به نام خدا

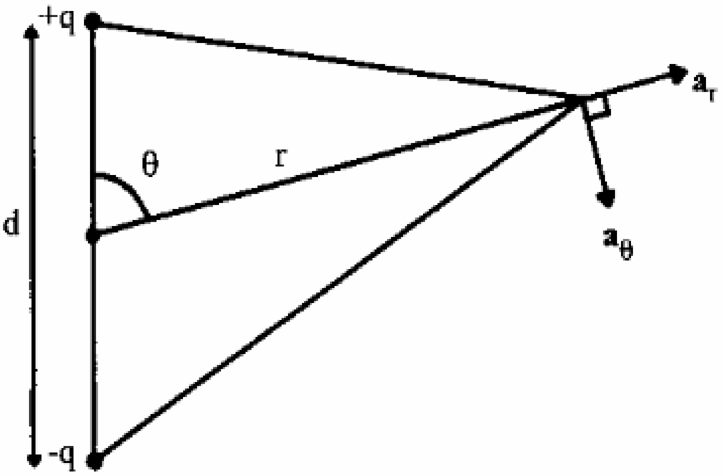
درس الکترومغناطیس

www.IranMadar.tk

دو قطبی الکتریکی

دو قطبی الکتریکی مجموعه‌ای است شامل دو بار الکتریکی $+q$ و $-q$ که در فاصلهٔ d از هم قرار گرفته‌اند. (فرض می‌شود که فاصلهٔ d در مقابل فاصله‌ای که می‌خواهیم شدت میدان را در آن نقطه محاسبه کنیم بسیار کوچکتر است) در اینصورت میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از مرکز دو قطبی بصورت زیر خواهد بود.

$$\mathbf{E} = \frac{qd}{4\pi\varepsilon r^3}(2\cos\theta\,\mathbf{a}_r + \sin\theta\,\mathbf{a}_\theta)$$



چنانکه ملاحظه می‌شود شدت میدان الکتریکی با فاصله بصورت $\frac{1}{r^3}$ رابطه دارد (در مقایسه با یک بار نقطه‌ای که بصورت $\frac{1}{r^2}$ بود)

اگر از روابط گفته شده در قسمت قبل استفاده نماییم معادلهٔ خطوط میدان الکتریکی یک دو قطبی

بصورت $r = K\sin^2\theta$ بدست خواهد آمد.

چگالی شار الکتریکی

چگالی شار الکتریکی کمیتی است برداری که برخلاف بردار شدت میدان الکتریکی به خصوصیات محیط بستگی ندارد و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\,\mathbf{E}$$

طبق قانون گوس اگر یک سطح بسته را در نظر بگیریم، انتگرال چگالی شار الکتریکی روی آن سطح برابر است با مقدار بار داخل آن سطح یعنی داریم:

$$\oint \mathbf{D}\,.\,\mathbf{ds} = Q$$

بلافاصله می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\nabla\,.\,\mathbf{D} = \rho$$

با استفاده از قانون گوس به سادگی می‌توان برای مسائلی که دارای تقارن می‌باشند چگالی شار الکتریکی را محاسبه کرد. در این مسائل راحت‌تر است که از این راه شدت میدان الکتریکی را بدست آورد. مثلاً برای یک بار نقطه‌ای q، در فاصلهٔ r از آن چگالی شار الکتریکی بصورت $\mathbf{D} = \frac{q}{4\pi r^2}\mathbf{a}_r$ خواهد بود.

پتانسیل الکتریکی

برای جابجا کردن واحد بار در داخل یک میدان از یک نقطه به نقطهٔ دیگر کاری باید انجام گیرد که مقدار آن برابر اختلاف پتانسیل بین آن دو نقطه تعریف شده است.

$$V(B) - V(A) = -\int_{A}^{B} \mathbf{E}.dl$$

پس برای انتقال بار Q از نقطهٔ A به نقطهٔ B، در داخل میدان الکتریکی E باید کار انجام دهیم و مقدار آن برابر است با:

$$W = QV_{BA} = Q[V(B) - V(A)]$$

غالباً یک نقطه در بینهایت دور را بعنوان پتانسیل مرجع انتخاب می‌کنند و به آن پتانسیل صفر نسبت می‌دهند. و پتانسیل هر نقطهٔ دیگر نسبت به این نقطه سنجیده می‌شود:

$$V(A) = -\int_{\infty}^{A} \mathbf{E}.\mathbf{dl}$$

با توجه به مقدار شدت میدان در اطراف یک بار نقطه‌ای با محاسبهٔ انتگرال بالا نتیجه می‌گیریم که پتانسیل ناشی از یک بار نقطه‌ای در فاصلهٔ r از آن بصورت

$$V(A) = \frac{q}{۴\pi\varepsilon r}$$

خواهد بود. این نتیجه را طبق اصل برهم نهی می‌توان برای مجموعهٔ چند بار گسسته تعمیم داد:

$$V(A) = \sum_{i=۱}^{n} \frac{q_i}{۴\pi\varepsilon r_i}$$

در مواردی که توزیع پیوسته‌ای از بار داشته باشیم مجموع فوق به انتگرال تبدیل می‌شود و خواهیم داشت:

$$V = \int \frac{dq}{۴\pi\varepsilon\, r}$$

عنصر بار dq بسته به اینکه توزیع بار، حجمی، سطحی یا خطی باشد بصورت ρdv، $\rho_s\, ds$ یا $\rho_l\, dl$ تغییر می‌یابد و انتگرال روی حجم، سطح یا خط مورد نظر اعمال می‌شود.

رابطهٔ بین پتانسیل و شدت میدان الکتریکی بصورت

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

خواهد بود. در خیلی از موارد برای بدست آوردن شدت میدان می‌توان ابتدا پتانسیل را بدست آورد و با اعمال عملگر گرادیان، شدت میدان الکتریکی را محاسبه نمود. از رابطهٔ بالا بلافاصله می‌توان نتیجه گرفت که

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

و بنابر قضیهٔ استوکس نتیجه می‌گیریم:

$$\oint_s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

به نوعی بیان کنندهٔ قانون ولتاژ کیرشهف (KVL) می‌باشد.

انرژی الکتریکی

هنگامی که مجموعه‌ای از N بار نقطه‌ای در فضا داشته باشیم در این مجموعه انرژی ذخیره می‌شود، به عبارتی دیگر می‌توان گفت برای تشکیل چنین سیستمی باید انرژی صرف نمود که مقدار این انرژی از رابطهٔ

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} q_i V_i$$

بدست می‌آید که در این رابطه برای هر بار q_i مقدار پتانسیل ناشی از سایر بارها در آن نقطه، یعنی V_i را بدست می‌آوریم (خاطر نشان می‌شود که این انرژی می‌تواند مثبت یا منفی باشد).

در مواردی که توزیع پیوستهٔ باری با چگالی ρ داریم مقدار انرژی پتانسیل ذخیره شده در این مجموعه را می‌توان از رابطهٔ

$$W = \frac{1}{2} \int_{v'} \rho V dv$$

بدست آورد. V در رابطهٔ فوق نشانگر پتانسیل می‌باشد و dv عنصر حجم میباشد و انتگرال روی حجم V' که در آن ناحیه بار وجود داد گرفته می‌شود.

کمیت دیگری که می‌توان تعریف نمود چگالی انرژی الکتریکی w می‌باشد و می‌توان مقدار آن را از روابط زیر بدست آورد:

$$w = \frac{1}{2}\mathbf{D}\cdot\mathbf{E}$$

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon\,|\mathbf{E}|^{2}$$

$$w = \frac{1}{2}\,\frac{|\mathbf{D}|^{2}}{4}$$

با انتگرالگیری از w روی حجم مورد نظر می‌توان مقدار کل انرژی را محاسبه نمود یعنی:

$$W = \int_{V'} w\,dv$$

از کمیت چگالی انرژی الکتریکی می‌توان برای محاسبهٔ نیروی وارد بر سطح در فصل مشترک دو محیط متفاوت استفاده نمود. بدین ترتیب نیروی وارد بر واحد سطح فصل مشترک دو محیط برابر اختلاف چگالی انرژی در دو محیط می‌باشد. و برای حاسبهٔ کل نیرو باید از این مقدار روی سطح مورد نظر انتگرال گرفت. پس

نیروی وارد بر واحد سطح $= W_1 - W_2$

به نام خدا

درس الکترومغناطیس

شدت میدان مغناطیسی

شدت میدان مغناطیسی $\mathbf{H}$ مطابق تعریف بصورت زیر می‌باشد:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$$

در عمل برای محاسبهٔ $\mathbf{H}$ زیر استفاده می‌کنیم.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

که در این معادلهٔ $\mathbf{J}$ چگالی حجمی جریان آزاد می‌باشد. با استفاده از رابطهٔ بالا و گرفتن انتگرال می‌توان شکل دیگری از قانون مداری آمپر بصورت زیر بدست آورد:

$$\oint_c \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I$$

در محیطهای خطی و همگن خواهیم داشت:

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

کمیتی دیگر به نام نفوذپذیری نسبی محیط (μ_r) بصورت

$$\mu_r = 1 + \chi_m = \frac{\mu}{\mu_0}$$

تعریف می‌کنیم. μ را نیز نفوذپذیری محیط می‌نامیم. در نتیجه خواهیم داشت.

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

نیرومحرکه مغناطیسی و رلوکتانس

معادل با نیروی محرکه الکتریکی، کمیتی به نام نیرو محرکهٔ مغناطیسی (mmf) بصورت

$$V_m = \oint_c \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = NI$$

تعریف می‌کنیم. که در بررسی مدارات مغناطیسی همان نقش نیرومحرکهٔ الکتریکی در مدارات الکتریکی را داراست.

کمیتی دیگر به نام مقاومت مغناطیسی یا رلوکتانس R، معادل با مقاومت الکتریکی R بصورت زیر تعریف می‌نماییم.

$$R = \frac{L}{\mu s}$$

که در این رابطه L طول ماده، S سطح مقطع آن و μ نفوذپذیری آن جسم می‌باشد. در اینصورت معادل با قانون ولتاژ و جریان کیرشهف در اینجا نیز خواهیم داشت.

$$\sum_i N_i I_i = \sum_j R_j \phi_j$$

$$\sum_i \phi_i = ۰$$

۵ـ۸ـ شرایط مرزی میدانهای مغناطیسی

در مرز مشترک دو محیط متفاوت خواهیم داشت:

$$B_{۱n} = B_{۲n}$$

$$\mathbf{a}_{n۲} \times (\mathbf{H}_۱ - \mathbf{H}_۲) = \mathbf{J}_s$$

معادلهٔ اولی بیان می‌کند که در فصل مشترک دو محیط مؤلفهٔ عمودی $\mathbf{B}$ ثابت می‌ماند و معادلهٔ دوم بیان می‌کند که مؤلفهٔ مماسی $\mathbf{H}$ در مرز مشترک محیط (اگر شامل جریان سطحی داشته باشد ولی با فرض اینکه فصل مشترک یک هادی ایده‌آل باشد می‌توان یک جریان سطحی را برای آن در نظر گرفت.

اندوکتانس

اگر دو حلقه را در نظر بگیریم به فرض اینکه از یکی از آنها جریان $I_۱$ بگذرد بخاطر تولید میدان مغناطیسی در اطراف آن از حلقهٔ دیگر شاری عبور خواهد کرد که مقدار آن را مطابق زیر می‌توان بدست آورد

$$\phi_{۱۲} = \int_{s۲} \mathbf{B}_۱ \cdot \mathbf{ds}_۲$$

مطابق قانون بیوساوار $\mathbf{B}_۱$ با $I_۱$ متناسب است، در نتیجه $\Phi_{۱۲}$ نیز با $I_۱$ متناسب خواهد بود.

اندوکتانس یا ضریب القای متقابل این دو حلقه را بصورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$L_{12} = M = \frac{\phi_{12}}{I_1}$$

و اگر حلقهٔ دوم دارای N_2 دور باشد، معادلهٔ فوق بصورت زیر تعمیم می‌یابد.

$$L_{12} = M = N_2 \frac{\phi_{12}}{I_1}$$

اندوکتانس یا ضریب القای خودی حلقهٔ اول را نیز بصورت زیر تعریف می‌کند.

$$L_1 = N_1 \frac{\phi_{11}}{I_1}$$

که Φ_{11} مقدار شار عبوری از حلقهٔ اول بعلت عبور جریان I_1 در همان حلقه می‌باشد.

در مسائل برای محاسبهٔ اندوکتانس خودی، با فرض جریان I با استفاده از قانون مداری آمپر یا قانون بیوساوار، $\mathbf{B}$ را پیدا می‌کنیم و از روی آن شار را محاسبه می‌کنیم و با تقسیم آن به I مقدار اندوکتانس خودی آن مدار را بدست می‌آوریم. (حتماً تعداد دور را دخالت می‌دهیم)

در بسیاری از موارد راحت‌تر است که از راه انرژی مغناطیسی که در بخش بعدی توضیح داده خواهد شد اندوکتانس را بدست بیاوریم.

انرژی مغناطیسی

انرژی مغناطیسی موجود در یک سیستم را می‌توان توسط روابط زیر بدست آورد:

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} \, dv$$

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \frac{B^2}{\mu} dv$$

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \mu \mathbf{H}^2 dv$$

پس از محاسبهٔ انرژی مغناطیسی، در صورتی که به دنبال محاسبهٔ اندوکتانس خودی باشیم

می‌توانیم با استفاده از رابطهٔ

$$L=\frac{2W_m}{I^2}$$

این کار را به سهولت انجام دهیم.

در یک سیستم شامل N حلقهٔ جریان شامل جریانهای I_1 و I_2 و ... و I_n انرژی ذخیره شده مغناطیسی سیستم را با استفاده از رابطهٔ

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} L_{ij} \; I_i \; I_j$$

بدست می آوریم. که L_{ij} در صورتی که $i \neq j$ باشد برابر اندوکتانس متقابل دو حلقهٔ i و j می‌باشد و در صورتی که $i=j$ باشد برابر اندوکتانس خودی حلقهٔ i ام است.

کمیت دیگری که تعریف می‌کنیم، چگالی انرژی مغناطیسی است.

$$W_m = \frac{1}{2}\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}$$

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu}$$

$$W_m = \frac{1}{2} \mu \mathbf{H}^2$$

برای محاسبهٔ نیروی وارد بر سطح در فصل مشترک دو محیط می‌توان از تفاضل چگالی انرژی مغناطیسی دو محیط استفاده نمود. (مشابه چگالی انرژی الکتریکی)

نیروی مغناطیسی

بر یک مدار که حامل جریان I باشد و در میدان مغناطیسی $\mathbf{B}$ قرار گیرد نیرویی وارد می‌شود که بصورت زیر خواهد بود:

$$F_m = I \int d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

بعنوان مثال به سیم حامل جریان I به طول L که در میدان ثابت $\mathbf{B}$ قرار گرفته باشد (بردار یکه در جهت جریان سیم را برابر $\mathbf{a}_l$ در نظر می‌گیریم) نیرویی برابر

$$\mathbf{F} = IL \, \mathbf{a}_l \times \mathbf{B}$$

وارد می‌شود.

اگر میدان ثابت $\mathbf{B}$ را داشته باشیم چون در مورد یک حلقهٔ بسته $\oint dl = 0$ خواهد بود پس بر آن نیرویی وارد نمی‌شود. (توجه کنید که عدم وارد شدن نیرو به معنی نداشتن گشتاور نمی‌باشد) گشتاور کل موثر وارد بر یک حلقهٔ جریان را بصورت زیر می‌توان محاسبه نمود.

$$\mathbf{T} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

$\mathbf{M}$ بردار گشتاور دوقطبی مغناطیسی تعریف شده در بخش (۳ـ۵) می‌باشد.

به نام خدا

درس الکترومغناطیس

چگالی شار مغناطیسی

هنگامی که یک بار q با سرعت $\mathbf{u}$ در میدان مغناطیسی با چگالی شار مغناطیسی $\mathbf{B}$ قرار گیرد به آن نیروی مغناطیسی برابر

$$\mathbf{F} = q\mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

وارد می‌شود. سپس بطور کلی به یک بار در یک میدان الکترومغناطیسی یک نیروی الکتریکی و یک نیروی مغناطیسی وارد می‌شود که مجموع آنها توسط معادلهٔ نیروی لورنتس بیان می‌شود:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$$

بردار چگالی شار مغناطیسی مانند هر بردار دیگر توسط دیورژانس وکرل آن کاملاً تعریف می‌شود.
خواهیم داشت:

$$\nabla . \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 J$$

و به شکل انتگرالی معادل با دو اصل بالا، خواهیم داشت:

$$\oint_s \mathbf{B} . d\mathbf{s} = 0 \qquad (*)$$

$$\oint_c \mathbf{B} . d\mathbf{l} = \mu_0 I \qquad (**)$$

معادلهٔ (*) بیانگر عدم وجود بارهای مغناطیسی مجزاست و معادلهٔ (**) بیانگر قانون مداری آمپر است. معادلهٔ (**) را می‌توان برای محاسبهٔ چگالی شار مغناطیسی، از طریق پیدا کردن مسیری که در طول آن مقدار چگالی شار مغناطیسی ثابت باشد بکار برد.

پتانسیل مغناطیسی برداری

بردار پتانسیل مغناطیسی $\mathbf{A}$ را بصورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\nabla . \mathbf{A} = 0$$

بر طبق دو رابطهٔ بالا خواهیم داشت:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$$

برای محاسبهٔ پتانسیل مغناطیسی برداری از روی چگالی جریان حجمی خواهیم داشت:

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}\, dv}{R}$$

و در صورت داشتن جریان سطحی یا خطی می‌توان از روابط زیر استفاده نمود:

$$\mathbf{J}\, dv = I\, d\mathbf{l} = \mathbf{J}_s\, ds$$

قانون بیوساوار

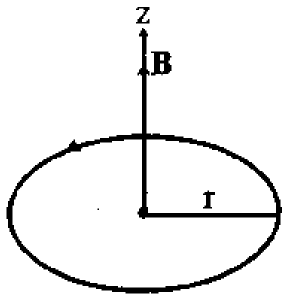
طبق قانون بیوساوار برای محاسبهٔ چگالی شار مغناطیسی از روی چگالی جریان خواهیم داشت:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{a}_R}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{a}_R}{R^2}\, dv = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}_s \times \mathbf{a}_R}{R^2}\, ds$$

$\mathbf{a}_R$ بردار یکه‌ای است در جهت حرکت از منبع به طرف نقطه‌ای که در آن چگالی شار را می‌خواهیم محاسبه کنیم.

در مورد یک حلقهٔ حامل جریان I با شعاع r چگالی شار مغناطیسی را در فاصلهٔ Z از مرکز حلقه و در امتداد محور آن از قانون فوق می‌توان بصورت زیر بدست آورد:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_\circ I r^۲}{۲(r^۲ + Z^۲)^{\frac{۳}{۲}}} \ \mathbf{a}_z$$



با قرار دادن $Z = ۰$، چگالی شار مغناطیسی در مرکز حلقه بصورت

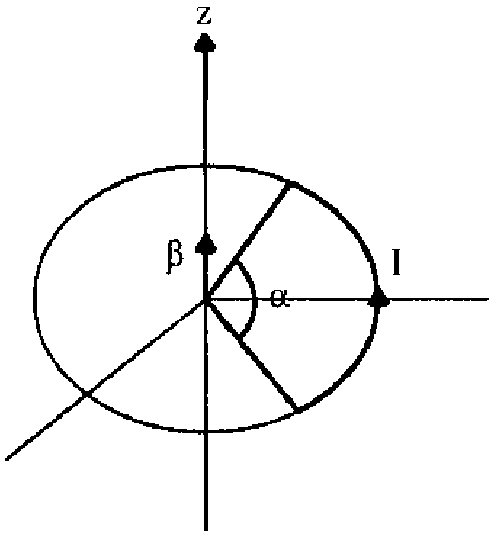
$$\mathbf{B} = \frac{\mu_\circ I}{۲r} \mathbf{a}_z$$

بدست می‌آید.

می‌توان ثابت نمود اگر حلقه کامل نباشد و طبق شکل دارای زاویهٔ α رادیان باشد چگالی شار در مرکز حلقه بصورت

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_\circ I}{۲r} \times \frac{\alpha}{۲\pi} \mathbf{a}_z$$

خواهد بود.



دوقطبی مغناطیسی

دوقطبی مغناطیسی یک حلقهٔ شامل جریان I می‌باشد. گشتاور دوقطبی مغناطیسی، برداری است که اندازهٔ آن برابر مساحت حلقه در جریان حلقه می‌باشد و اگر انگشتان دست را در جهت جریان قرار دهیم، انگشت شست جهت آنرا نشان می دهد.

$$|\mathbf{m}| = SI$$

در فواصل دور از دوقطبی مغناطیسی، چگالی شار مغناطیسی بصورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_{\circ} m}{۴\pi R^{۳}} \left(۲\cos\theta\, \mathbf{a}_R + \sin\theta\, \mathbf{a}_\theta\right)$$

V_m پتانسیل مغناطیسی عددی کمیتی است اسکالر که مطابق تعریف بصورت زیر می‌باشد:

$$\mathbf{B} = -\mu_{\circ} \nabla V_m$$

اختلاف پتانسیل مغناطیسی عددی بین دو نقطهٔ ۱ و ۲ بصورت زیر می‌باشد:

$$V_{m۲} - V_{m۱} = -\int_{۱}^{۲} \frac{۱}{\mu_{\circ}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$$

پتانسیل مغناطیسی عددی ناشی از یک دوقطبی مغناطیسی بصورت زیر خواهد بود:

$$V_m = \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{a}_R}{۴\pi R^{۲}}$$

به نام خدا

درس الکترومغناطیس

پلاریزاسیون عایق ها

پلاریزاسیون عایق‌ها در میدان الکتریکی

در اثر اعمال میدان الکتریکی به یک دی‌الکتریک، بر ذرات باردار آن نیرویی اعمال می‌شود و دوقطبی‌های الکتریکی در داخل آن بوجود می‌آیند به این پدیده پلاریزاسیون یا قطبی شدگی گویند. حضور این دوقطبی‌ها باعث تغییر میدان در داخل و خارج عایق خواهند شد. بوسیلهٔ دو توزیع بار سطحی و حجمی می‌توان این تغییرات را مدل کرد. چگالی بار قطبی شدگی یا چگالی بار مقید سطحی را می‌توان از رابطهٔ

$$\rho_{P_s} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{a}_n$$

بدست آورد. که در این رابطه $\mathbf{P}$ بردار قطبی شدگی می‌باشد و $\mathbf{a}_n$ بردار عمود بر سطح دی‌الکتریک و به سمت خارج است. چگالی بار قطبی شدگی یا چگالی بار مقید حجمی را نیز می‌توان از رابطهٔ

$$\rho_p = - \nabla \cdot \mathbf{P}$$

محاسبه نمود. از آنجایی که با اعمال میدان به دی‌الکتریک، بار جسم تغییر نکرده است و فقط

دوقطبی‌های موجود جهت‌دهی شده‌اند لذا مجموع بارهای مقید در دی‌الکتریک نیز برابر صفر خواهد بود. این امر از انتگرالگیری سطحی و حجمی از روابط فوق و جمع آنها قابل تحقیق می‌باشد. از آنجا که در داخل دی‌الکتریک چگالی بار حجمی برابر ρ_p تولید می‌شود در نتیجه باید این چگالی بار را نیز در محاسبهٔ میدان داخل دی‌الکتریک منظور کنیم یعنی:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\rho + \rho_p)$$

می‌توان بردار چگالی شار الکتریکی $\mathbf{D}$ را در دی‌الکتریک‌ها بصورت

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

تعریف نمود. در اثر این تعریف رابطهٔ

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

همچنان برقرار خواهد بود. در این رابطه ρ چگالی بار حجمی آزاد خواهد بود (و نه بارهای مقید) در محیط‌های خطی و همگن بردار قطبی شدگی را از رابطهٔ

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$$

می‌توان بدست آورد. در این رابطه χ_e کمیتی به نام پذیرندگی الکتریکی است. با جاگذاری این رابطه در رابطهٔ (۳-۴) خواهیم داشت:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E}$$

و کمیتی دیگر به نام گذردهی نسبی یا ضریب دی‌الکتریک محیط را بصورت

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

تعریف می‌کنیم. در نتیجه:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$$

خواهد بود که ε گذردهی مطلق (یا گذردهی) محیط خواهد بود.

هادی‌ها در میدان الکتریکی ساکن

در داخل یک هادی ایده‌آل هیچ باری وجود ندارد و میدان در داخل هادی نیز برابر صفر خواهد بود. و اگر به یک هادی باری اعمال شود تمام این بار در سطح هادی قرار خواهد گرفت و توزیع میدان هم در حالت پایدار به گونه‌ای خواهد بود که میدان الکتریکی در همه جا عمود بر سطح هادی می‌باشد.

در فصل مشترک یک هادی و یک فلز، مؤلفهٔ مماسی برابر صفر خواهد بود و می‌توان با استفاده از قانون گوس مؤلفهٔ عمودی را نیز بصورت زیر بدست آورد. پس شرایط مرزی در مرز بین یک هادی و فضای آزاد بصورت

$$E_t = 0 \ , \ E_n = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0}$$

خواهد بود.

شرایط مرزی در مورد میدان‌های الکتریکی ساکن

می‌توان نشان داد که در فصل مشترک دو محیط شرایط مرزی زیر برقرار خواهد بود:

$$E_{1t} = E_{2t}$$

$$\mathbf{a}_{n_2} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s$$

رابطه اول بیان می‌کند که در فصل مشترک دو محیط مؤلفهٔ مماسی میدان ثابت باقی می‌ماند. رابطهٔ دوم بیان می‌کند که مؤلفهٔ عمودی $\mathbf{D}$ ناپیوسته است و مقدار این ناپیوستگی برابر چگالی بار سطحی می‌باشد.

خازن‌ها

اگر یک هادی دارای بار Q داشته باشیم و پتانسیل ناشی از آن V باشد. ظرفیت این هادی برابر مقدار بار الکتریکی که باید به این هادی افزوده شود تا پتانسیل آن یک واحد افزایش یابد تعریف می‌شود. از آنجا که نسبت Q/V بدون تغییر می‌باشد، این ظرفیت را برابر یک ثابت به نام C که واحد آن کولمب بر ولت یا فاراد (F) است، تعریف می‌کنند.

در عمل خازن‌ها دارای دو هادی هستند (البته در مورد فوق نیز فرض می‌شود که هادی دیگر با پتانسیل صفر در بینهایت واقع است) و ظرفیت بین این دو هادی بصورت

$$C=\frac{Q}{V_{۱۲}}$$

تعریف می‌شود که $V_{۱۲}$ برابر اختلاف پتانسیل بین دو هادی است. روی یک هادی بار $+Q$ و روی هادی دیگر $-Q$ قرار دارد. از آنجا که نسبت بار به اختلاف پتانسیل مقدار ثابتی می‌باشد، ظرفیت خازن به مقدار بار موجود روی هادی‌ها یا اختلاف پتانسیل آنها وابسته نیست بلکه تنها تابعی از خصوصیات فیزیکی خازن می‌باشد. مثلاً در مورد یک خازن که متشکل از دو هادی صفحه‌ای موازی بینهایت طویل که بین آنها یک دی‌الکتریک با ثابت گذردهی ε قرار دارد برابر

$$C=\varepsilon\frac{S}{d}$$

می‌باشد که S مساحت صفحات و d فاصلهٔ بین آنها می‌باشد.

در مورد یک خازن استوانه‌ای با طول L که هادی داخلی آن دارای شعاع a و هادی خارجی آن دارای شعاع b باشد، ظرفیت آن برابر $C=\frac{۲\pi\varepsilon L}{ln\left(\frac{b}{a}\right)}$ و در مورد یک خازن کروی با شعاع داخلی R_i و شعاع خارجی R_o ظرفیت معادل برابر $C=\frac{۴\pi\varepsilon}{\frac{۱}{R_i}-\frac{۱}{R_o}}$ خواهد بود.

در حالت کلّی فرض می‌کنیم که روی دو جوشن خازن بارهای Q+ و Q- هستند، با توجه به این بارها و با استفاده از قانون گاوس یا روشهای دیگر مقدار E را بین دو جوشن محاسبه می‌کنیم. از روی E مقدار اختلاف پتانسیل بین دو جوشن را بدست می‌آوریم. در نهایت با استفاده از رابطهٔ $C = \frac{Q}{V_{12}}$ مقدار ظرفیت معادل سیستم داده شده را محاسبه می‌کنیم.

از آنجا که ظرفیت معادل چند خازن که با هم سری شده‌اند از رابطهٔ $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$ بدست می‌آید، با استفاده از این حقیقت می‌توانیم با فرض اینکه کل سیستم از بینهایت خازن کوچک دیفرانسیلی که با هم سری شده‌اند و با استفاده از رابطهٔ

$$C = \frac{1}{\int \frac{dl}{\int \varepsilon d_s}}$$

مقدار خازن معادل را محاسبه کرد. مقدار انتگرال $\int \varepsilon ds$ روی هر یک از سطوح خازن‌ها گرفته می‌شود.

در مورد هر خازن با هر نوع شکل فیزیکی مقدار انرژی الکتریکی در آن ذخیره می‌شود که مقدار آن را می‌توان از روابط زیر بدست آورد:

$$W = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV = \frac{Q^2}{2C}$$