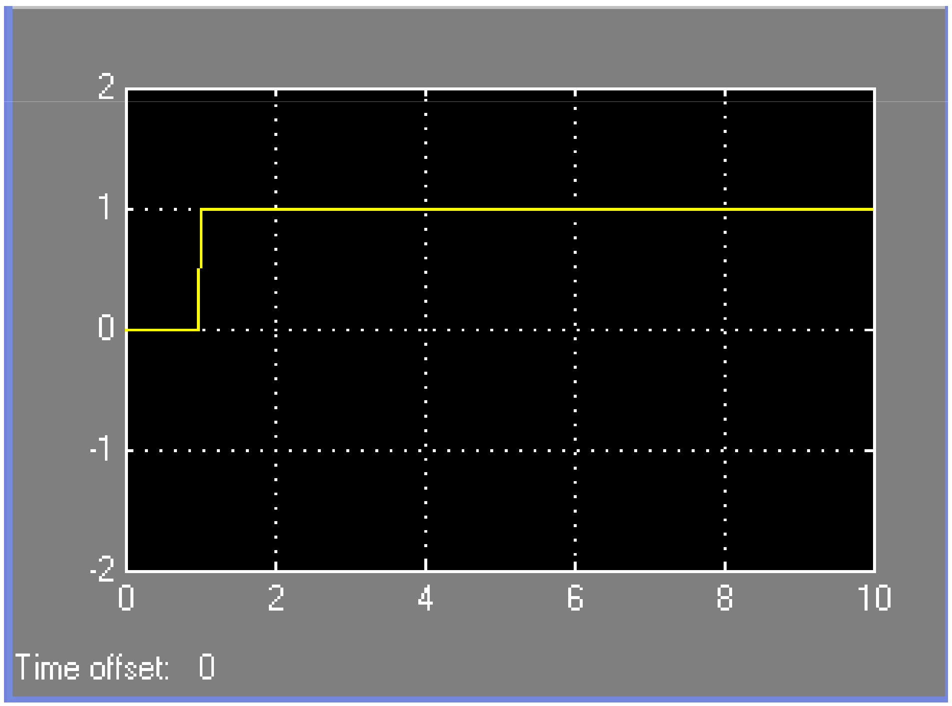

open loop step response km = 15
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
speed
0
1
2
3
4
5
6
time [sec]

Slide 105

A44 Admin; 2008/04/26

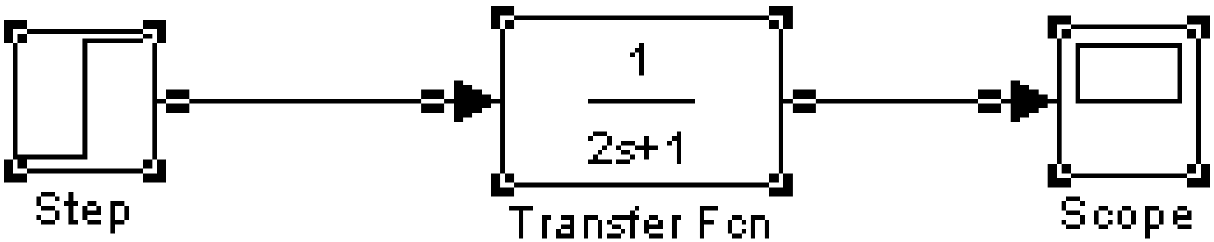
A28

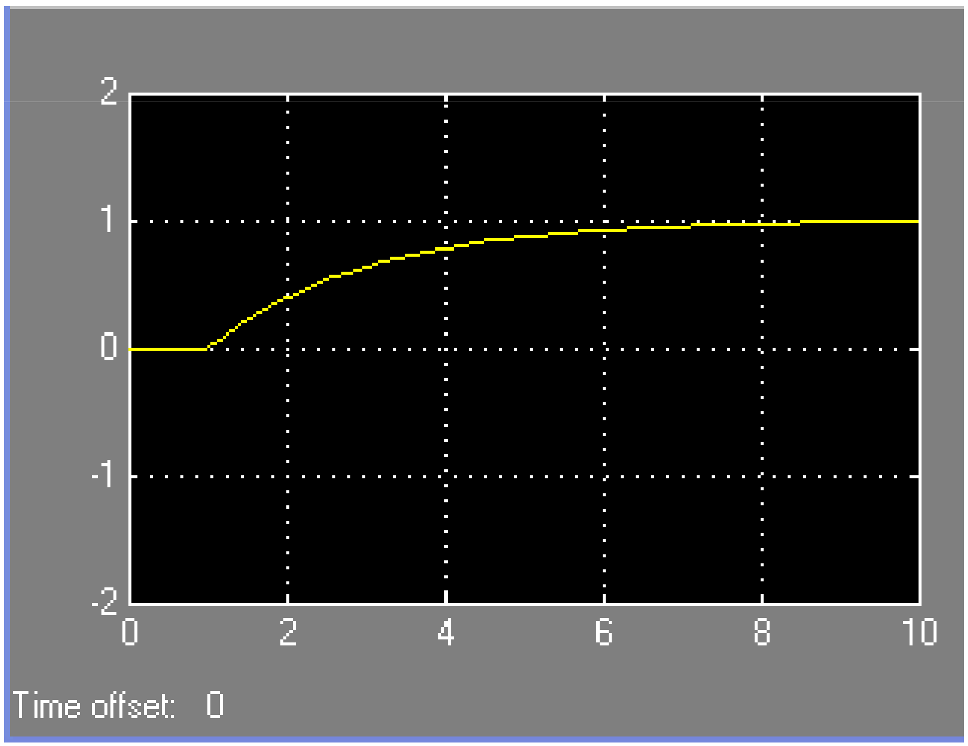




Slide 106

A28 Admin; 2008/04/26

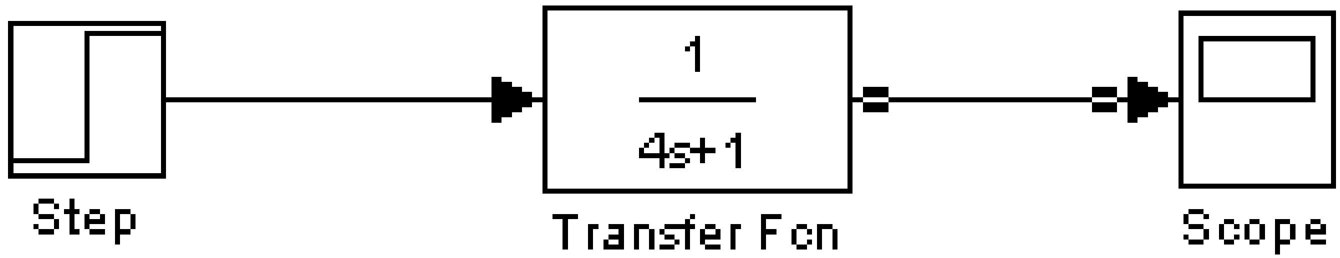

Step
1
2s+1
Transfer Fcn
Scope

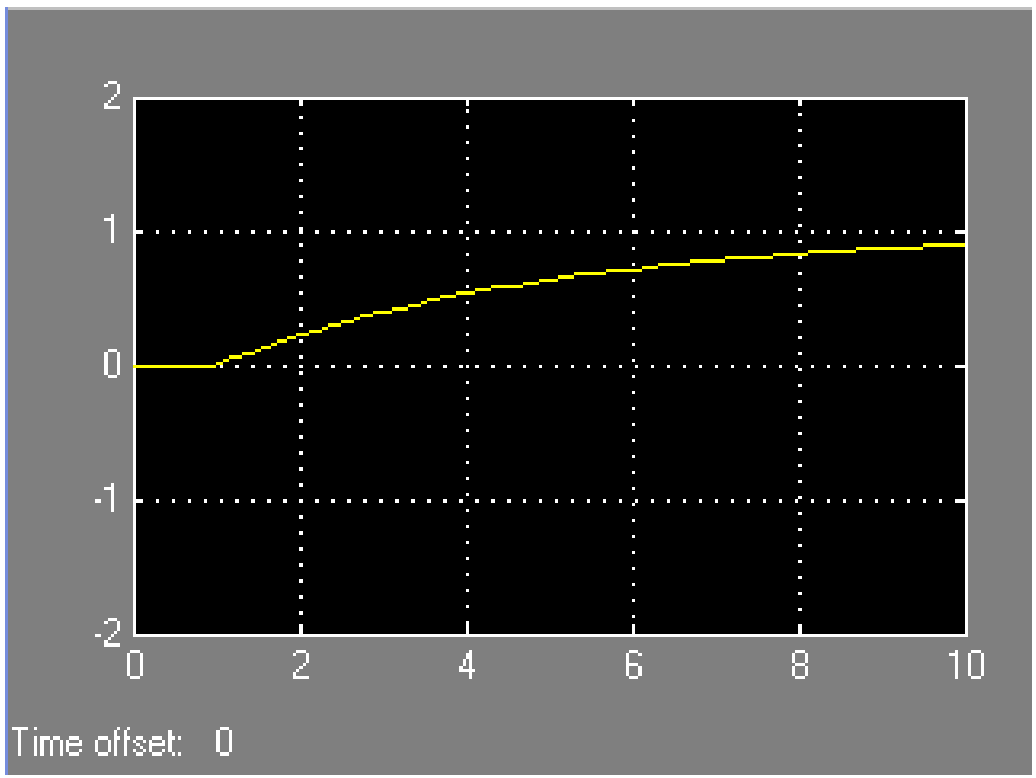

2
1
0
-1
-2
0
2
4
6
8
10
Time offset: 0

Slide 107

A27 Admin; 2008/04/26

A29

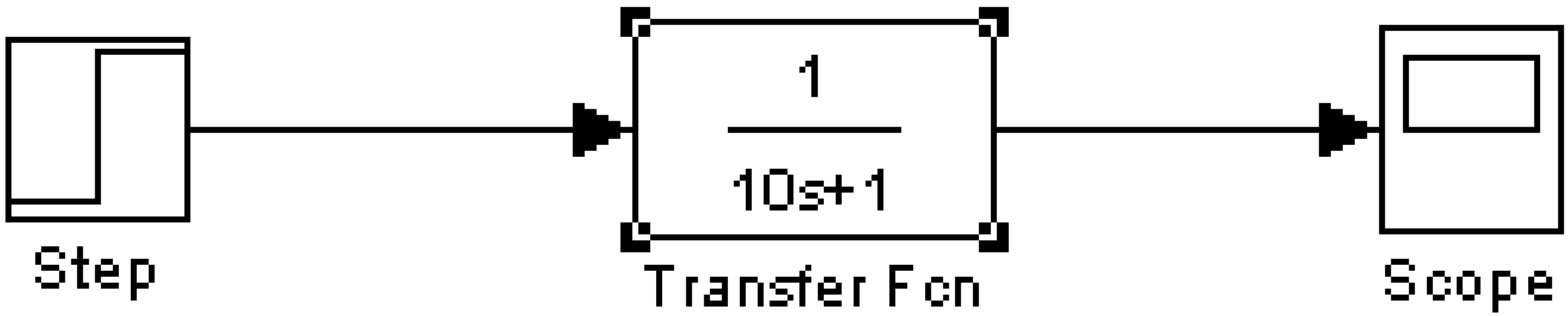


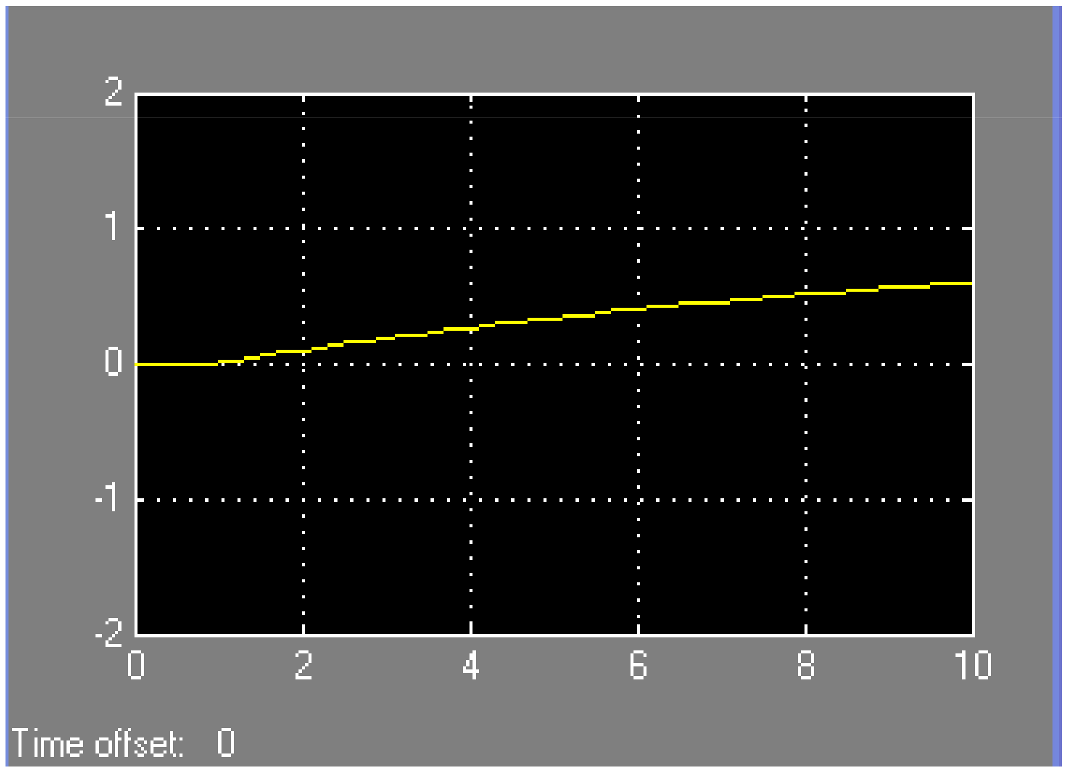


Slide 108

A29 Admin; 2008/04/26

A30

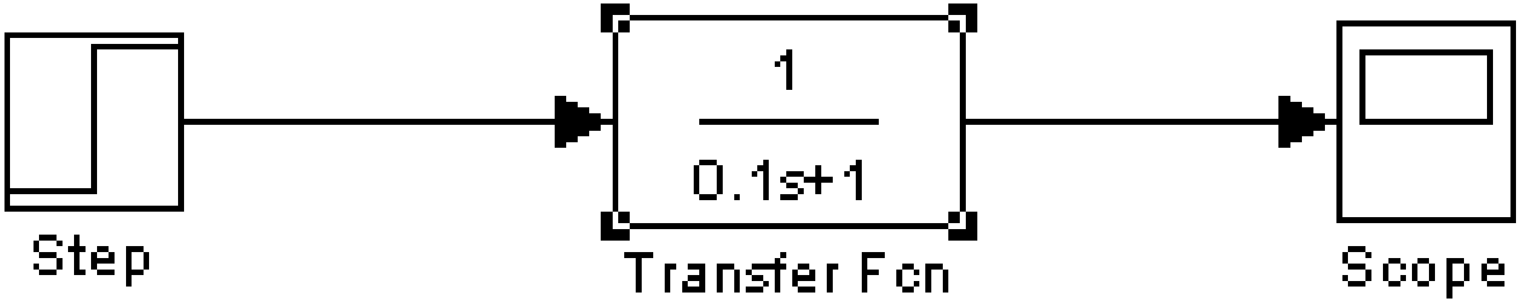


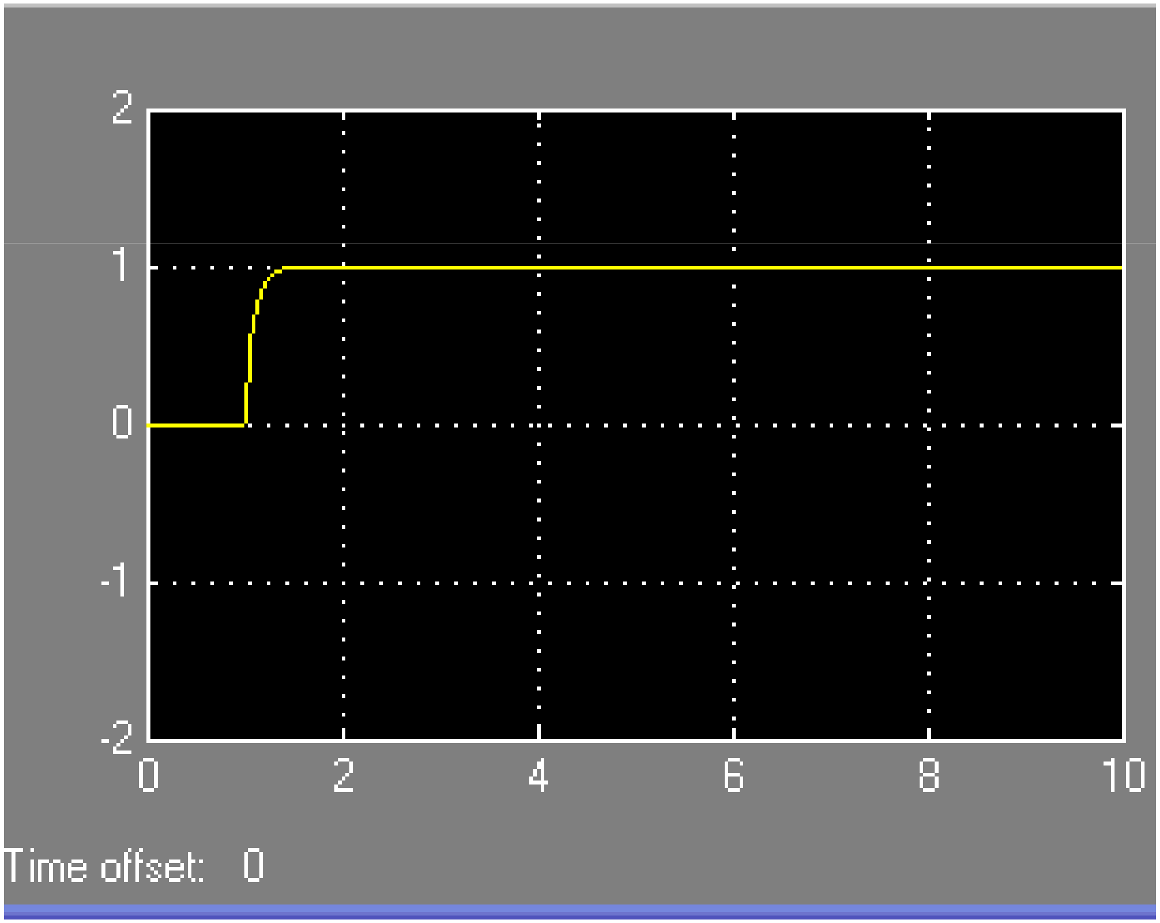


Slide 109

A30 Admin; 2008/04/26

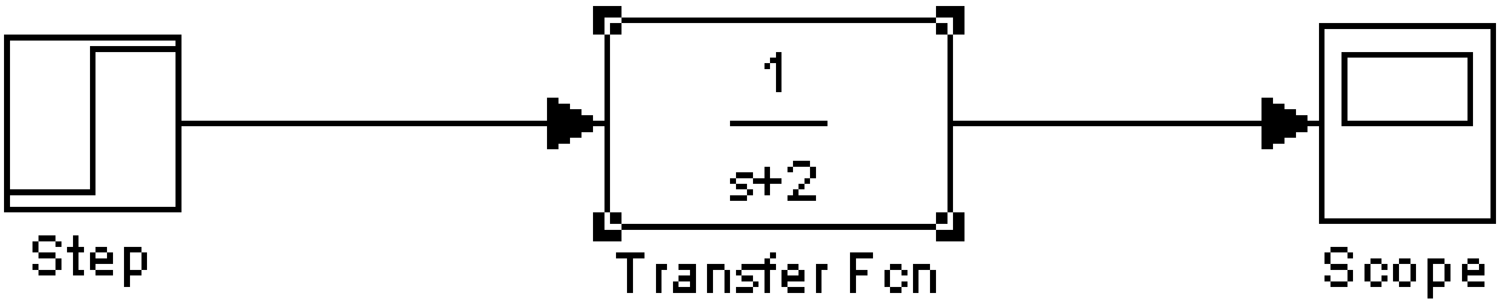
A31



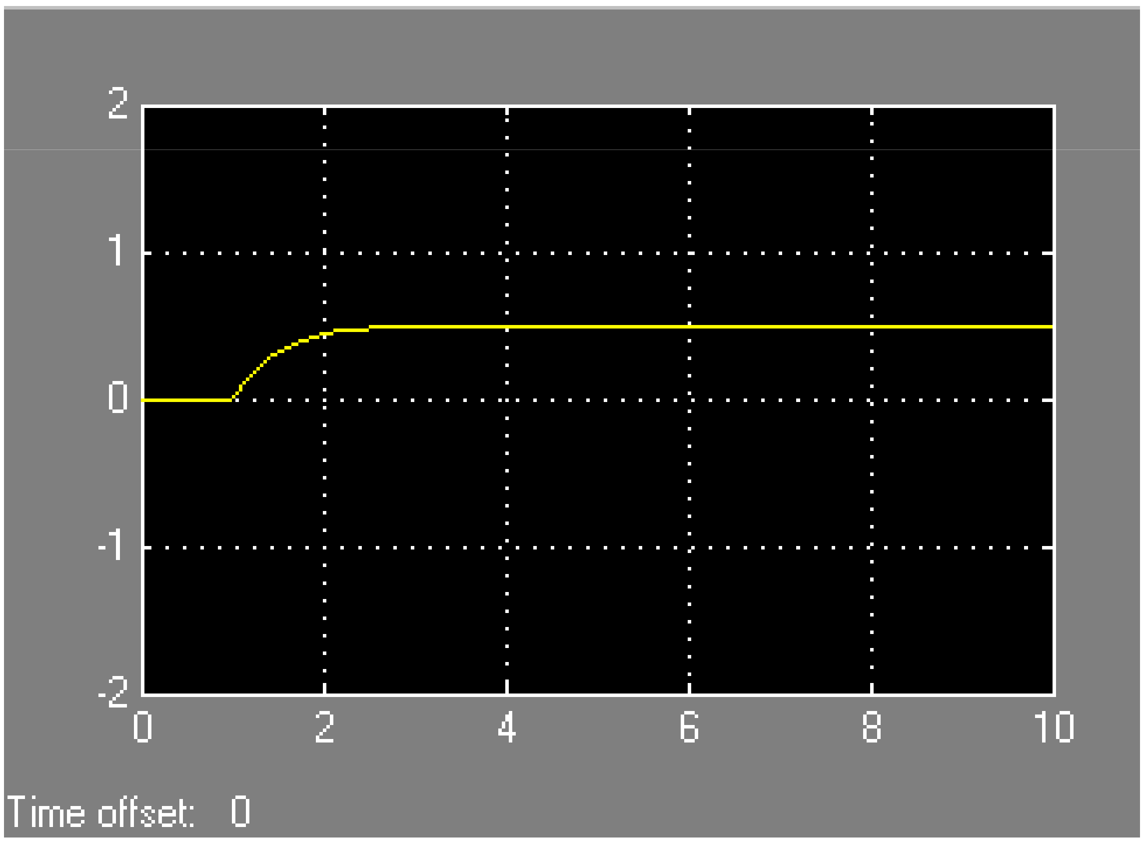


Slide 110

A31 Admin; 2008/04/26



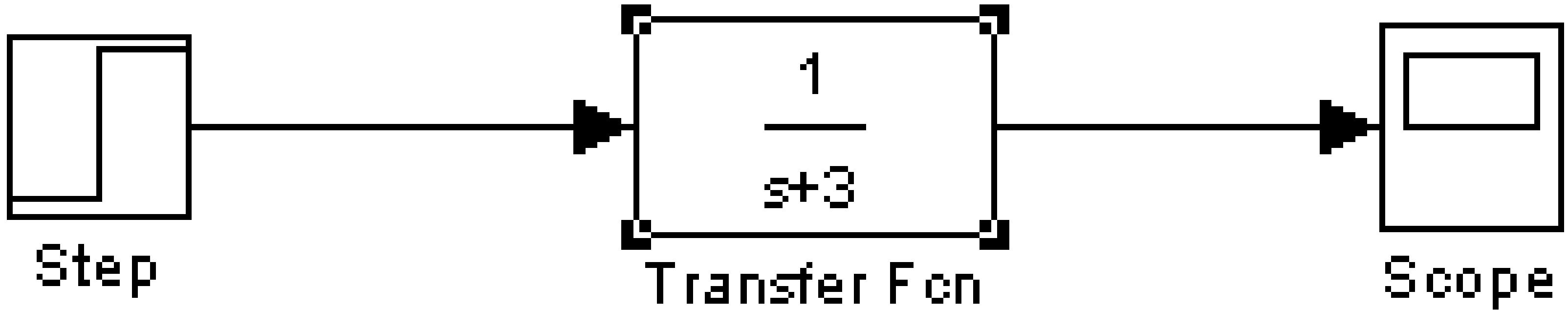
1
s+2
Step
Transfer Fcn
Scope

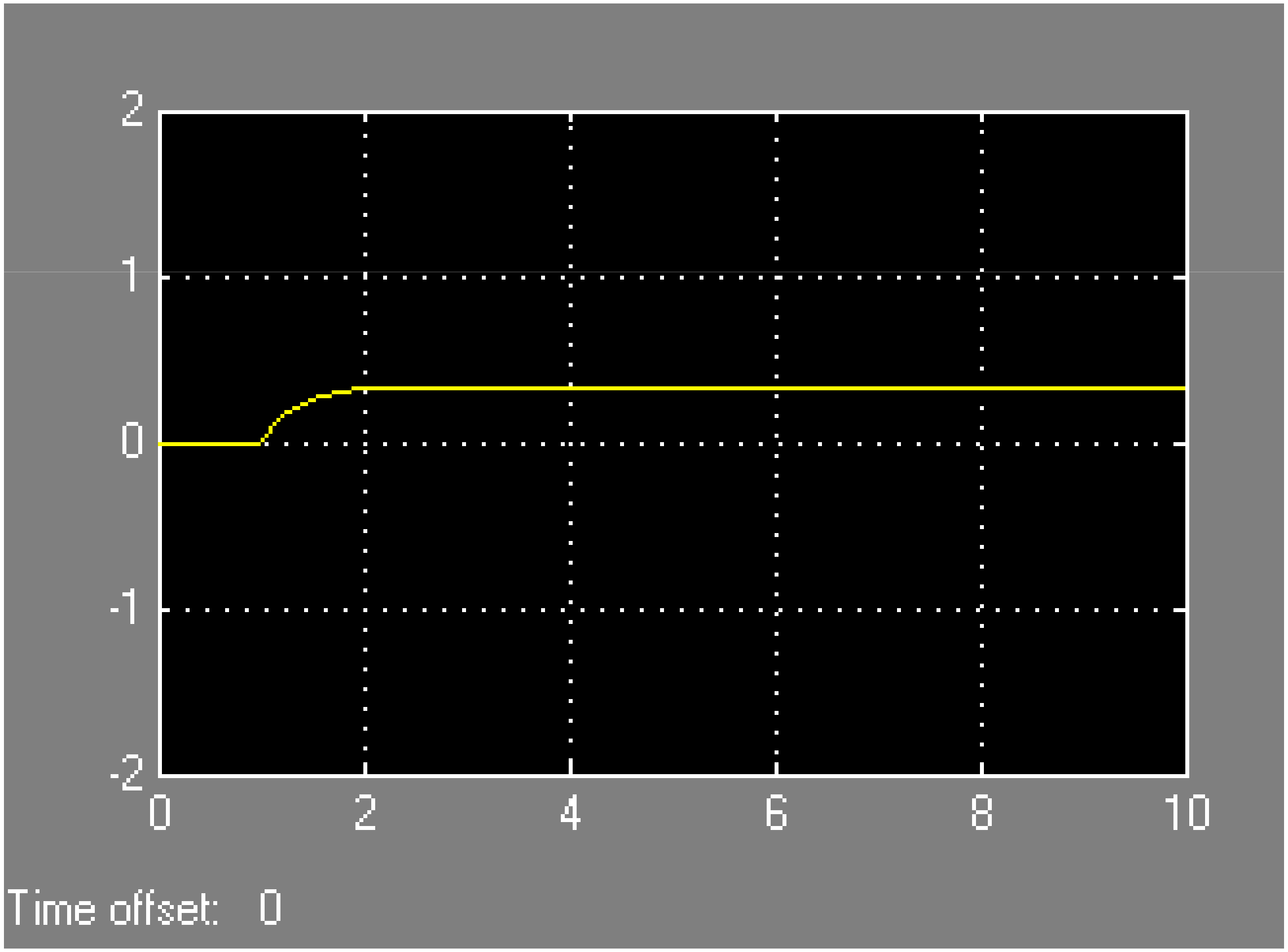


2
1
0
-1
-2
0
2
4
6
8
10
Time offset: 0

Slide 111

A32 Admin; 2008/04/26

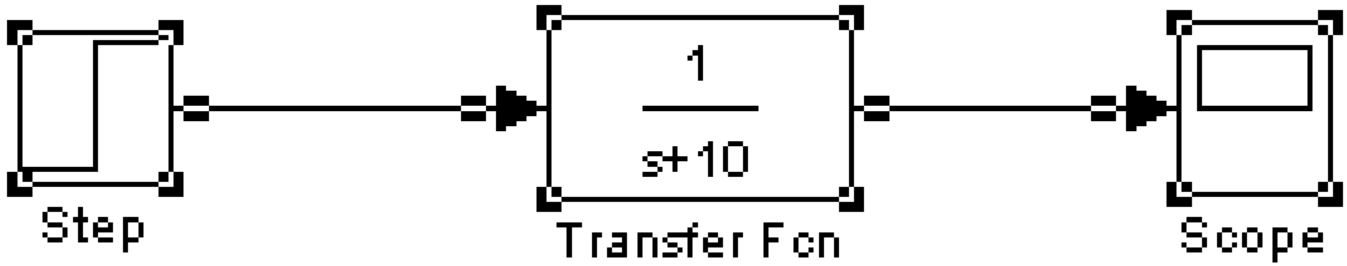

Step
1
s+3
Transfer Fcn
Scope

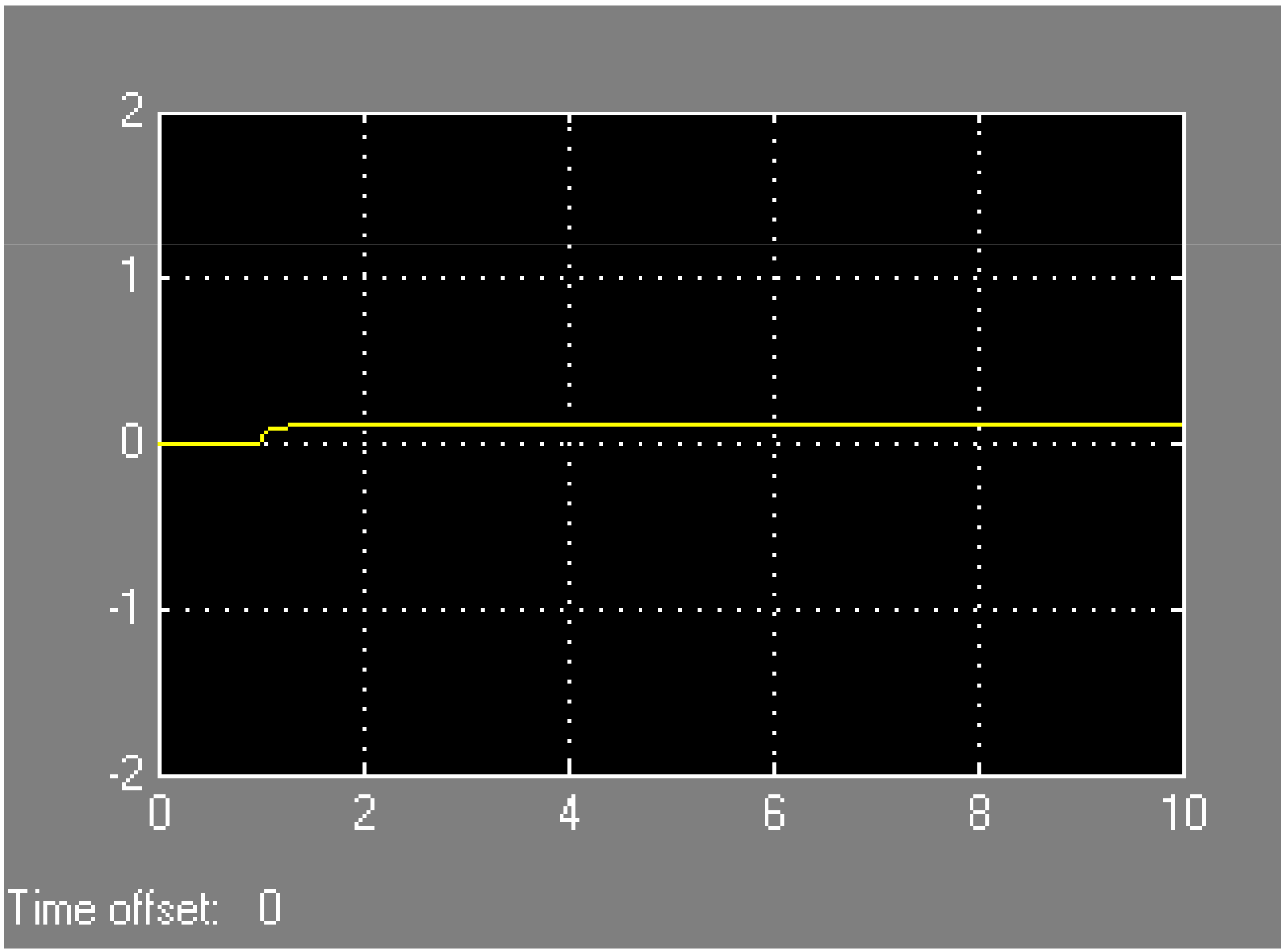

2
1
0
-1
-2
0
2
4
6
8
10
Time offset: 0

Slide 112

A33 Admin; 2008/04/26

A34

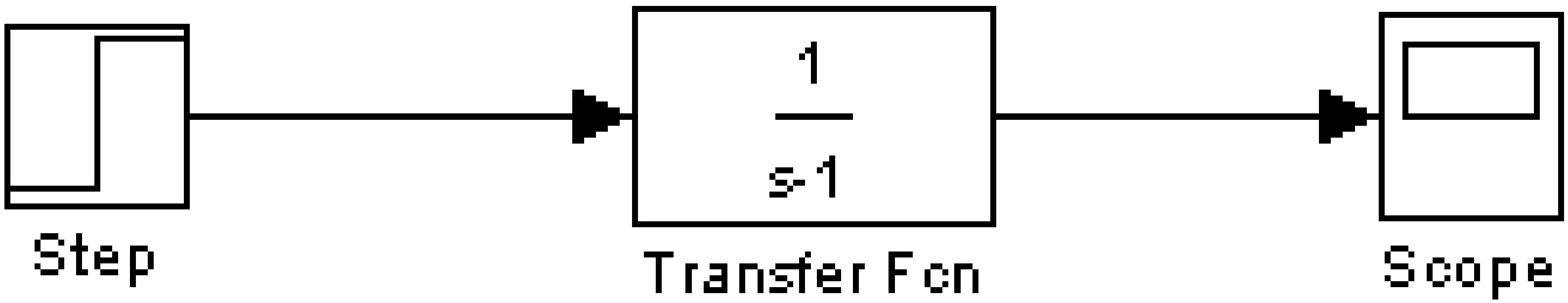


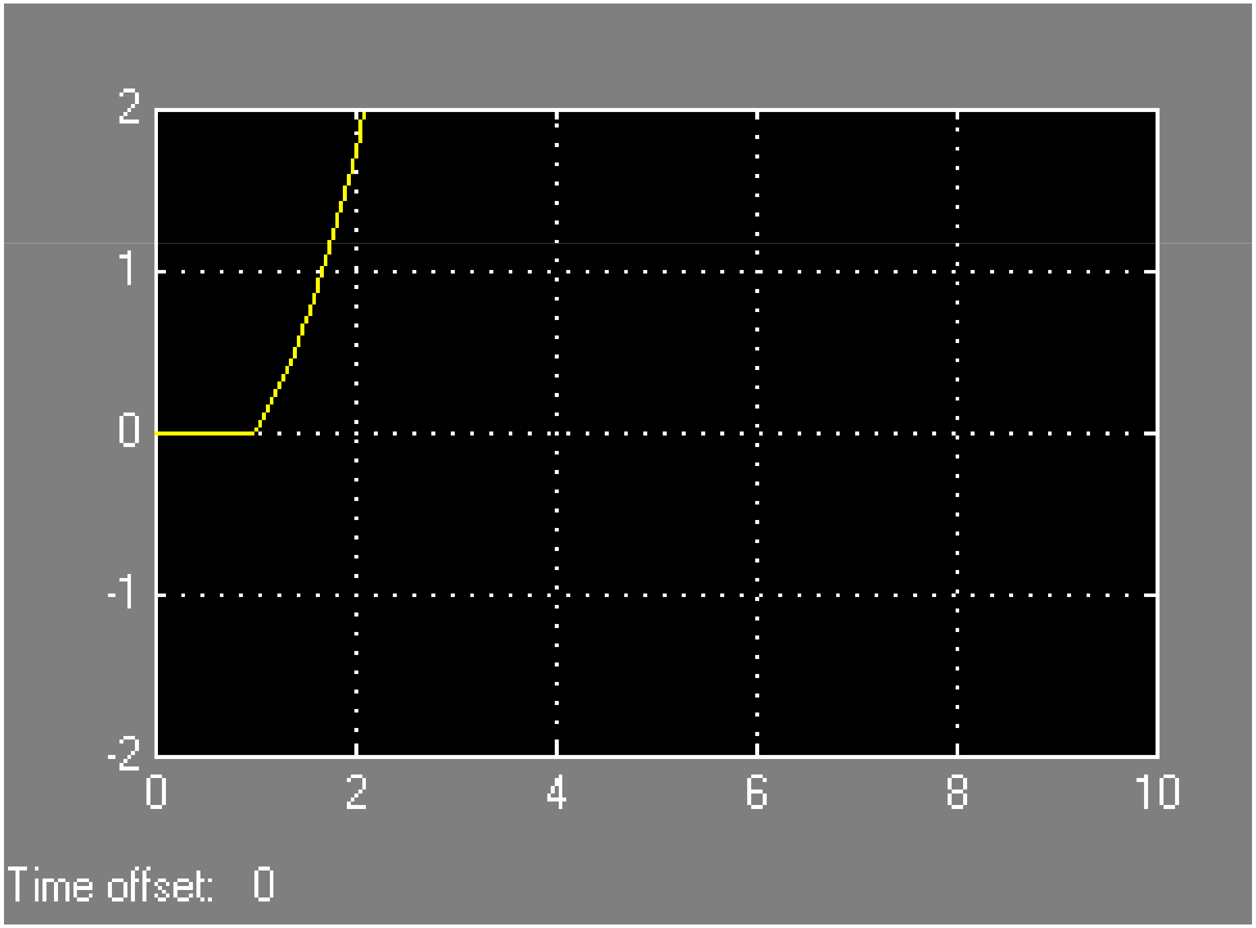


Slide 113

A34 Admin; 2008/04/26

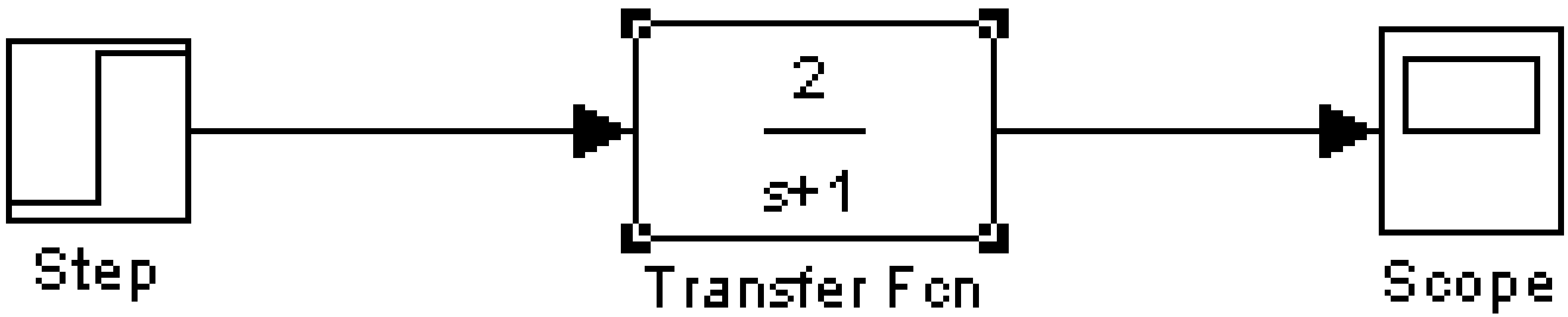
A35

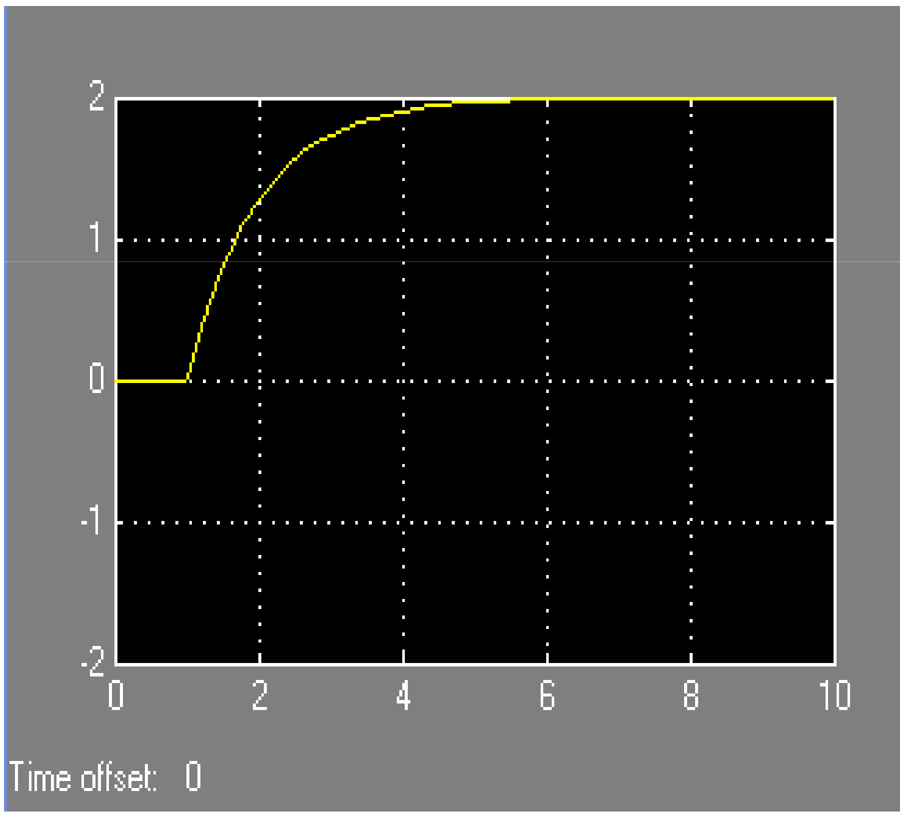


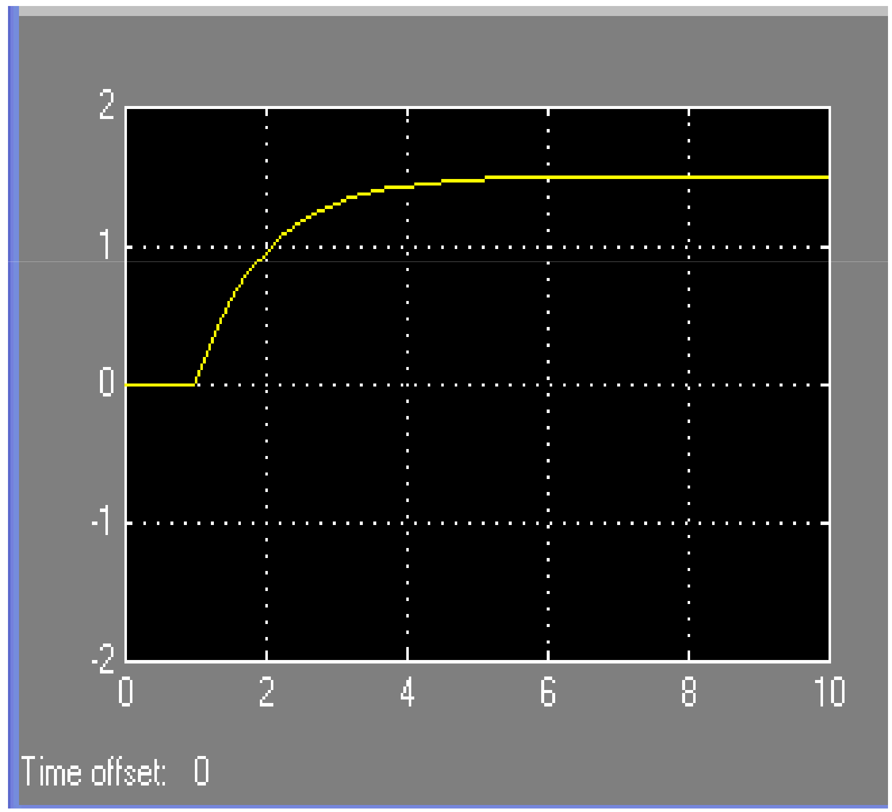


Slide 114

A35 Admin; 2008/04/26

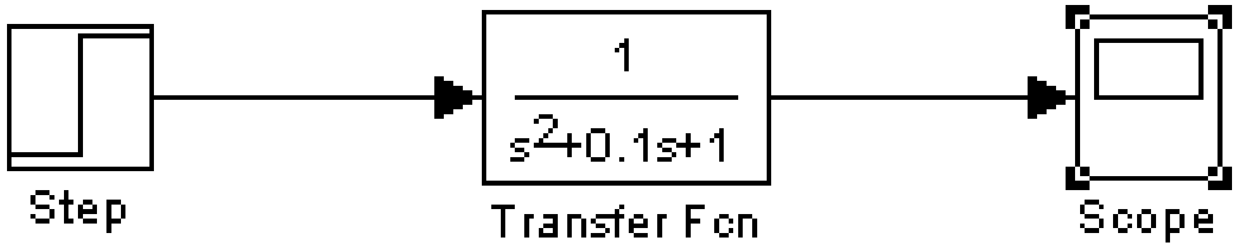

Step
2
s+1
Transfer Fcn
Scope

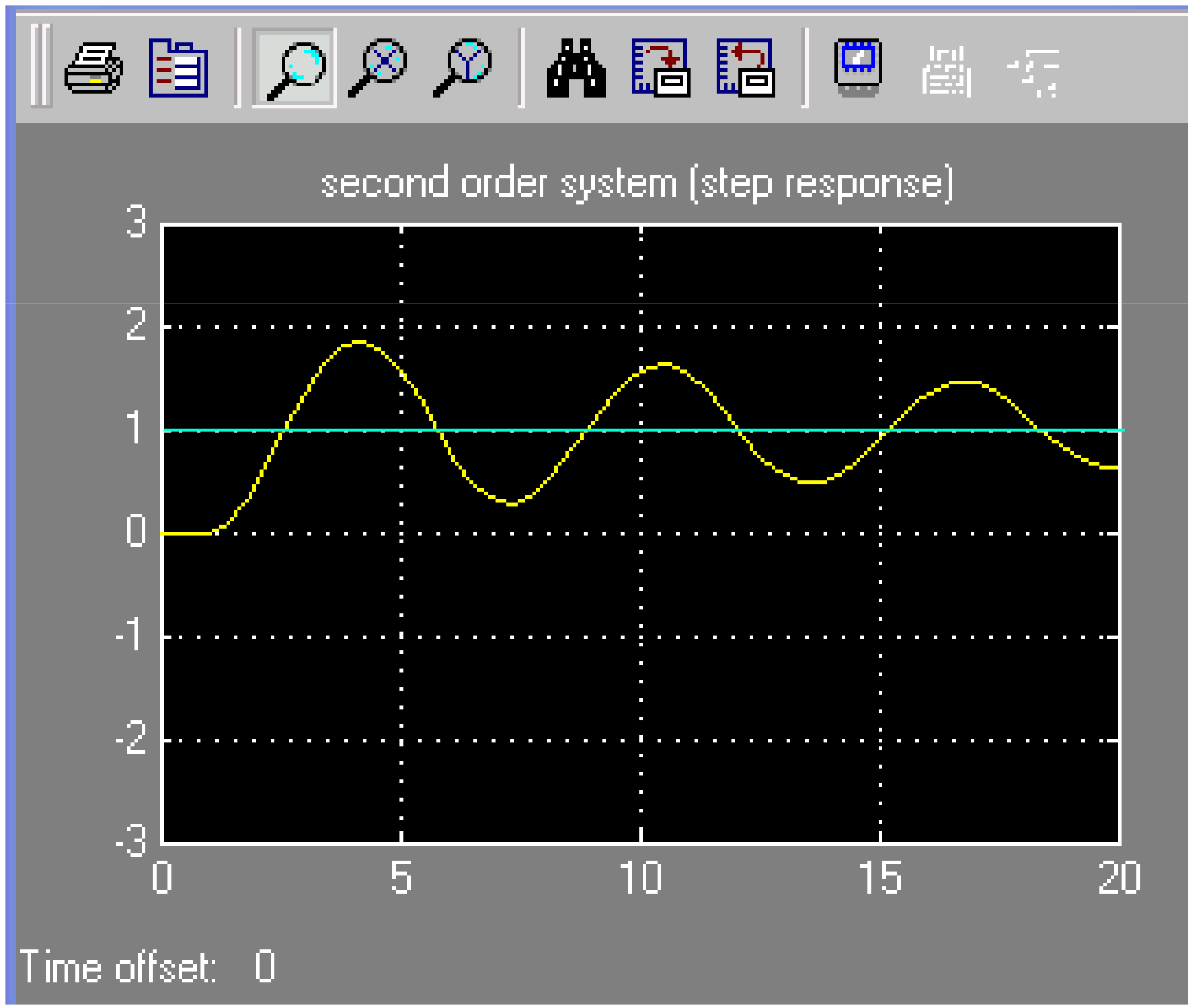

2
1
0
-1
-2
0
2
4
6
8
10
Time offset: 0


2
1
0
-1
-2
0
2
4
6
8
10
Time offset: 0

Slide 115

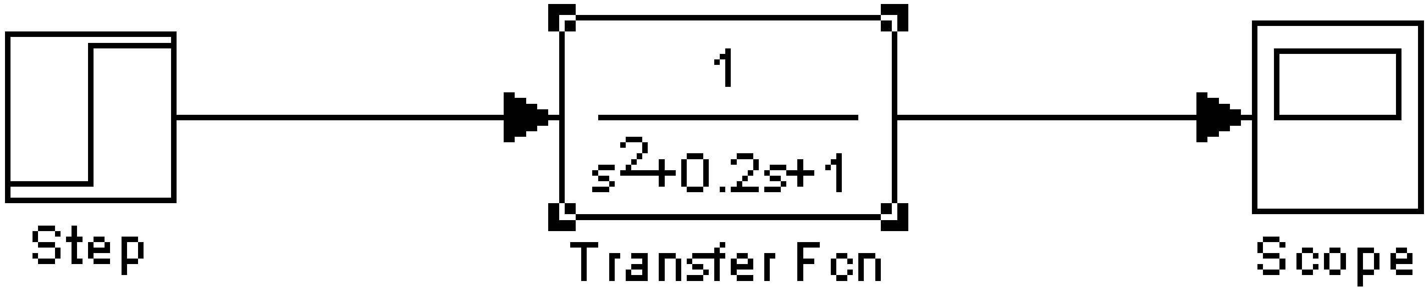
A36 Admin; 2008/04/26


Step
1
s2+0.1s+1
Transfer Fcn
Scope

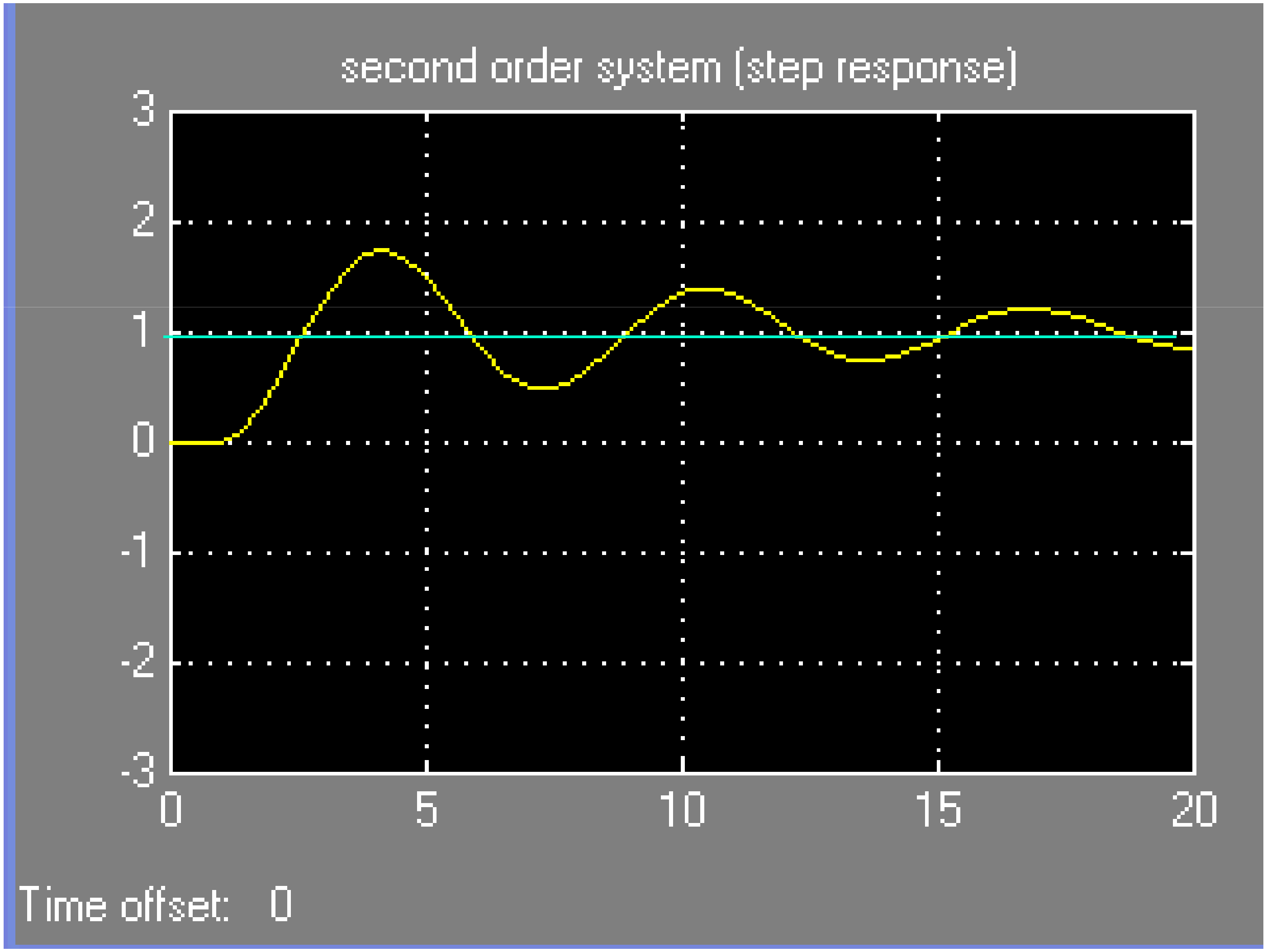

second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

Slide 116

A37 Admin; 2008/04/26



1
s2+0.2s+1
Step
Transfer Fcn
Scope

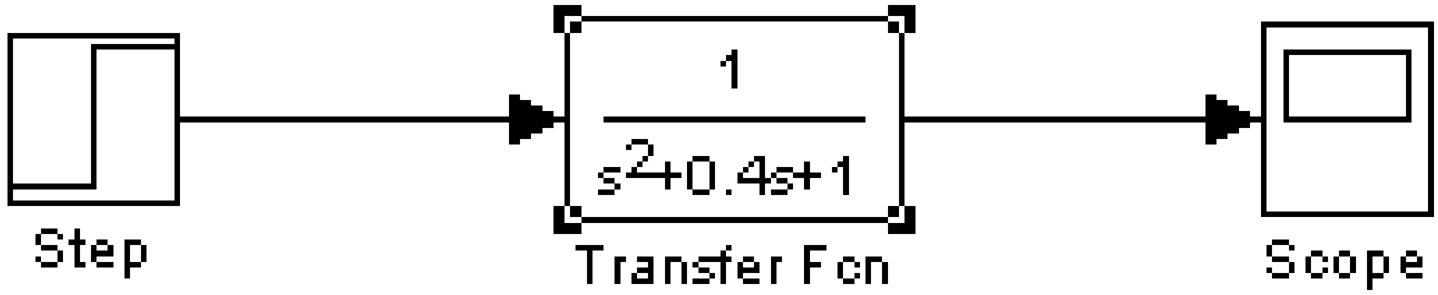


second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

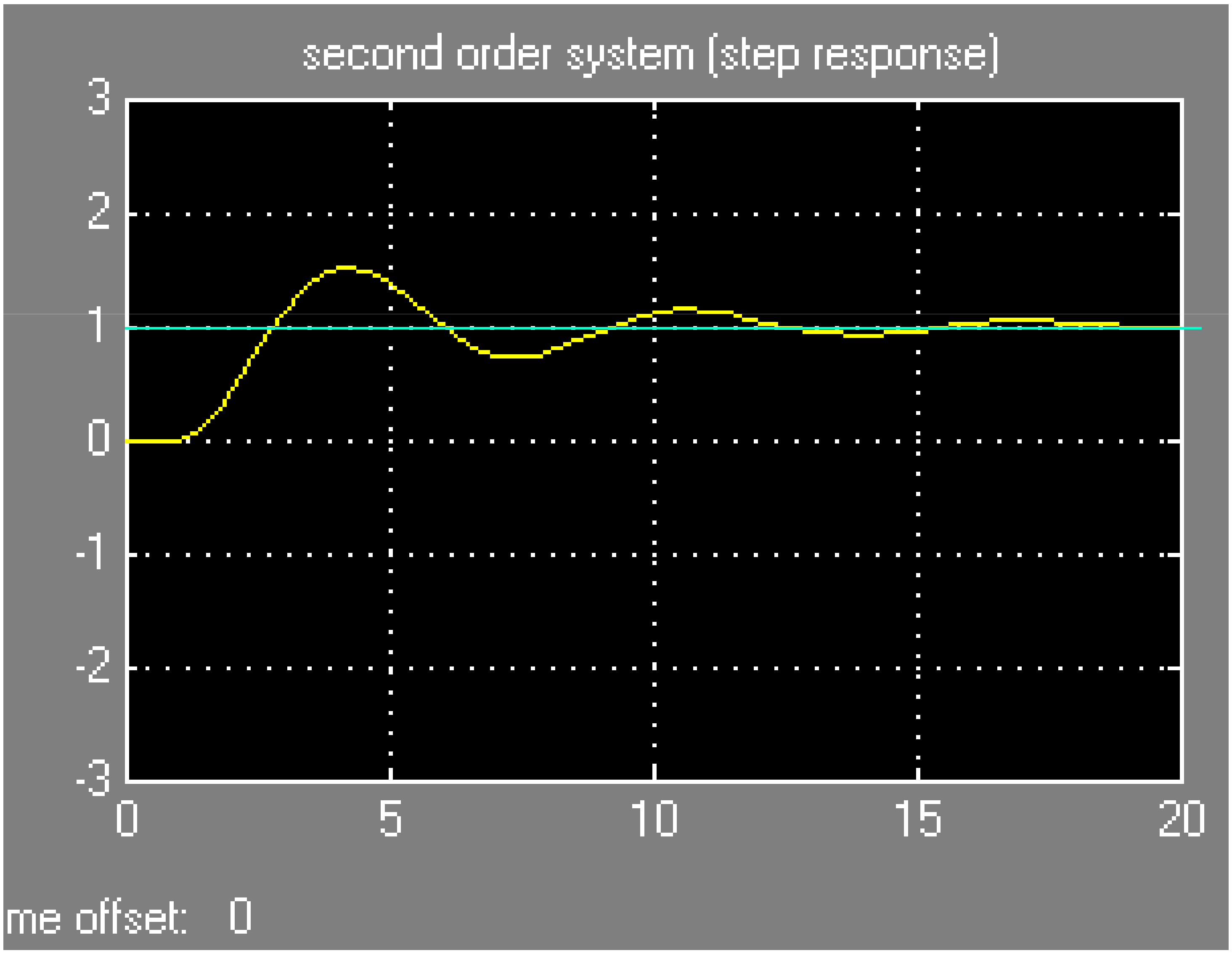
Slide 117

A77 Admin; 2008/04/26

A38



Step
1
s2+0.4s+1
Transfer Fcn
Scope



second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
me offset: 0

Slide 118

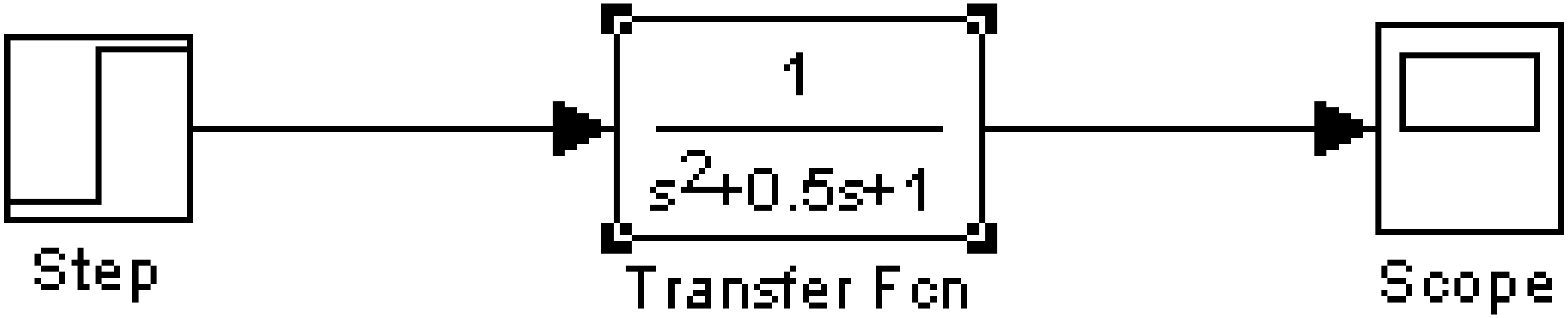
A38 Admin; 2008/04/26

A78
second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
e offset: 0

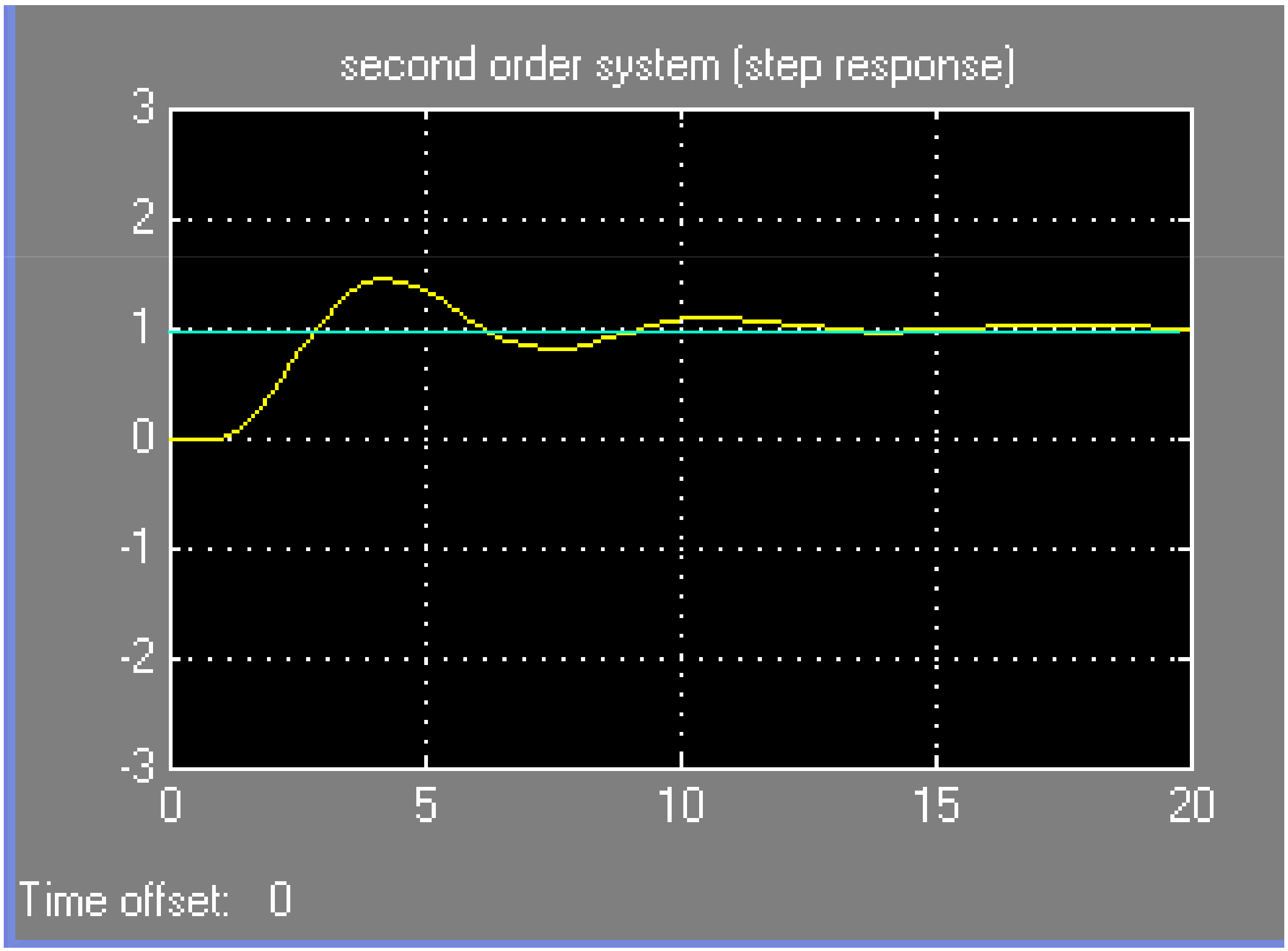
Slide 119

A78 Admin; 2008/04/26

A45



$\frac{1}{s^2+0.5s+1}$
Step
Transfer Fcn
Scope

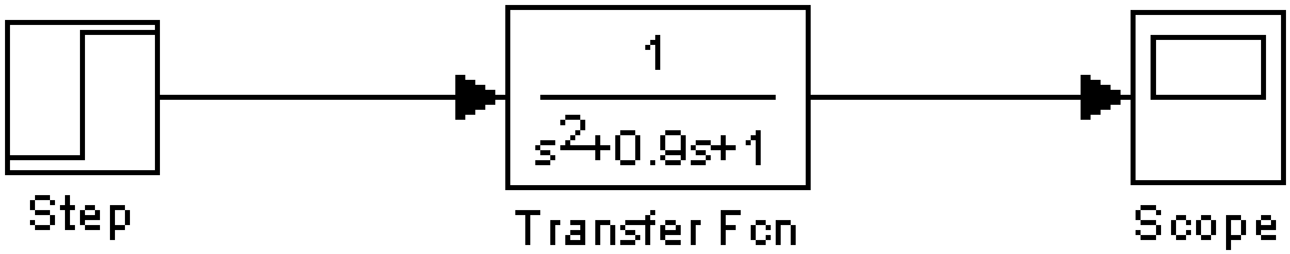


second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

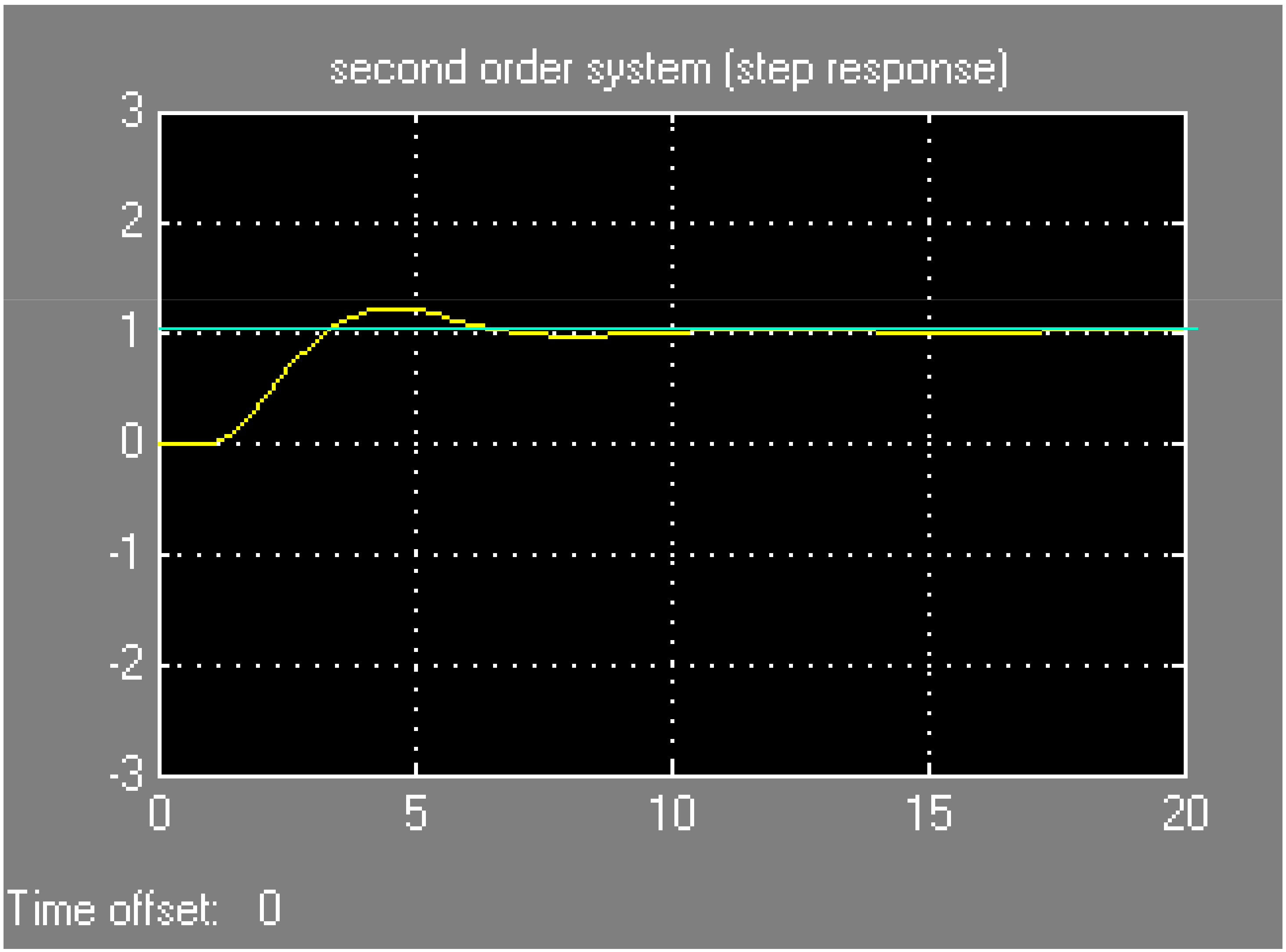
Slide 120

A45 Admin; 2008/04/26

A46



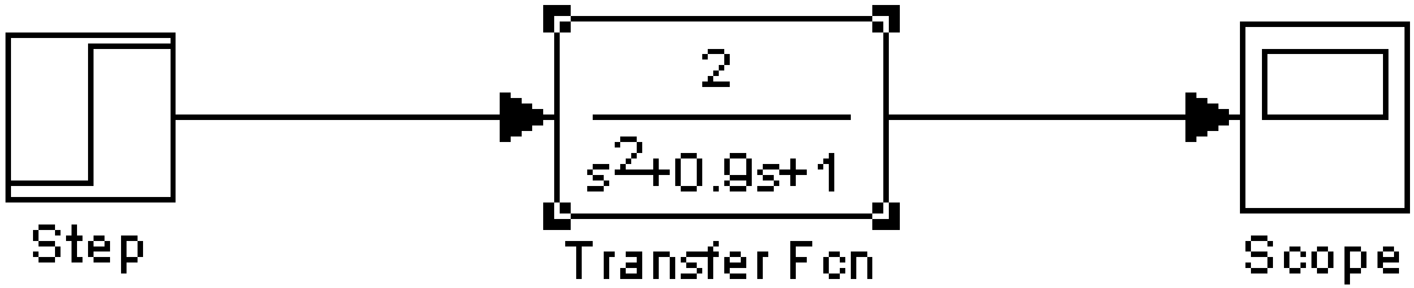
Step
1
s2+0.9s+1
Transfer Fcn
Scope



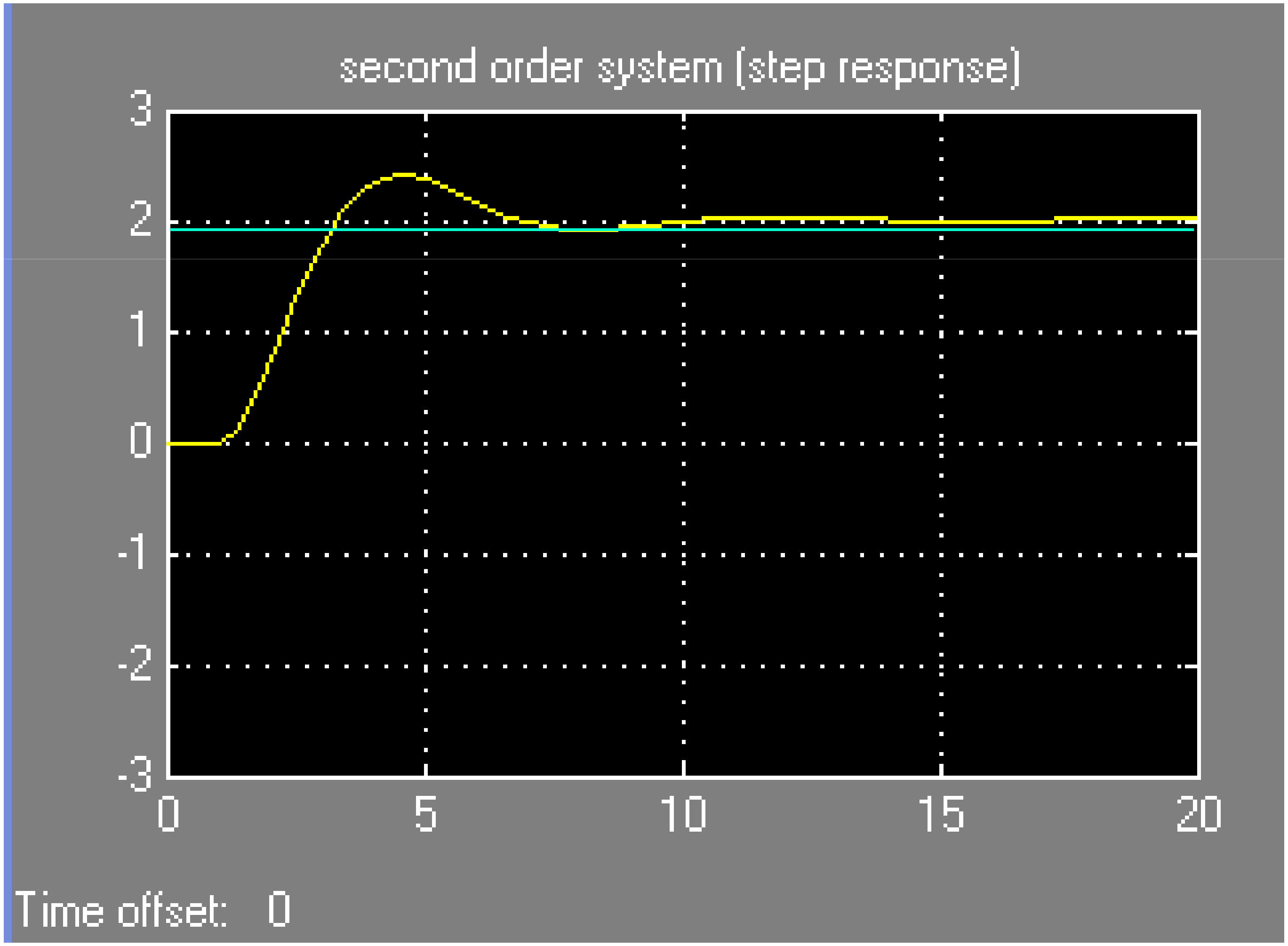
second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

Slide 121

A46 Admin; 2008/04/26



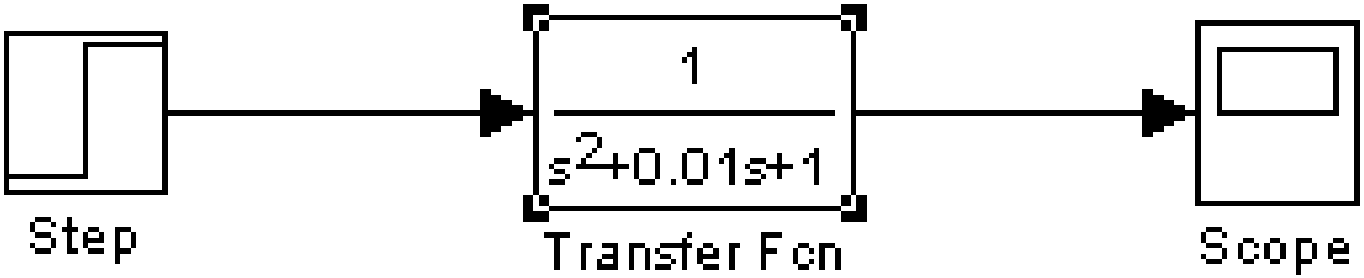
Step
2
$s^2+0.9s+1$
Transfer Fcn
Scope



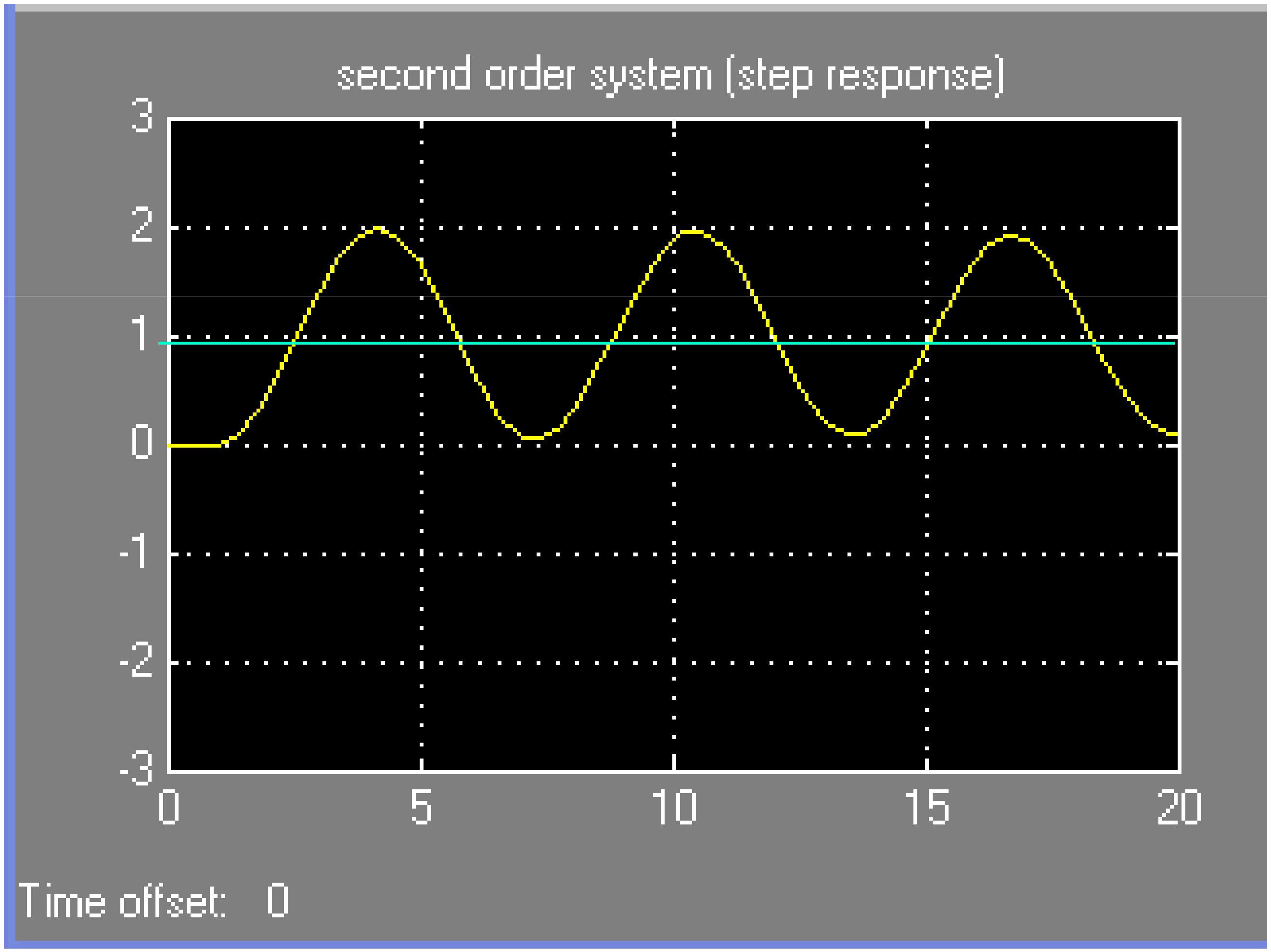
second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

Slide 122

A47 Admin; 2008/04/26



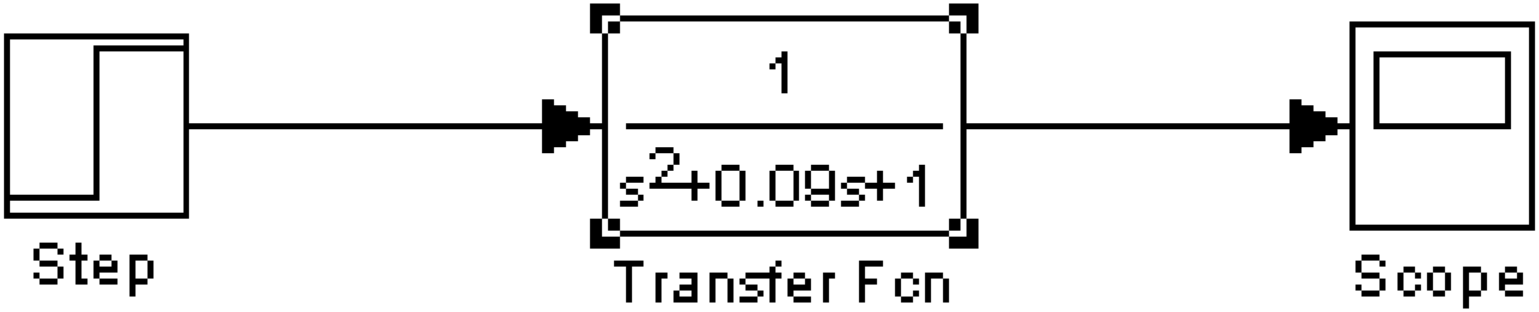
Step
1
s^2+0.01s+1
Transfer Fcn
Scope

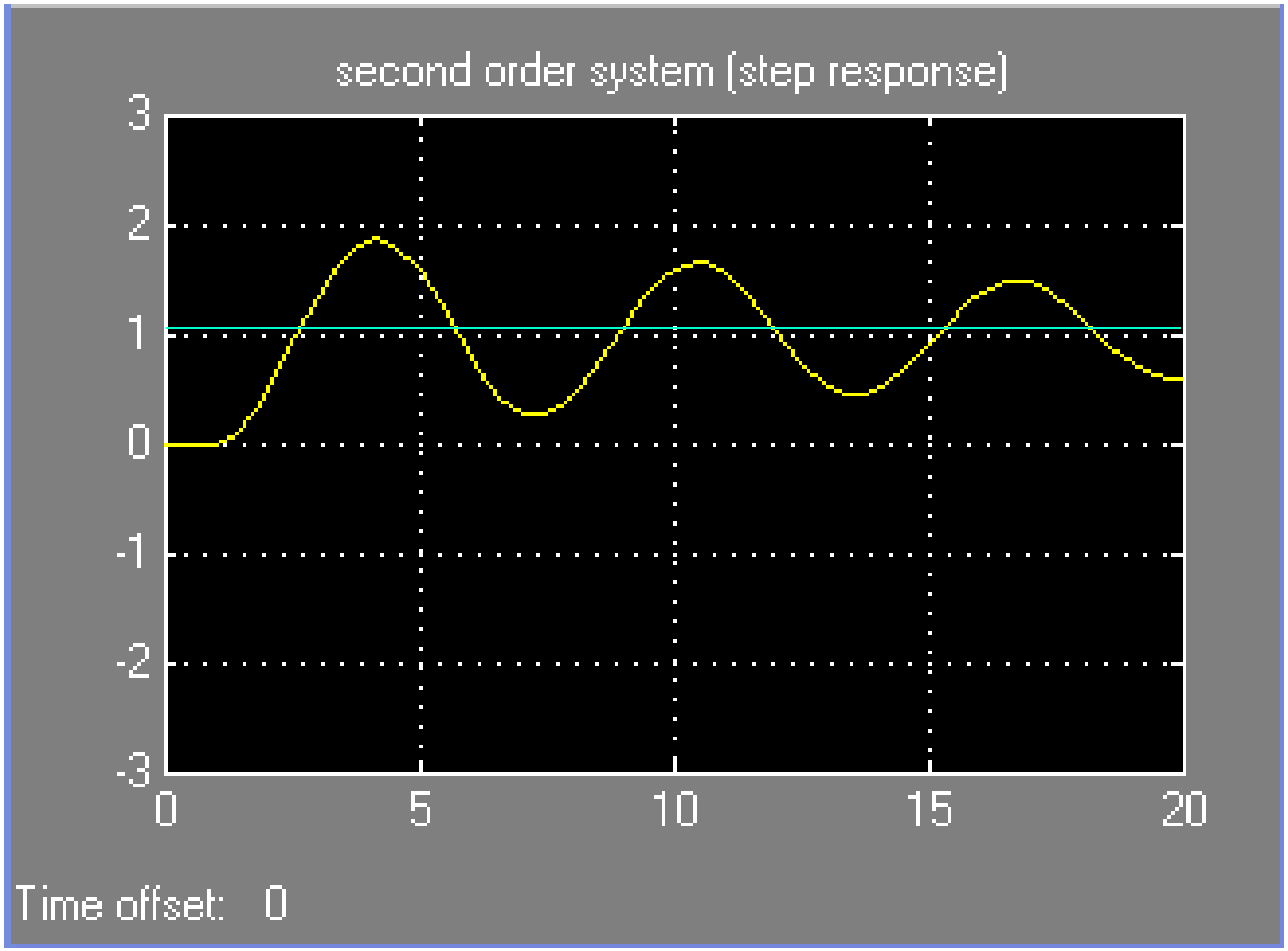


second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

Slide 123

A48 Admin; 2008/04/26

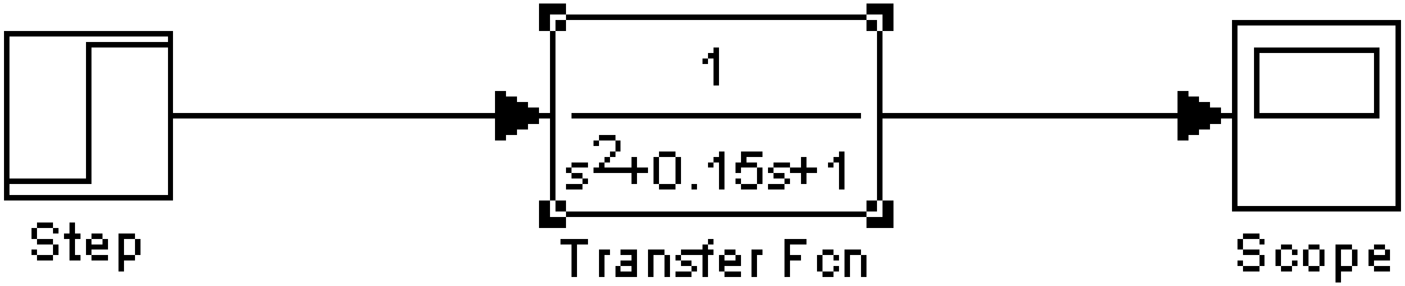

Step
1
$s^2+0.09s+1$
Transfer Fcn
Scope


second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

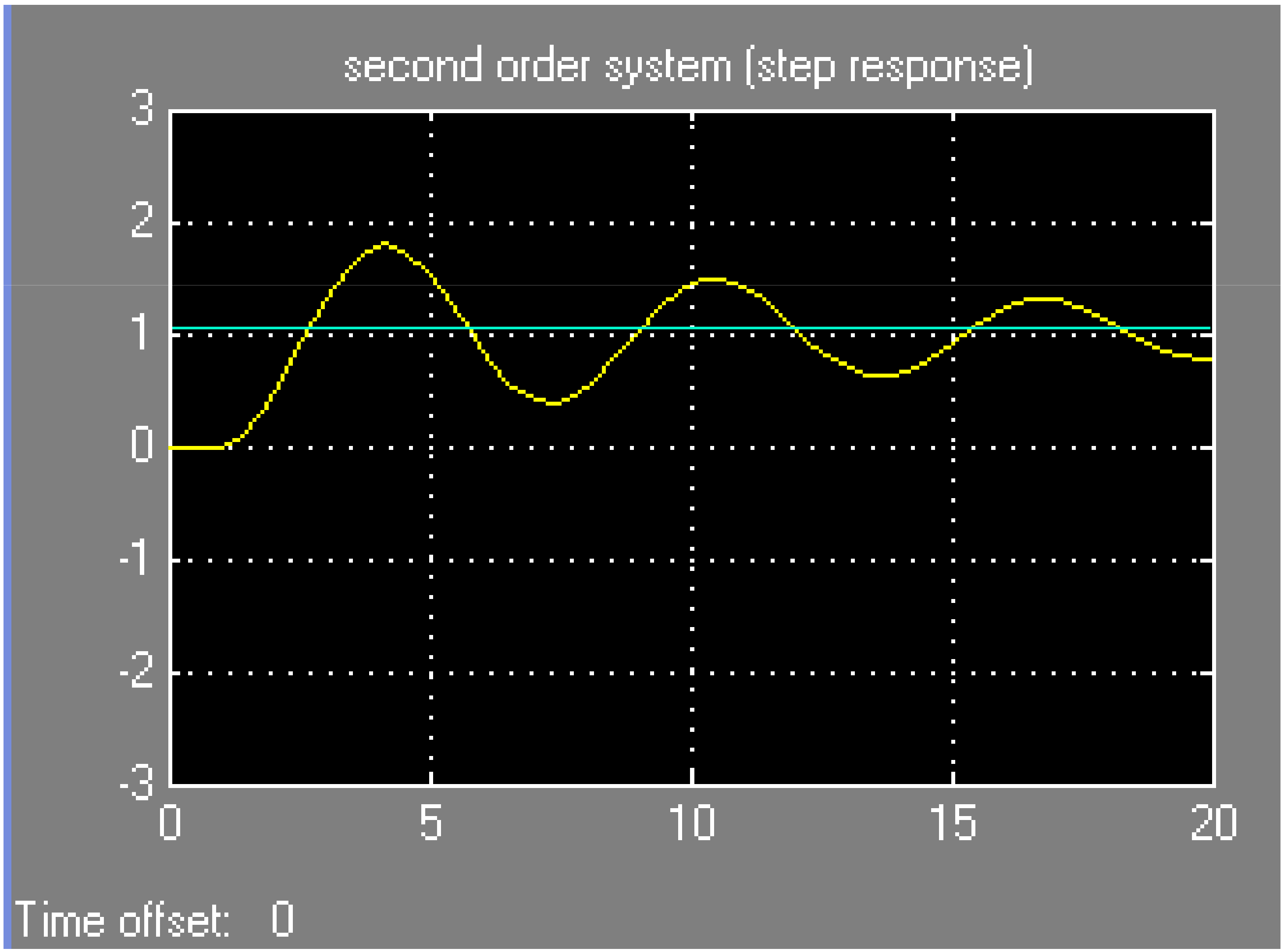
Slide 124

A49 Admin; 2008/04/26

A50



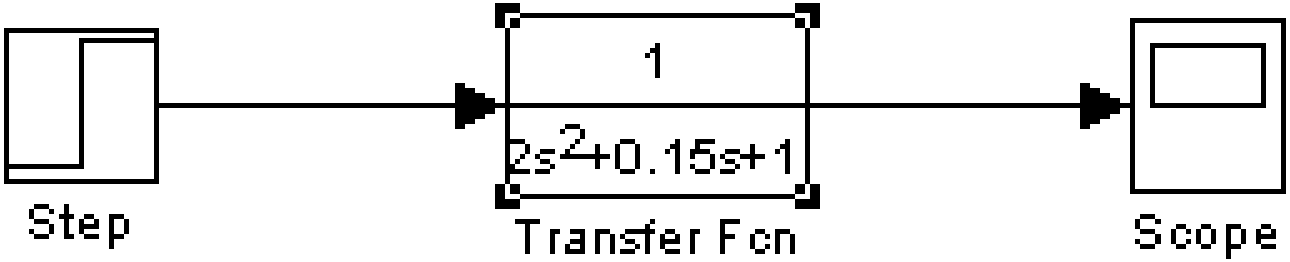
Step
1
$s^2+0.15s+1$
Transfer Fcn
Scope

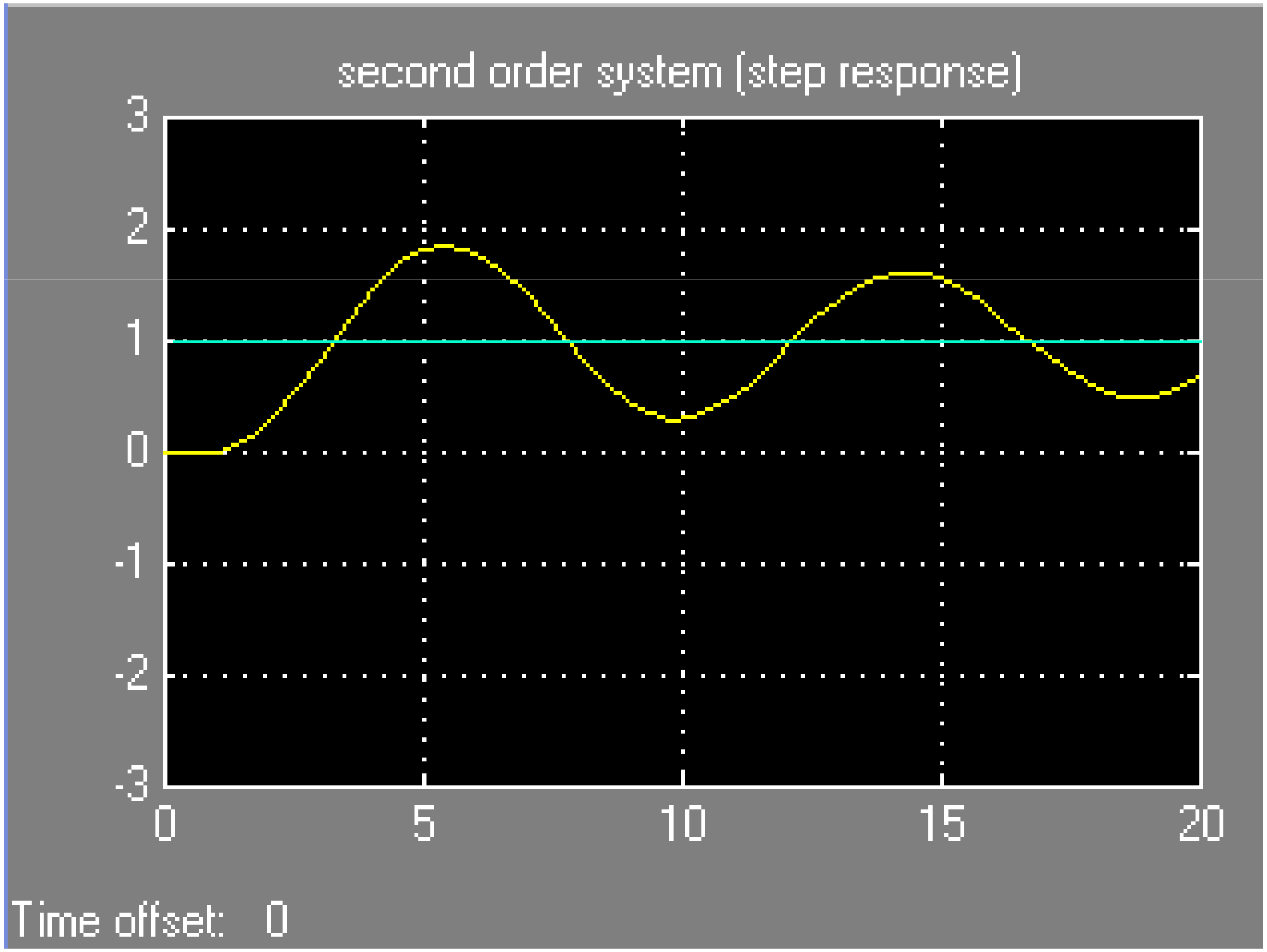


second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

Slide 125

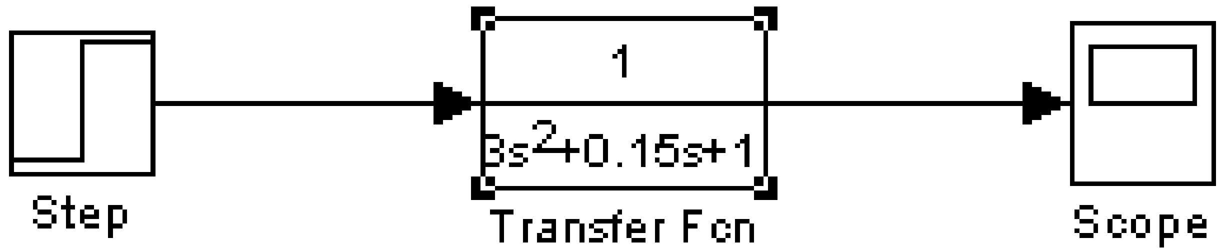
A50 Admin; 2008/04/26

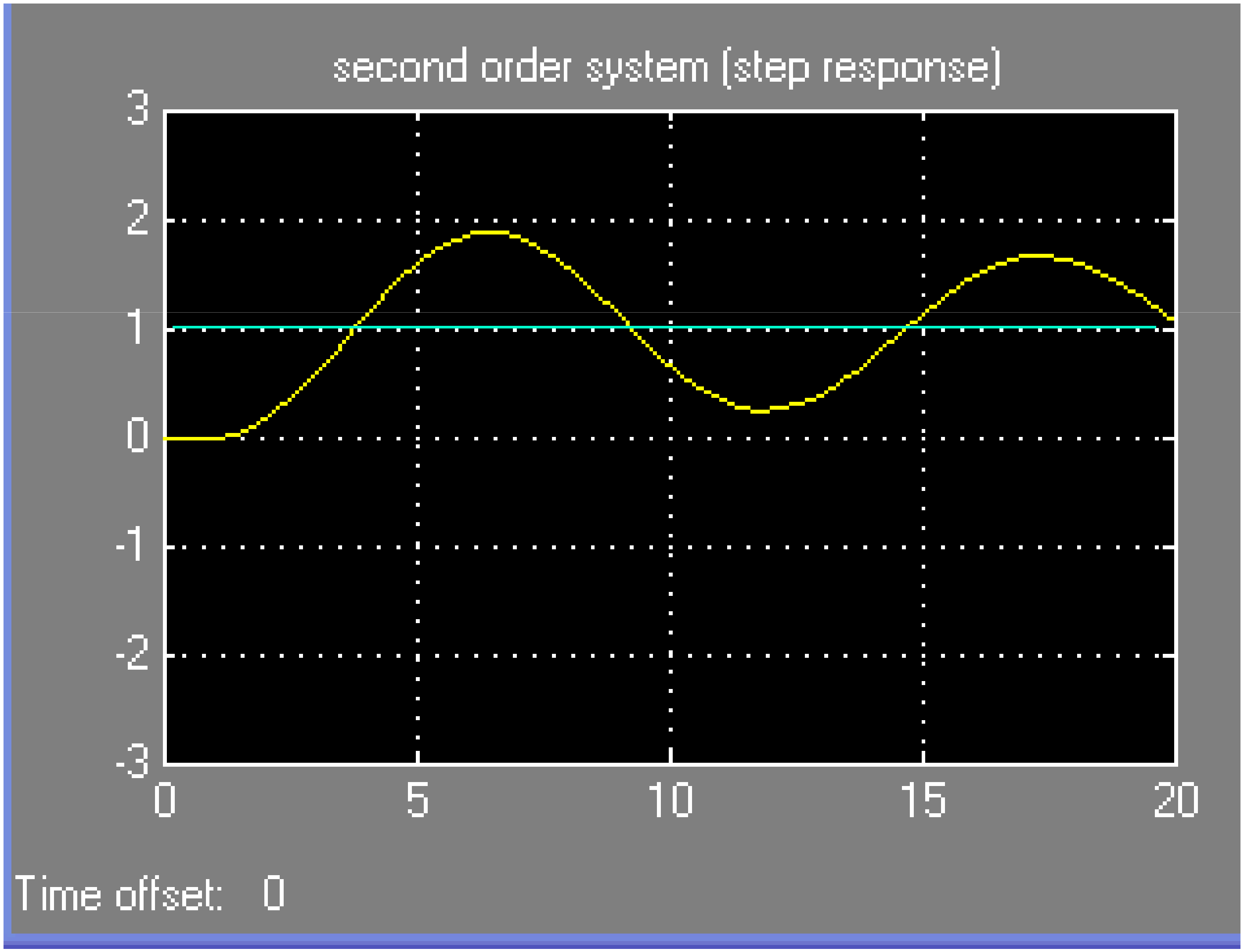

Step
1
2s^2+0.15s+1
Transfer Fcn
Scope


second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

Slide 126

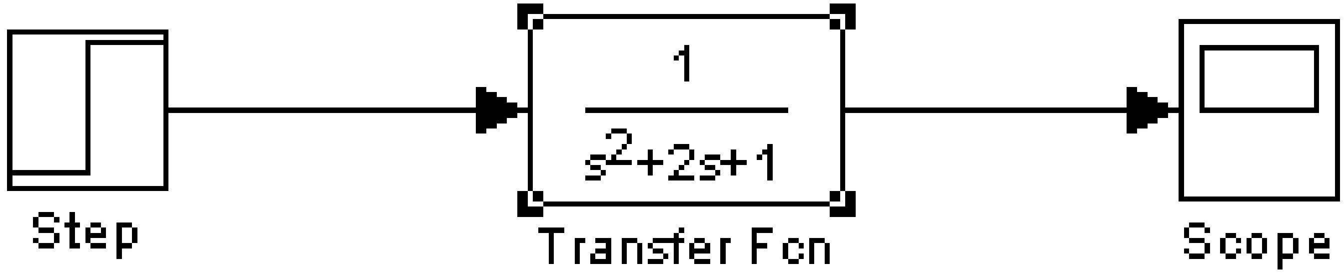
A51 Admin; 2008/04/26

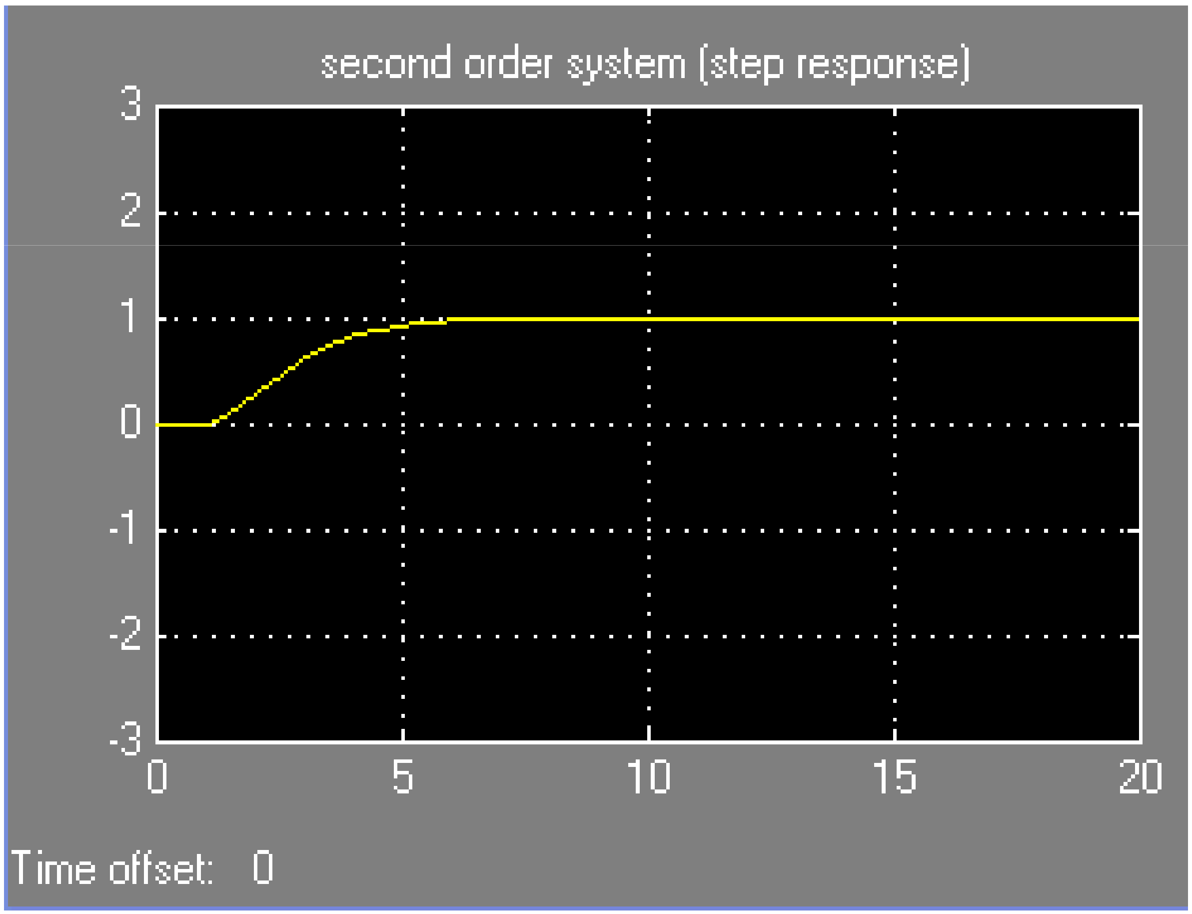

Step
1
3s2+0.15s+1
Transfer Fcn
Scope


second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

Slide 127

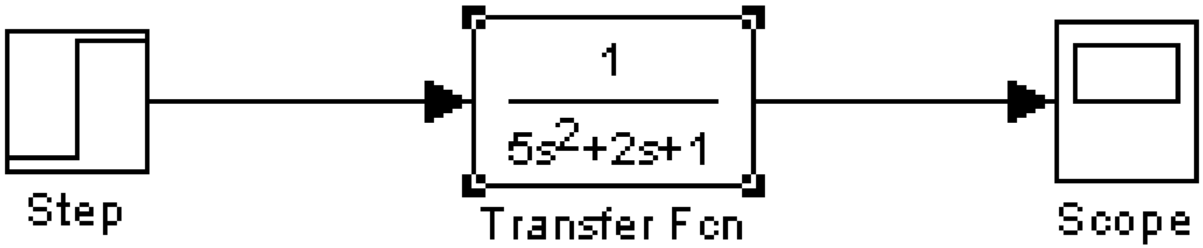
A52 Admin; 2008/04/26

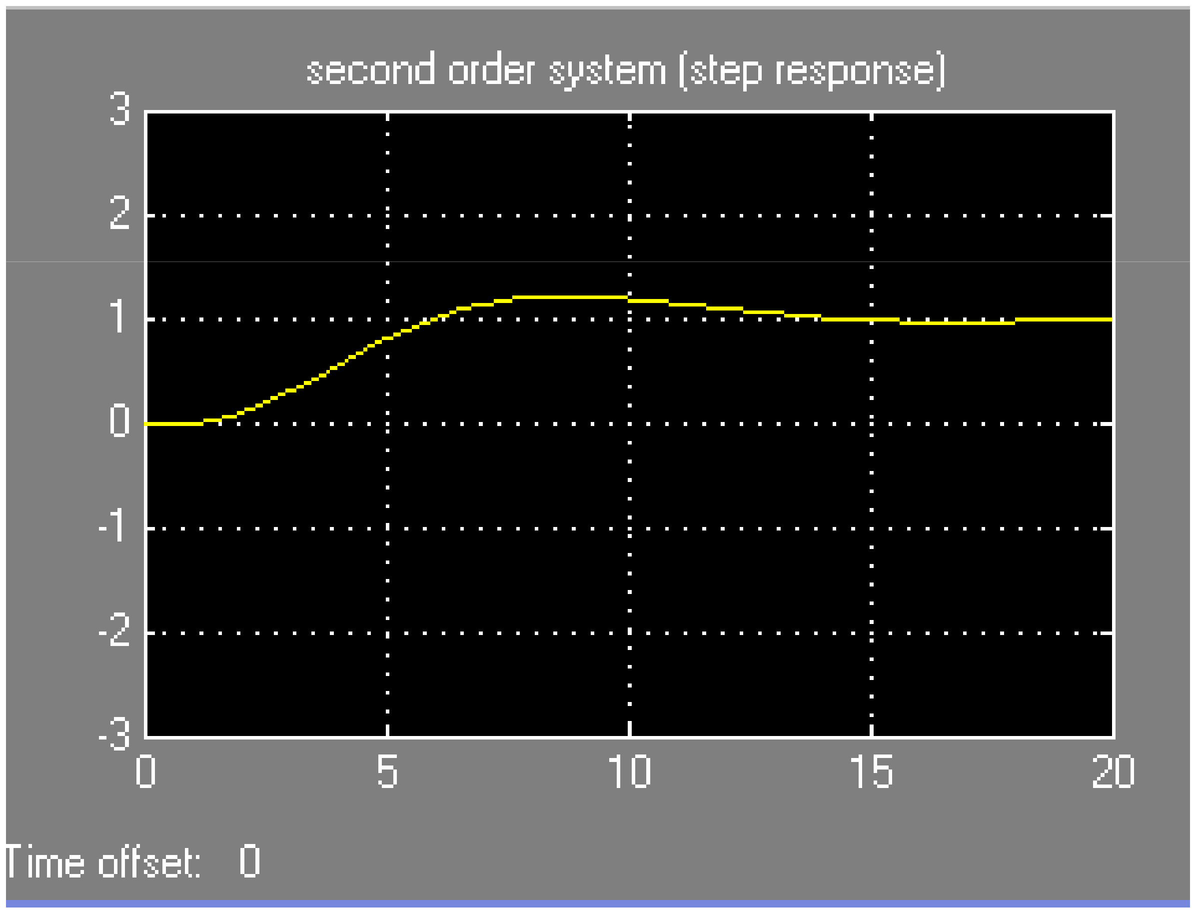

Step
$\frac{1}{s^2+2s+1}$
Transfer Fcn
Scope


second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

Slide 128

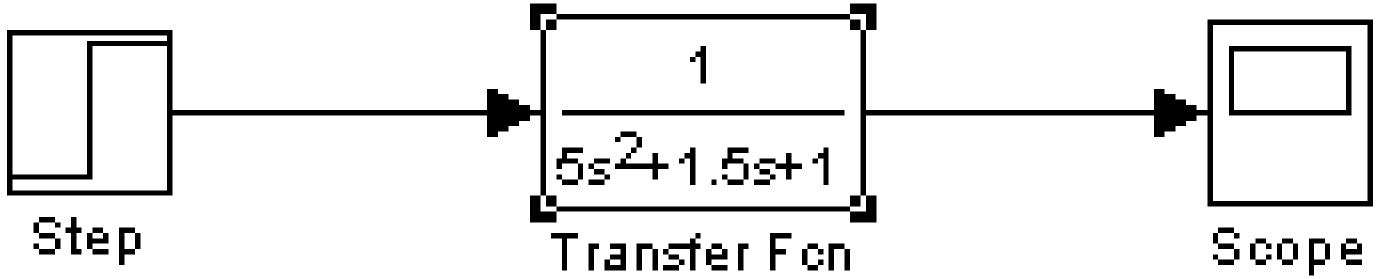
A53 Admin; 2008/04/26

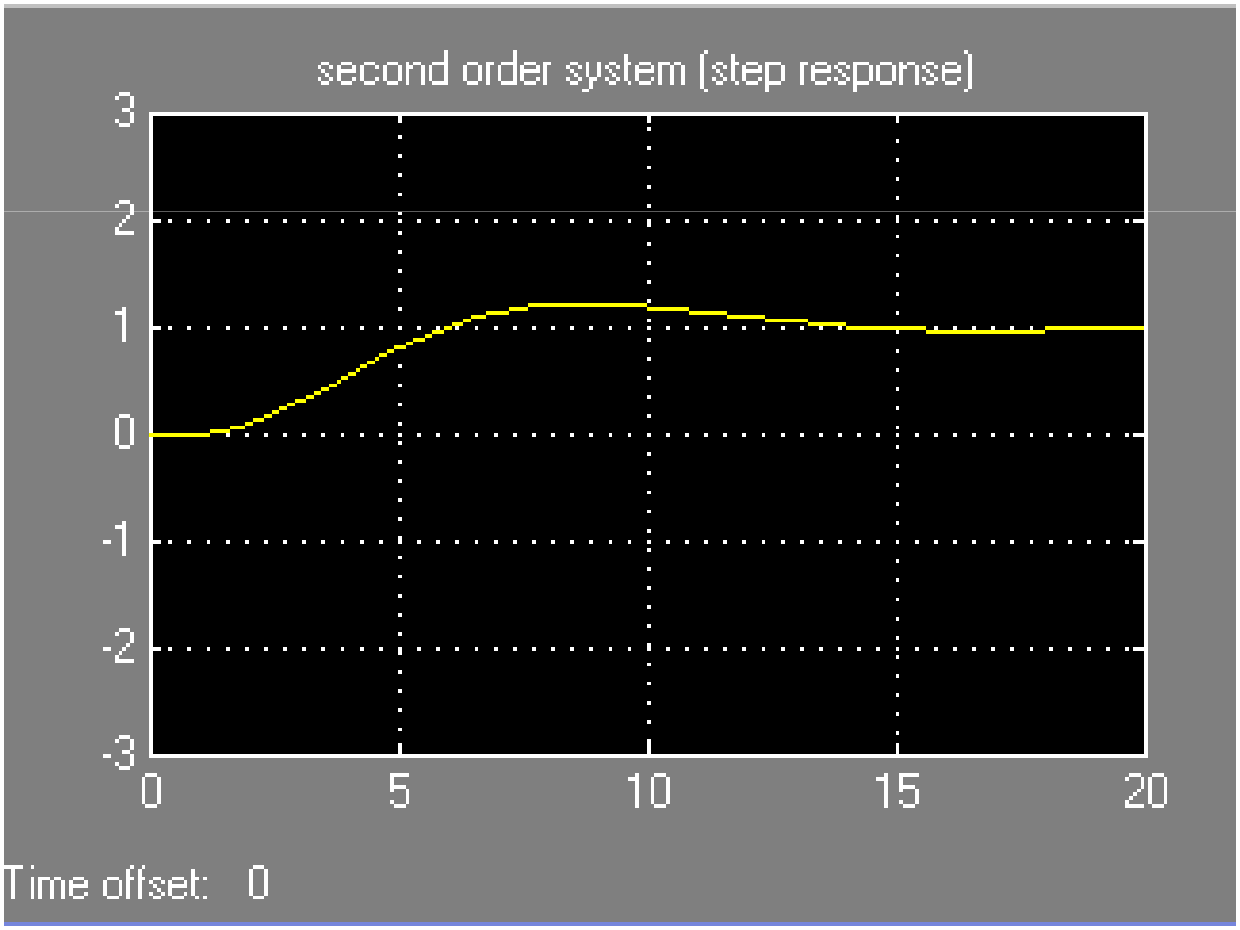

Step
1
$5s^2+2s+1$
Transfer Fcn
Scope


second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

Slide 129

A54 Admin; 2008/04/26

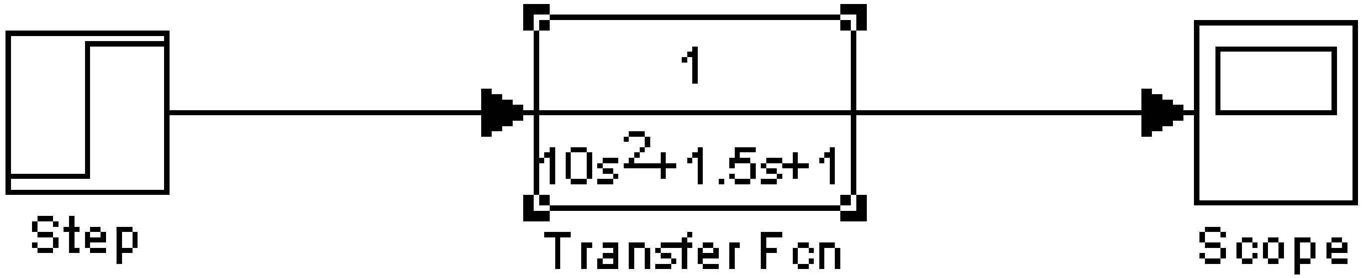

Step
1
5s2+1.5s+1
Transfer Fcn
Scope

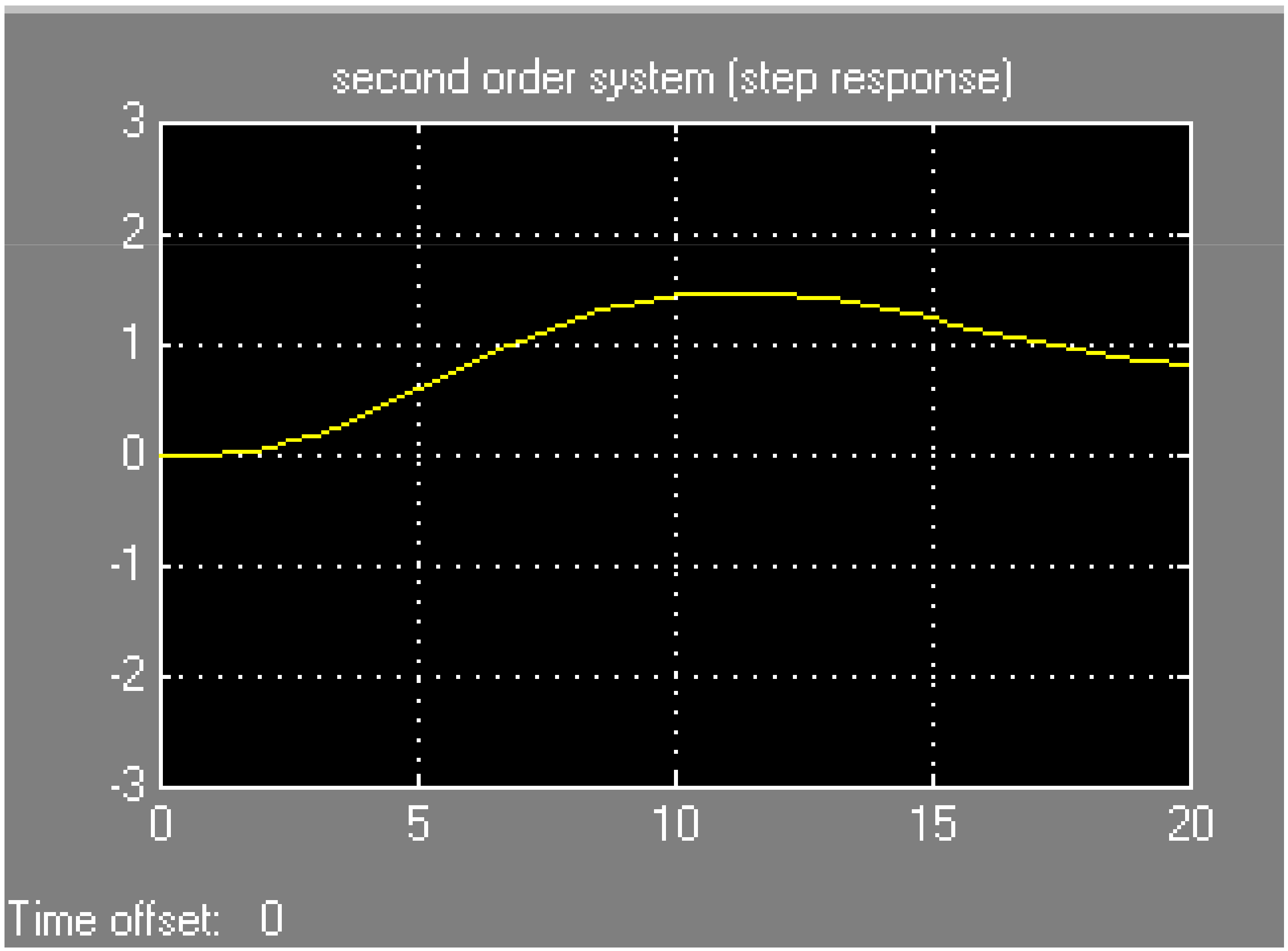

second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

Slide 130

A55 Admin; 2008/04/26

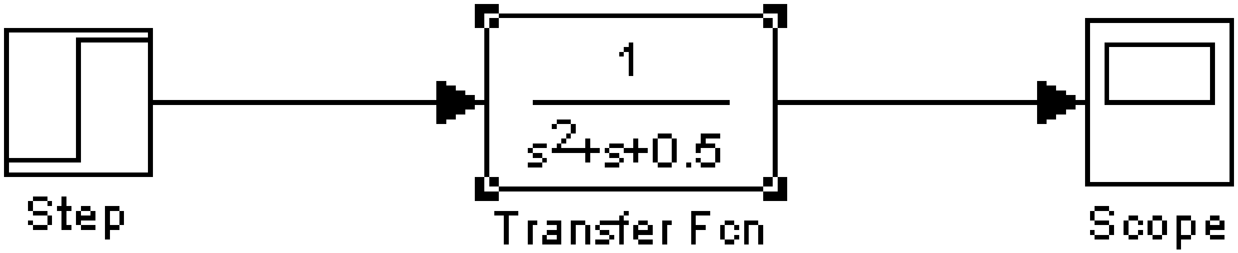
A56

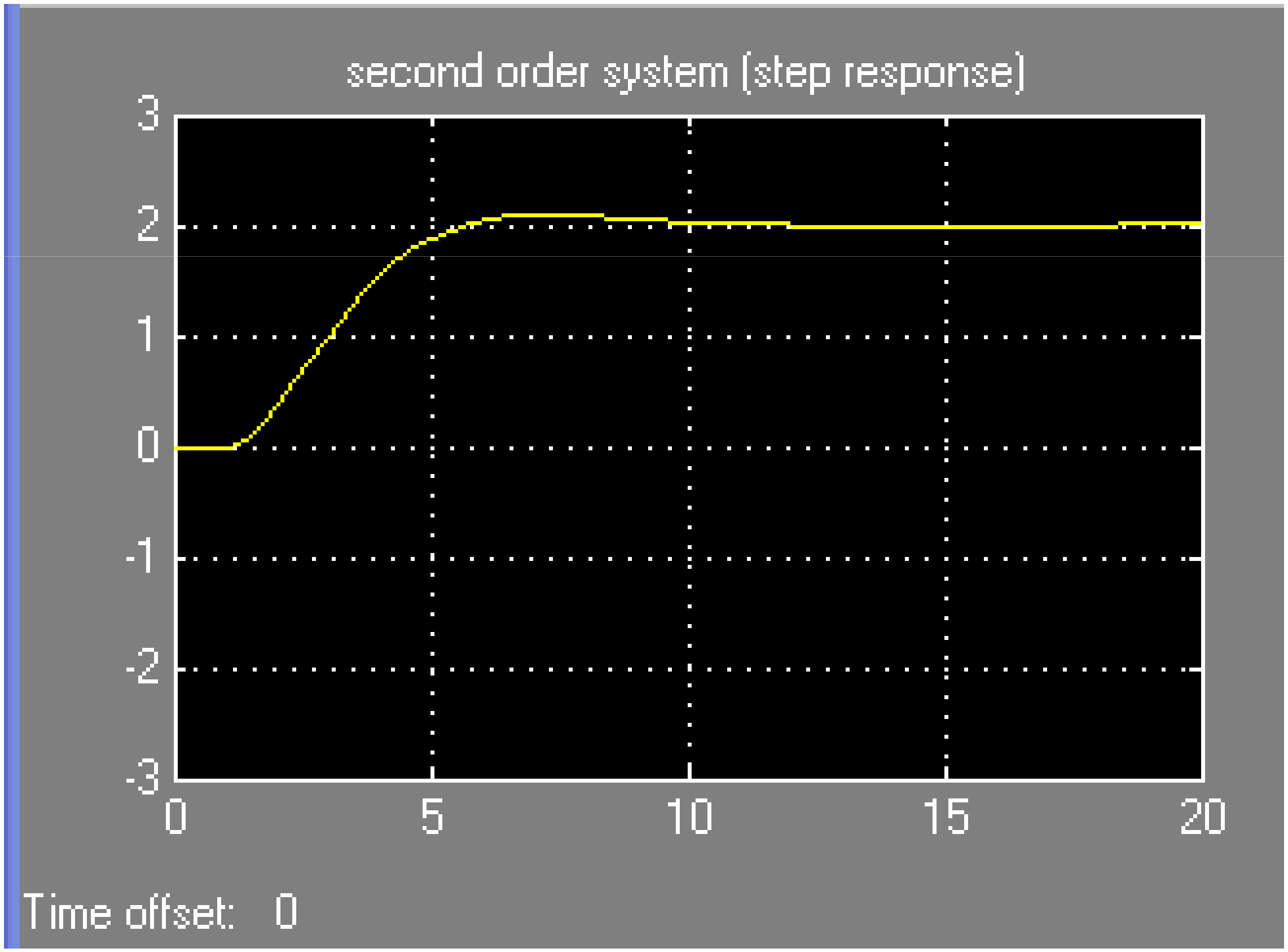

1
10s²+1.5s+1
Step
Transfer Fcn
Scope


second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

Slide 131

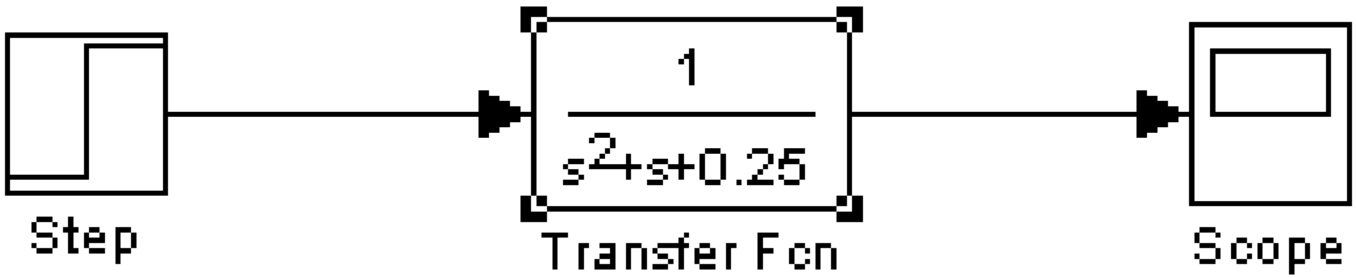
A56 Admin; 2008/04/26

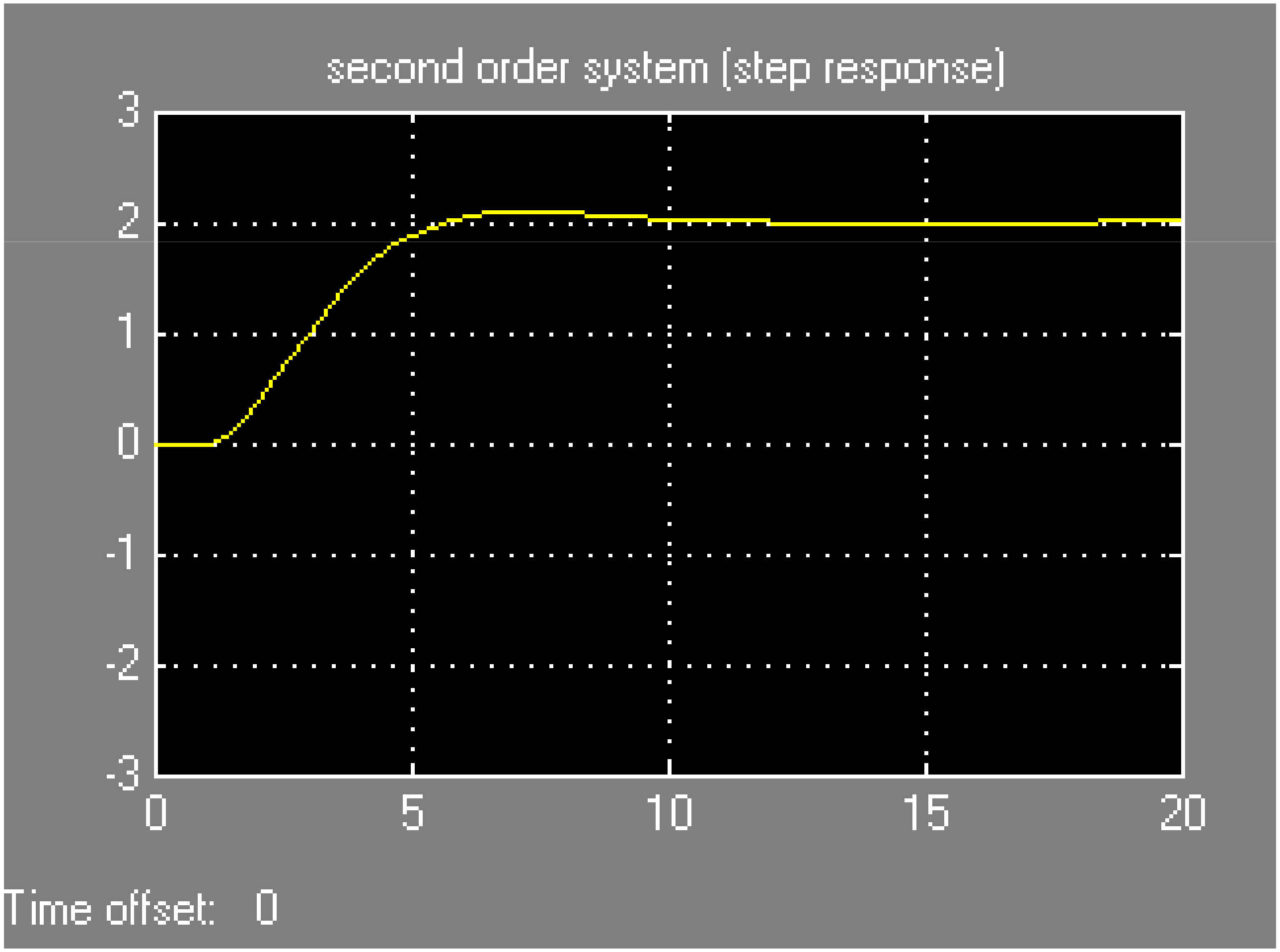

1
s2+s+0.5
Step
Transfer Fcn
Scope


second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

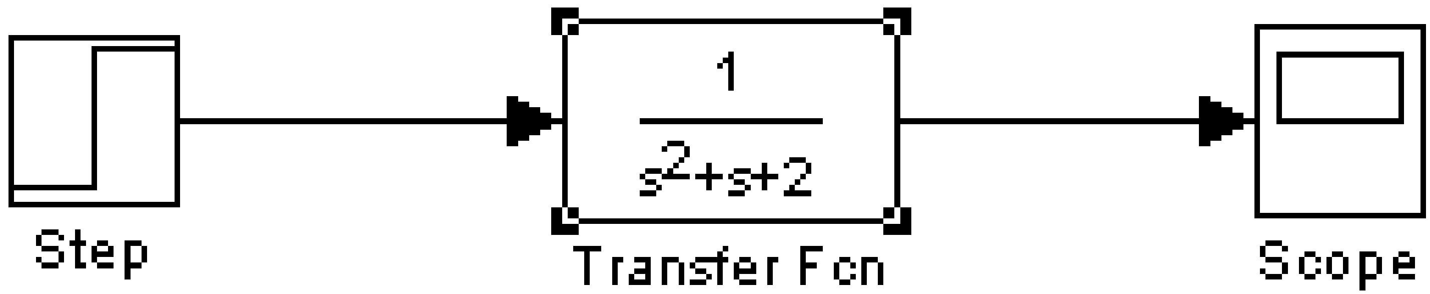
Slide 132

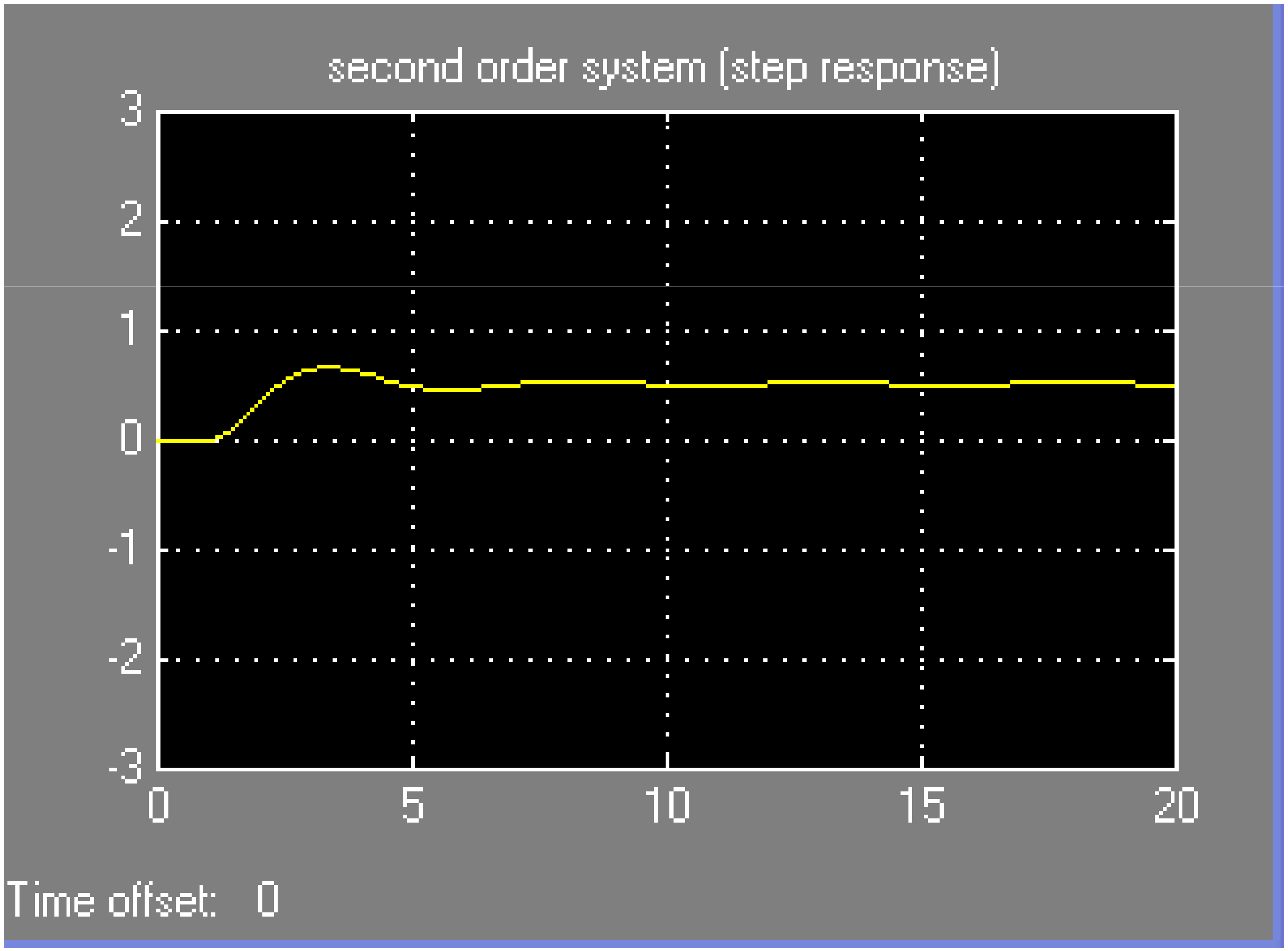
A57 Admin; 2008/04/26


Step
1
s2+s+0.25
Transfer Fcn
Scope


second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

A58 Admin; 2008/04/26

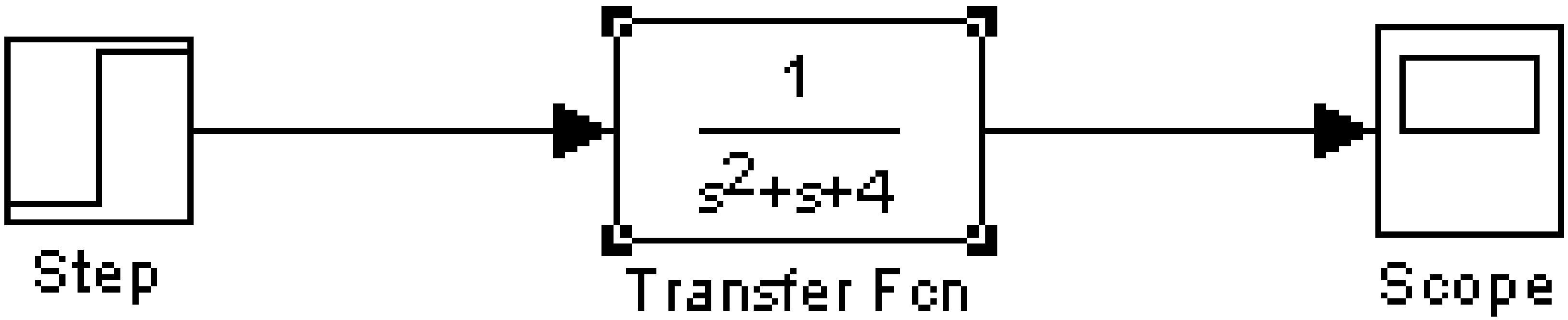

Step
1
s2+s+2
Transfer Fcn
Scope


second order system (step response)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
5
10
15
20
Time offset: 0

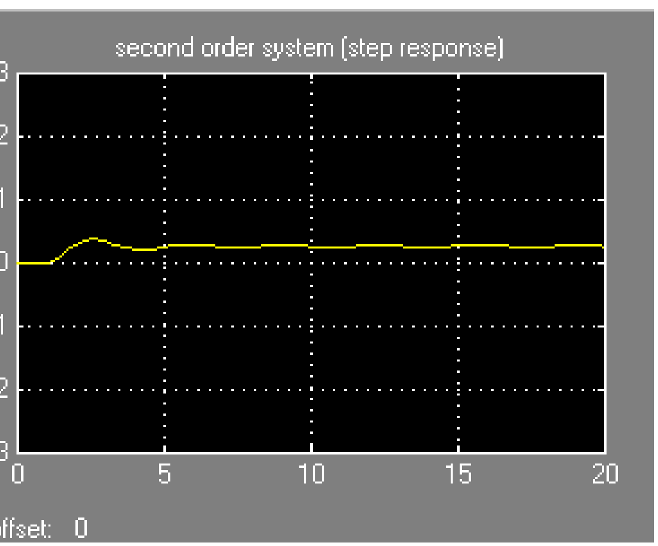
Slide 134

A59 Admin; 2008/04/26

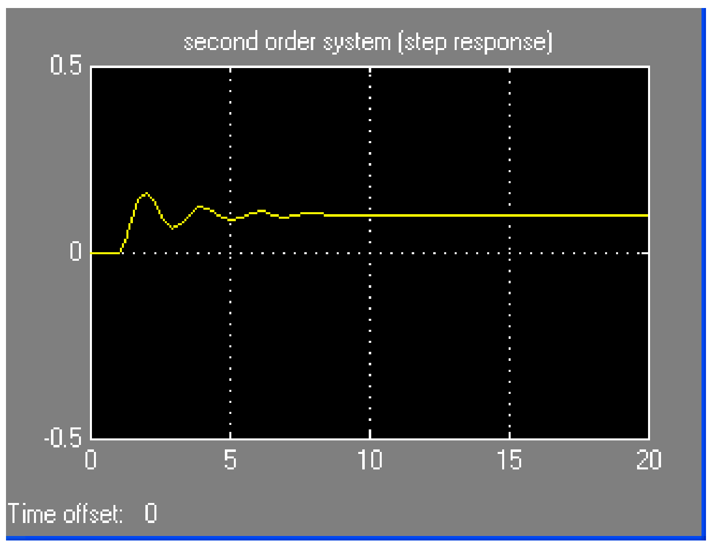
A60



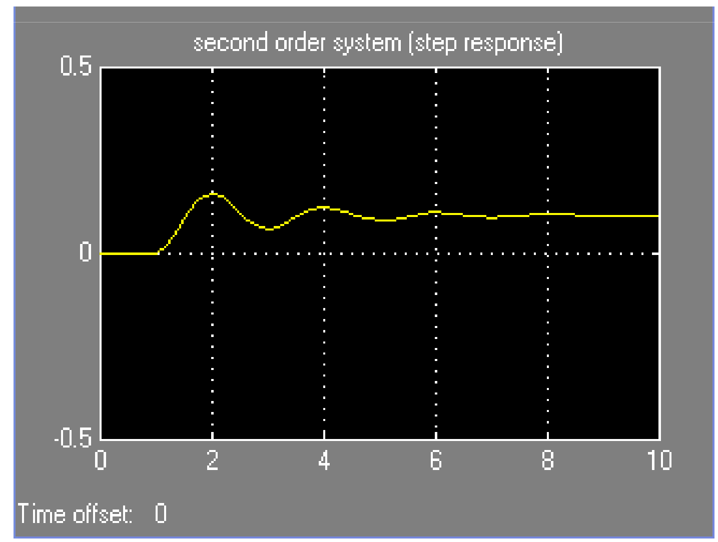
Step
1
s2+s+4
Transfer Fcn
Scope



second order system (step response)
0 5 10 15 20



second order system (step response)
0.5
0
-0.5
0 5 10 15 20
Time offset: 0



second order system (step response)
0.5
0
-0.5
0 2 4 6 8 10
Time offset: 0

Slide 135

A60 Admin; 2008/04/26

پایان

Slide 136

A126 Admin; 2008/04/26