



الکترونیک (۳)

فصل سوم (ادامه)

پاسخ فرکانسی، پایداری و جبران سازی

درس: دکتر رحمتی

<http://ee.iust.ac.ir/rahmati/>

rahmati@iust.ac.ir

آدرس Website برای تکالیف و...:

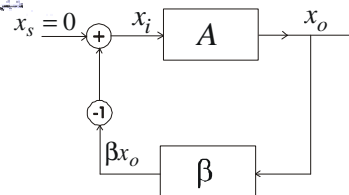
<http://ee.iust.ac.ir/rahmati/>

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



معيار پایداری نایکوئیست (Nyquist)



$$-bA x_o = x_o \Rightarrow -bA = 1$$

$$-bA(j\omega) = 1$$

در دستگاه کارتزین:

$$\begin{cases} \text{Im}[bA] = 0 \\ \text{Re}[bA] = -1 \end{cases} \rightarrow \text{حالت نوسانی}$$

$$\begin{cases} \text{Im}[bA] = 0 \\ \text{Re}[bA] < -1 \end{cases} \rightarrow \text{حالت ناپایدار}$$

$$\begin{cases} \text{Im}[bA] = 0 \\ \text{Re}[bA] > -1 \end{cases} \rightarrow \text{حالت پایدار}$$

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



در دستگاه قطبی:

$$\begin{cases} \angle bA = \pm 180^\circ \\ |bA| = 1 \end{cases} \rightarrow \text{حالت نوسانی}$$

$$\begin{cases} \angle bA = \pm 180^\circ \\ |bA| > 1 \end{cases} \rightarrow \text{حالت ناپایدار}$$

$$\begin{cases} \angle bA = \pm 180^\circ \\ |bA| < 1 \end{cases} \rightarrow \text{حالت پایدار}$$

در عمل زاویه -180° می شود نه $+180^\circ$ زیرا تعداد ریشه های
مخرج بیشتر از تعداد ریشه های صورت است.

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



تقویت کننده تک قطبی

$$T(s) = bA(s) = \frac{K}{s+a} = \frac{K/a}{(1+\frac{s}{s_a})} \quad ; \quad b_0 A_0 = \frac{K}{a} = T_0$$

$$T(jf) = bA(jf) = \frac{b_0 A_0}{1+j\frac{f}{f_H}} \quad ; \quad f_H = \frac{a}{2p}$$

$$f \rightarrow \infty \Rightarrow bA(jf) = 0 \angle -\frac{p}{2}$$

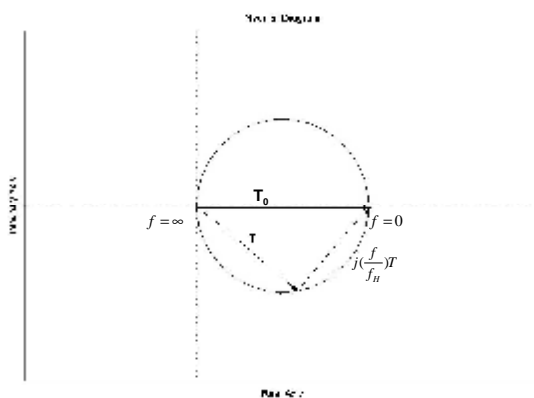
درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



$$T(jf) = bA(jf) = \frac{b_0 A_0}{1 + j \frac{f}{f_H}}$$

نمودار نایکویست



$$T + j\left(\frac{f}{f_H}\right)T = b_0 A_0$$

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



تقویت کننده دو قطبی

$$T(s) = bA(s) = \frac{K}{(s+a)(s+b)} \quad ; \quad b_0 A_0 = \frac{K}{ab} = T_0$$

$$T(jw) = \frac{K}{(ab - w^2) + jw(a+b)}$$

$$w = \sqrt{ab} \Rightarrow \begin{cases} \angle T = -90^\circ \\ |T| = \frac{K}{(a+b)\sqrt{ab}} = T_1 \end{cases}$$

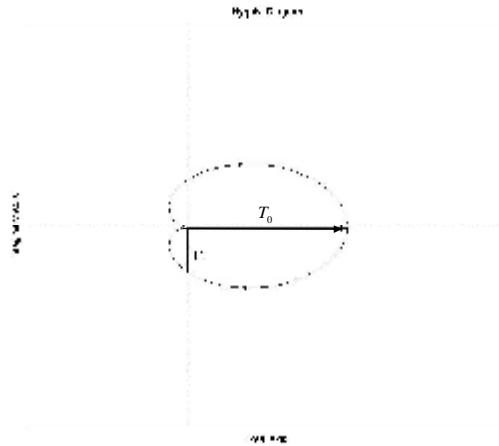
$$w \rightarrow \infty \Rightarrow \begin{cases} \angle T = -180^\circ \\ |T| = 0 \end{cases}$$

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



$$T(jw) = \frac{K}{(ab - w^2) + jw(a+b)}$$



درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



تقویت کننده سه قطبی

$$T(s) = bA(s) = \frac{K}{(s+a)(s+b)(s+c)}$$

$$T_0 = bA(0) = \frac{K}{abc} = b_0A_0$$

$$T(jw) = bA(jw) = \frac{K}{abc - w^2(a+b+c) + jw(ab+ac+bc-w^2)}$$

$$w = \sqrt{\frac{abc}{a+b+c}} \Rightarrow \begin{cases} |T| = \frac{K}{w[c(a+b)+(ab-w^2)]} = T_1 \\ \angle T = -90^\circ \end{cases}$$

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



$$w = \sqrt{ab + bc + ac} \Rightarrow \begin{cases} |T| = \frac{K}{(a+b)(ab+ac+bc+c^2)} = T_2 \\ \angle T = -180^\circ \end{cases}$$

$$W = \infty \Rightarrow \begin{cases} |T| = 0 \\ \angle T = -270^\circ \end{cases}$$

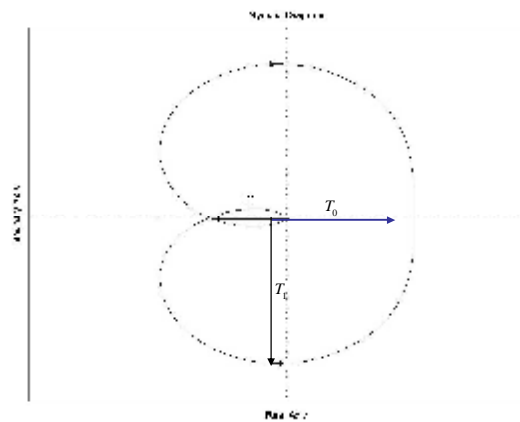
درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



تقویت کننده سه قطبی

$$T(s) = bA(s) = \frac{K}{(s+a)(s+b)(s+c)}$$



پایدار $\rightarrow |T_2| < 1$ if

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



تمرین:

چه مقدار فیدبک این تقویت کننده را نوسانی می کند؟
(فرکانس نوسان) و چه مقدار فیدبک این تقویت کننده را
ناپایدار می سازد؟

$$A(s) = \frac{-10(20-s)}{(1+s)(5+s)}$$

$$b = -b_0$$

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



حل:

استفاده از روش نایکویست

$$\begin{cases} \text{Im}[bA(jw)] = 0 \\ \text{Re}[bA(jw)] = -1 \end{cases} \quad \text{شرط نوسان یا شروع ناپایداری}$$

$$bA(jw) = \frac{10b_0(20-jw)}{(5-w^2)+6jw} \times \frac{(20+jw)}{(20+jw)} = \frac{10b_0(400+w^2)}{20(5-w^2)-6w^2+jw(125-w^2)}$$

$$\text{Im}[bA(jw)] = 0$$

شرط لازم و کافی برای اینکه قسمت موهومی کسر فوق صفر
گردد این است که y صفر باشد (قسمت موهومی مخرج صفر
باشد)

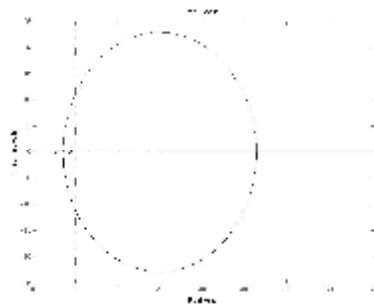
درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



$$\rightarrow \begin{cases} w^2 = 125 \rightarrow w = 11.18 \text{ Rad/s} \\ w = 0 \text{ not acceptable} \end{cases}$$

$$\text{Re}[bA(jw)] = -1 \Rightarrow \frac{10b_0(525)}{20(-120) - 6(125)} = -1 \Rightarrow b_0 = 0.6$$



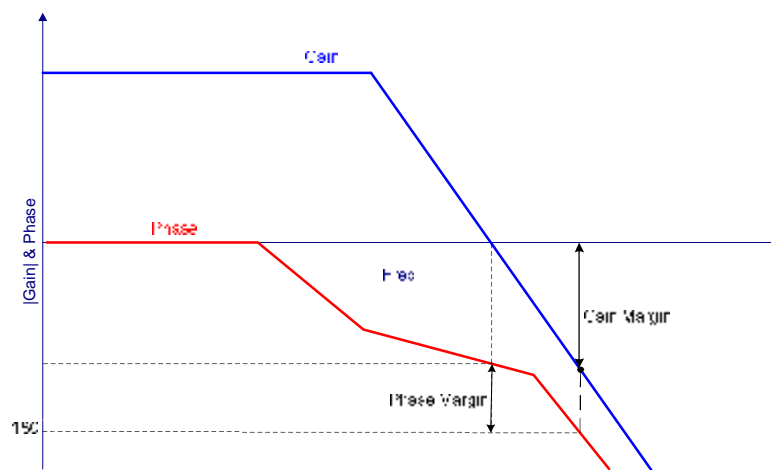
مکان هندسی ریشه ها نیز به صورت شکل مقابل خواهد بود

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



تعریف حاشیه بهره (Gain Margin) و حاشیه فاز (Phase Margin)



درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



دیاگرام Bode

مثال:
$$A_v = \frac{-10^3}{(1 + j \frac{f}{1^M})(1 + j \frac{f}{10^M})(1 + j \frac{f}{100^M})} = -A$$

به این تقویت کننده فیدبک مقاومتی ولتاژ سری اعمال می کنیم

$$b = -b_0 \Rightarrow bA_v = b_0A$$

$$\angle bA_v = \angle b_0A = \angle A$$

منحنی فاز آن ها یکسان است

$$|b_0A|_{dB} = |b_0|_{dB} + |A|_{dB}$$

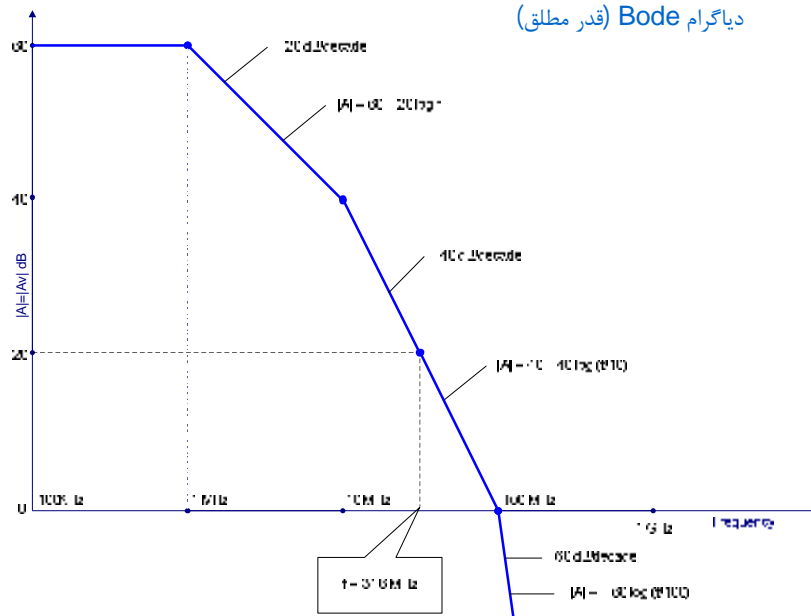
منحنی قدر مطلق آن ها فقط مقدار ثابتی با هم اختلاف دارد
بنابر یکسان هستند با مقداری جابجایی

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی

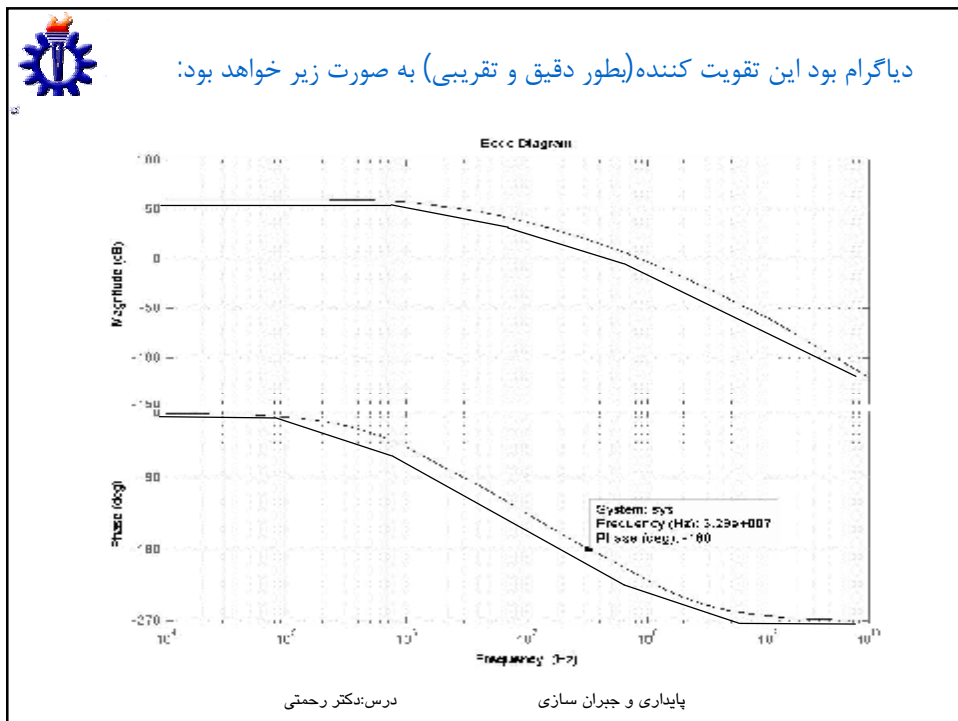
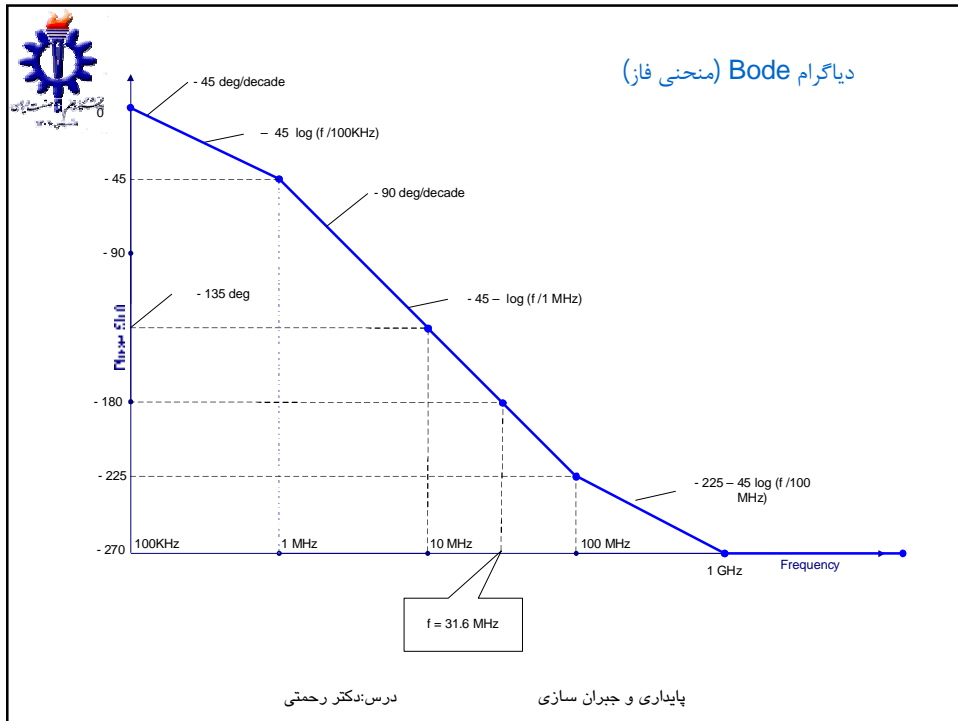


دیاگرام Bode (قدر مطلق)



درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی

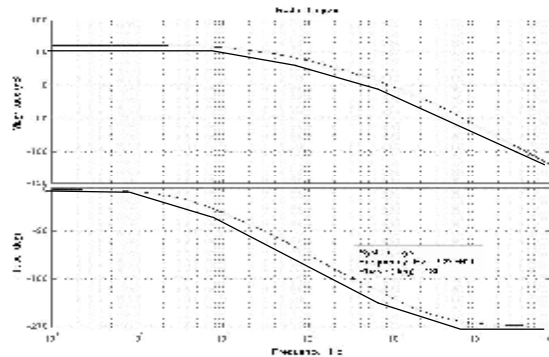




می‌خواهیم بررسی کنیم به ازای چه مقدار فیدبک تقویت‌کننده ناپایدار می‌شود:

از روی منحنی فاز فرکانسی را که فاز در آن فاز 180° شده است را پیدا می‌کنیم که در این مثال $f \approx 31.6 \text{ MHz}$ است.

مقدار دامنه را در این فرکانس بدست می‌آوریم: $|A|_{f=31.6 \text{ MHz}} \cong 20 \text{ dB} \Rightarrow |A|=10$



درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران‌سازی



$$\text{If } b_0 = \frac{1}{10} \Rightarrow b_0 A = 1 \rightarrow$$

تقویت‌کننده به نوسان در می‌آید

$$\text{If } b_0 < \frac{1}{10} \Rightarrow b_0 A < 1 \rightarrow$$

تقویت‌کننده پایدار است

$$\text{If } b_0 > \frac{1}{10} \Rightarrow b_0 A > 1 \rightarrow$$

تقویت‌کننده ناپایدار است

به ازای چه مقدار b_0 تقویت‌کننده دارای حاشیه فازی برابر 45° خواهد بود؟

$$\text{if } Ph.M. = 45^\circ \Rightarrow \angle b_0 A = -135^\circ \Rightarrow f = 10 \text{ MHz}$$

$$\Rightarrow |A| = 40 \text{ dB} \Rightarrow |A| = 100 \Rightarrow b_0 = \frac{1}{100}$$

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران‌سازی



جبران سازی (Compensation)

جبران سازی عبارتست از اصلاح منحنی‌های قدرمطلق و فاز bA بمنظور اینکه بتوانیم فیدبک دلخواه را بدون ایجاد ناپایداری به تقویت‌کننده اعمال کنیم. و دارای سه روش است:

1. اضافه کردن قطب غالب (Dominant Pole or Lag Compensation)
2. اضافه کردن صفر (Lead Compensation)
3. اضافه کردن صفر و قطب غالب (Pole-Zero or Lag-Lead Compen.)

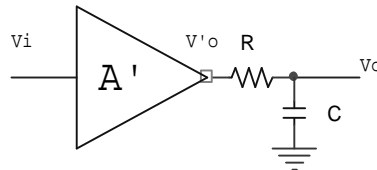
در ادامه به بررسی روش‌های فوق می‌پردازیم.

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



اضافه کردن قطب غالب



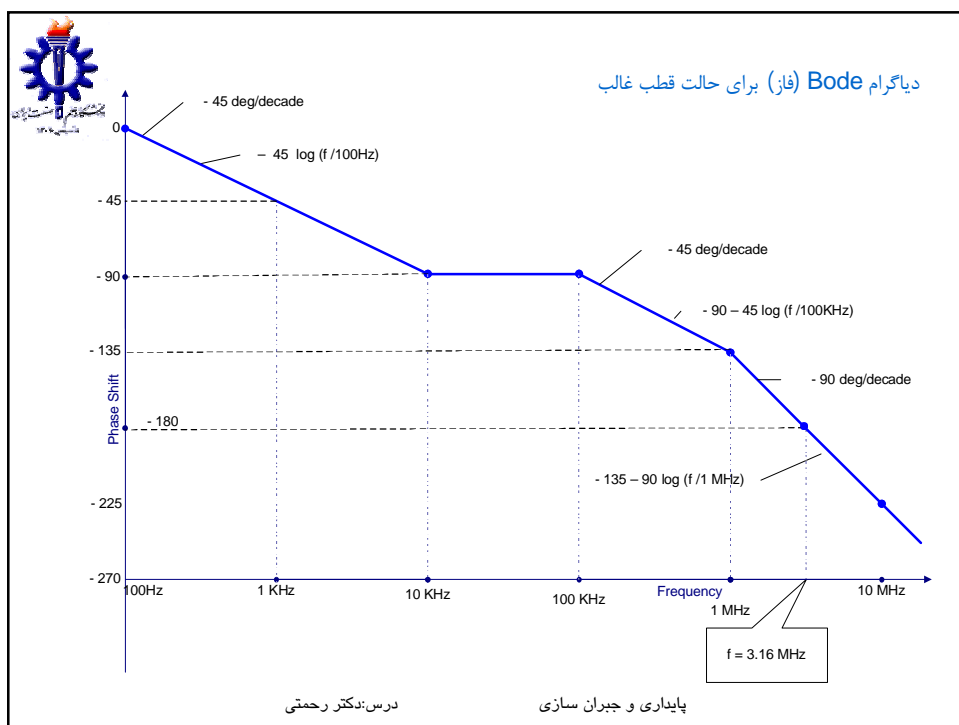
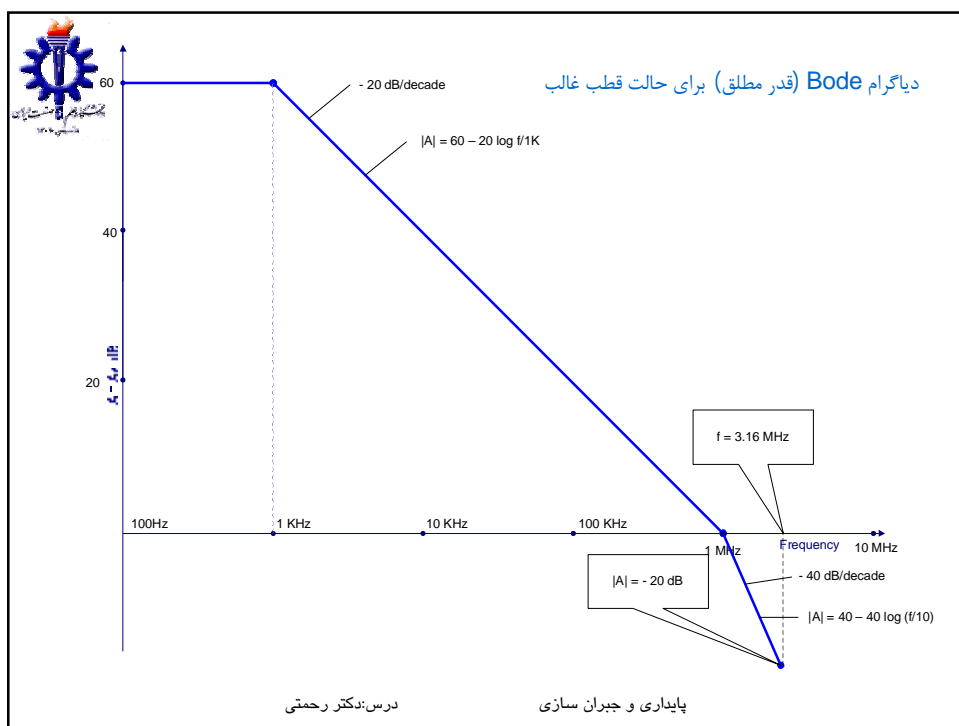
$$A = \frac{V_o}{V_i} = \frac{V'_o}{V_i} \times \frac{V_o}{V'_o} = A' \times \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_d}} \quad ; \quad f_d = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$A' = \frac{10^3}{(1 + j \frac{f}{1^M})(1 + j \frac{f}{10^M})(1 + j \frac{f}{100^M})}$$

$$\Rightarrow A = \frac{10^3}{(1 + j \frac{f}{1^K})(1 + j \frac{f}{1^M})(1 + j \frac{f}{10^M})(1 + j \frac{f}{100^M})}$$

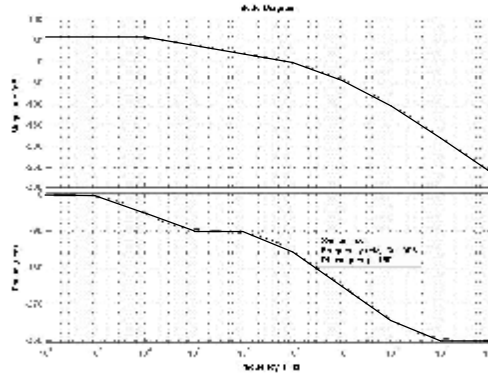
درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی





$$\angle A = -180^\circ \Rightarrow f \approx 31.6 \text{ MHz} \Rightarrow |A| = -20 \text{ dB} \Rightarrow |A| = \frac{1}{10}$$



تقویت کننده به نوسان در می آید $\rightarrow b_0 A = 1 \Rightarrow b_0 = 10$ if

$$\text{if } \text{Ph.M.} = 45^\circ \Rightarrow \angle b_0 A = -135^\circ \Rightarrow f = 1 \text{ MHz} \Rightarrow |A| = 1 \Rightarrow b_0 = 1$$

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



نتیجه 1: اگر $b_0 = 10$ باشد تقویت کننده ناپایدار خواهد شد.

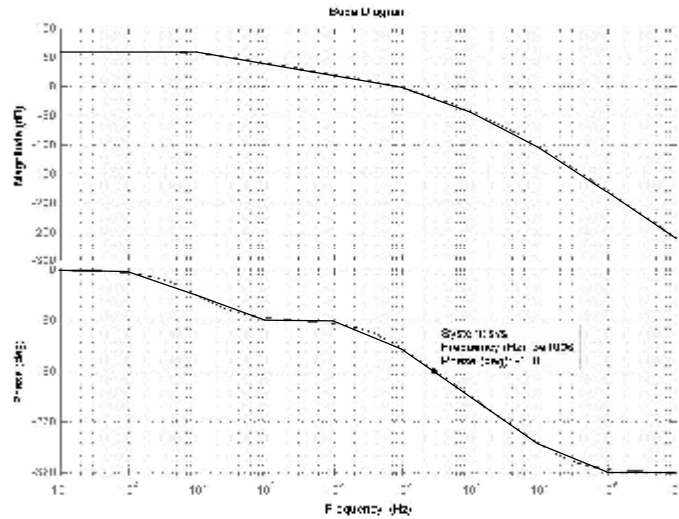
نتیجه 2: اگر $b_0 = 0.1$ باشد تقویت کننده دارای 45 درجه Phase-Margin خواهد بود.

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



نمودار بود تقویت کننده جبران شده (بطور دقیق و تقریبی) بصورت زیر خواهد بود

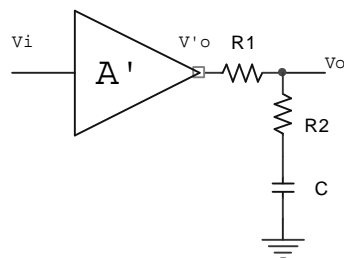


درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



اضافه کردن صفر و قطب



$$\frac{V_o}{V'_o} = \frac{(1 + j\frac{f}{f_z})}{(1 + j\frac{f}{f_p})}$$

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_2 C} \quad , \quad f_p = \frac{1}{2\pi (R_1 + R_2) C}$$

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



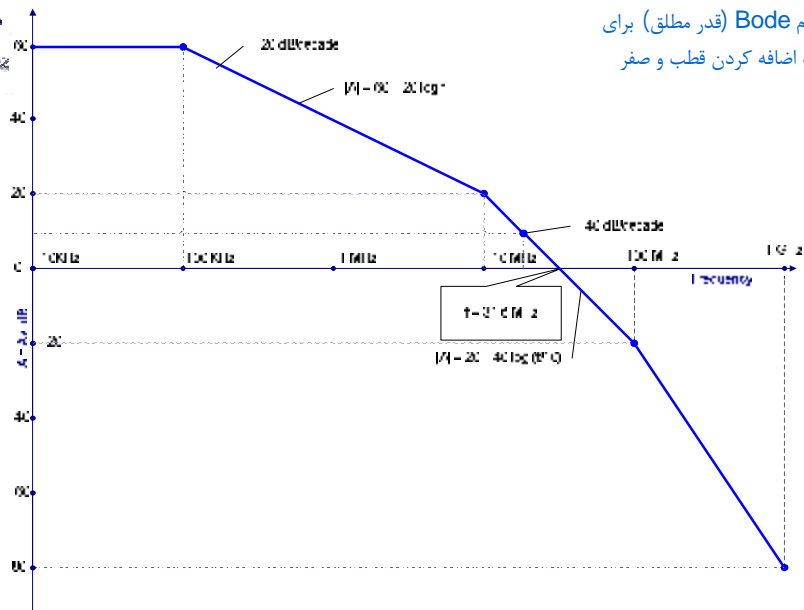
در این مثال مقادیر را طوری انتخاب می کنیم که $f_z = 1MHz$ و $f_p = 100 KHz$ و $A' = 10^3$ را مانند مثال قبل در نظر می گیریم:

$$A = A' \times \frac{V_o}{V_i} = \frac{10^3}{(1 + j \frac{f}{0.1M})(1 + j \frac{f}{10^5})(1 + j \frac{f}{100^5})}$$

نمودار بود تقویت کننده جبران شده (بطور دقیق و تقریبی) مطابق شکل خواهد بود:

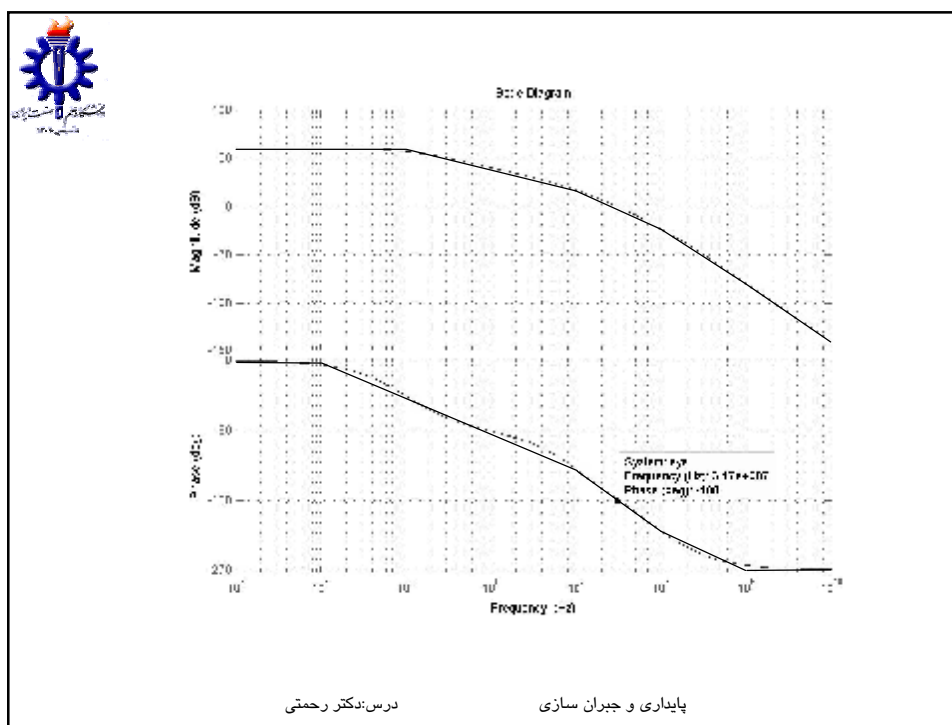
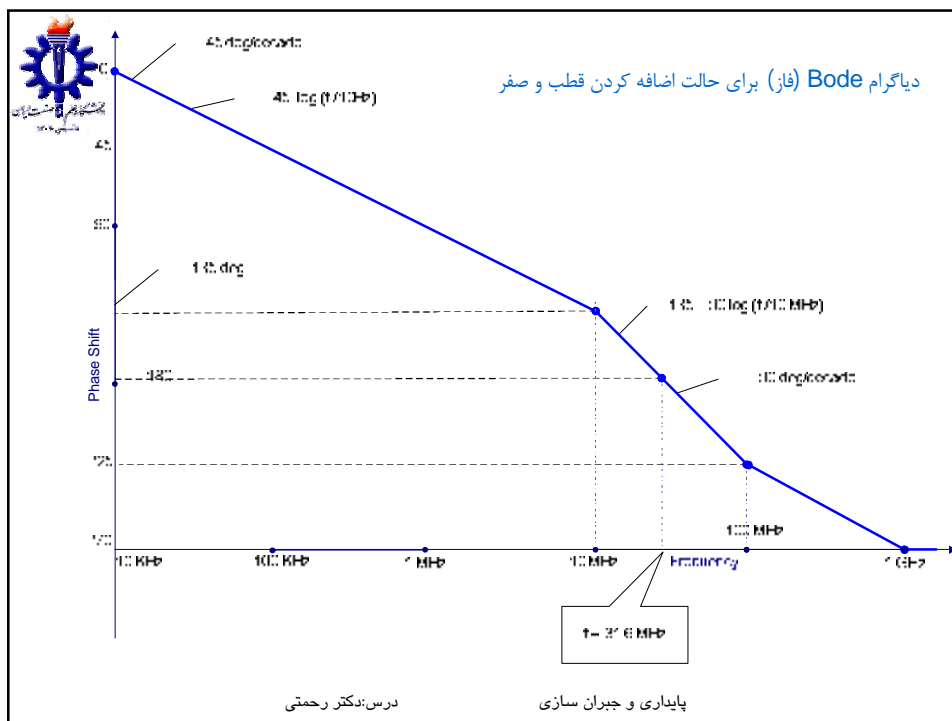
درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



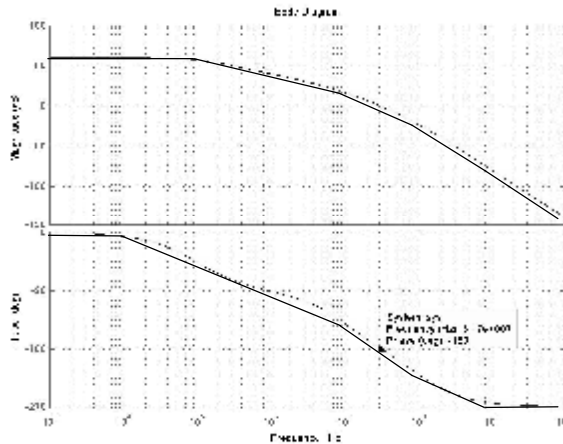
درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی





$$\angle A = -180^\circ \Rightarrow f \approx 31.6 \text{ MHz} \Rightarrow |A| = 1$$



درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



تقویت کننده به نوسان در می آید $\rightarrow b_0 A = 1 \Rightarrow b_0 = 1$

$$\text{if } \text{Ph.M.} = 45^\circ \Rightarrow \angle b_0 A = -135^\circ \Rightarrow f = 10 \text{ MHz}$$

$$\Rightarrow |A| = 20 \text{ dB} \Rightarrow |A| = 10 \Rightarrow b_0 = \frac{1}{10}$$

باید توجه داشت که بدست آوردن این پایداری (با جبران سازی) به قیمت از دست دادن پهنای باند تقویت کننده تمام شده است.

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



تمرین:

تابع تبدیل تقویت کننده ای به صورت زیر است. منحنی های قدر مطلق و فاز بهره آن را رسم کنید. حد اقل فیدبک ولتاژ-سری مقاومتی که تقویت کننده را ناپایدار می کند بدست آورید. مقدار فیدبک مقاومتی که تقویت کننده به ازای آن دارای ۴۵ درجه حاشیه فاز است را محاسبه کنید.

$$A_v = \frac{2512}{(1 + \frac{jf}{1M})(1 + \frac{jf}{4M})(1 + \frac{jf}{40M})}$$

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



پاسخ: منحنی های قدر مطلق و فاز بهره

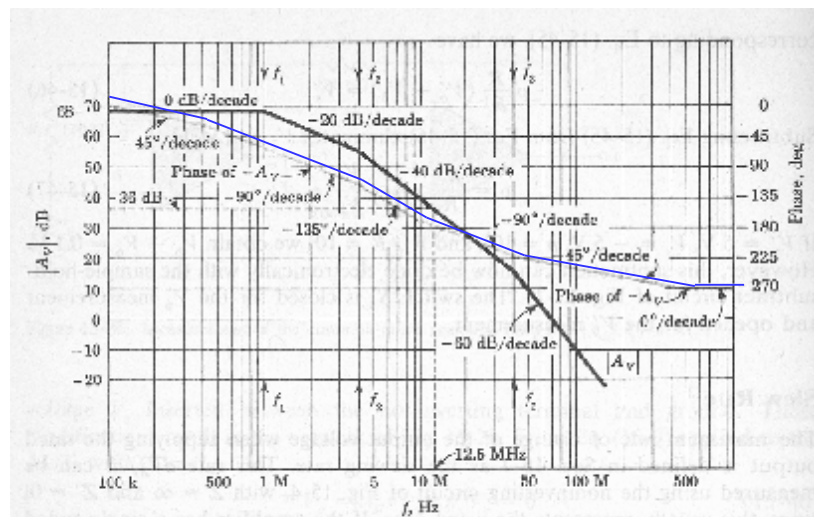


Figure 15-29. Open-loop gain and phase-shift characteristics of the $\mu A702A$.



$$\angle A_v = -180^\circ \Rightarrow f = 12.5 \text{ MHz} \Rightarrow |A_v| = 36 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow |A_v| = 63$$

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی



پایان

درس: دکتر رحمتی

پایداری و جبران سازی