



## تأثیر نرخ نمونه برداری در الگوریتم های محاسبه امپدانس در رله های دیستانس دیجیتال

فرزاد رضوی	رضا محمدی	سید ابراهیم افجه ای	حسین عسکریان ایبانه	حسین ترکمن
دانشکده برق دانشگاه	دانشکده برق دانشگاه	دانشکده برق دانشگاه	دانشکده برق دانشگاه	دانشکده برق دانشگاه
امیرکبیر	امیرکبیر	شهید بهشتی	امیرکبیر	شهید بهشتی

### خلاصه

محاسبه امپدانس در رله های دیستانس دیجیتال، با توجه به امکانات میکروپروسسوری که برای محاسبات فراهم شده است، به روشهای مختلفی انجام می گیرد. یکی از پارامترهای خیلی مهم در این محاسبات، نرخ نمونه برداری در یک سیکل می باشد.

در این مقاله به بررسی تأثیر نرخ نمونه برداری در الگوریتم های محاسبه امپدانس در رله های دیستانس دیجیتال در حفاظت شبکه های قدرت پرداخته شده است. به گونه ای که در این مقاله الگوریتم های مهمی همچون فوریه تمام سیکل، فوریه نیم سیکل، مان موريسون، حداقل مربعات، حداقل مربعات با حذف مقدار  $DC$  و پرودار  $70$  برای محاسبه امپدانس در نرم افزار  $PSCAD$  طراحی و پیاده سازی شده اند و تأثیر نرخ نمونه برداری در محاسبه امپدانس برای هر یک از این روش ها بررسی شده است و بهترین حالات نمونه برداری برای هریک از روش ها با استفاده از شبیه سازی بدست آمده است.

کلمات کلیدی: حفاظت شبکه های قدرت- محاسبه امپدانس- رله دیستانس- نرخ نمونه برداری

### ۱) مقدمه

در شبکه قدرت، خطوط انتقال یکی از مهمترین بخشهای سیستم قدرت می باشد، که برای حفاظت آن رله های دیستانس یکی از ارکان اصلی می باشد. پارامترهای مختلفی در رله دیستانس وجود دارد که مهمترین آنها دقت و سرعت در محاسبه امپدانس خط می باشد. برای بررسی این پارامترها موضوعی که باید بررسی شود، نرخ نمونه برداری در محاسبه امپدانس در روش های موجود می باشد که این موضوع از سه جهت حافظه مورد نیاز، سرعت مورد نیاز و دقت مورد نیاز قابل

بحث می باشد. در این قسمت یک موازنه وجود دارد، بدین مفهوم که با بالا بردن تعداد نقاط نمونه برداری دقت بالاتری بدست می آید. ولی آنچه مسلم است فضای بیشتری برای ذخیره این نقاط نمونه برداری لازم است. از جهتی با بالا بردن تعداد نقاط نمونه برداری سرعت سیستم کاهش پیدا می کند و همچنین تعداد ضرب هایی که در محاسبات وجود دارد باعث کند شدن در محاسبه پارامترهای خروجی می شود. پس بدست آوردن تعداد نرخ نمونه برداری بسیار حائز اهمیت است.

در مقاله [1] به بررسی روشهای محاسبه امپدانس از جهت پاسخ فرکانسی پرداخته است، در این مقاله برای محاسبات، نرخ نمونه برداری ثابتی را در نظر گرفته است و مقایسه ای بر روی نرخ نمونه برداری های مختلف نکرده است.

در مقالات [2]، [3] و [4] نمونه ای عملی از روش حداقل مربعات را بر روی یک سیستم واقعی تست شده است. که به بررسی الگوریتم ها پرداخته شده است ولی مطالعه دقیق بر روی نرخ نمونه برداری نشده است و از نرخ نمونه برداری ثابتی استفاده شده است.

در این مقاله ۶ روش موجود از روش های محاسبه امپدانس در رله های دیستانس، از لحاظ تعداد نقاط نمونه برداری مورد بررسی قرار می گیرند و در نهایت تعداد نقاط نمونه برداری بهینه برای داشتن بهترین حالت محاسبه امپدانس با دقت و سرعت بالا بدست آمده است.

تمامی روشهای مورد بررسی، بر روی یک شبکه استاندارد تست شده و نتایج دقیقی از این مطالعه برای بدست آوردن تعداد نرخ نمونه برداری بهینه بدست آمده است.

### ۲) تئوری محاسبه امپدانس

در این بخش ابتدا الگوریتم اصلی برای محاسبه امپدانس توسط روشهای مورد بحث بیان شده است و ۶ روش

فوريه محاسبه می گردد [1]. با توجه به نمونه برداری  $N$  نمونه در یک سیکل کامل و براساس رابطه زیر دامنه و زاویه هارمونیک اصلی محاسبه می شود:

$$\begin{cases} V_{real} = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N \left[ V_k \cos\left(2\pi \frac{N-k}{N}\right) \right] \\ V_{imag} = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N \left[ V_k \sin\left(2\pi \frac{N-k}{N}\right) \right] \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_{imag}}{V_{real}}\right) \end{cases} \quad (3)$$

که در این رابطه  $N$  نمونه، شامل نمونه های قبل و بعد از خطا می باشد. در این رابطه به جهت نوع شماره گذاری نمونه ها  $N-k$  نوشته شده است.

## ۲-۲) روش فوريه نیم سیکل

روش فوريه نیم سیکل  $(H-FFT)$ ، در یک نیم سیکل نمونه های موج را اندازه گیری می نماید و فرض نموده که نیم سیکل دوم متناظر با این نیم سیکل است. سپس فوريه را محاسبه می نماید. این بدان معنا است که می توان فوريه تمام سیکل را در ۲ ضرب کرد [1]. در این روش با توجه به نمونه برداری  $N$  نمونه در یک سیکل و بر اساس رابطه زیر دامنه و زاویه هارمونیک اصلی محاسبه می شود:

$$\begin{cases} V_{real} = \frac{4}{N} \sum_{k=1}^N \left[ V_k \cos\left(2\pi \frac{N-k}{N}\right) \right] \\ V_{imag} = \frac{4}{N} \sum_{k=1}^N \left[ V_k \sin\left(2\pi \frac{N-k}{N}\right) \right] \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_{imag}}{V_{real}}\right) \end{cases} \quad (4)$$

این  $N$  نمونه شامل نمونه های قبل و بعد از خطا می باشد.

## ۳-۲) روش حداقل مربعات

در روش حداقل مربعات یا همان روش  $(LS)$  همواره از سیگنال ها نمونه برداری می شود. پس از اینکه حضور خطا در سیستم مشخص گردید، نمونه های خطا دریافت می گردد [2] و با توجه به  $N$  نمونه در یک سیکل و بر اساس رابطه زیر دامنه و زاویه هارمونیک اصلی محاسبه می شود:

موجود برای محاسبه امپدانس رله دیستانس مورد بررسی قرار گرفته اند که در رابطه های هر کدام از روشها وابستگی هر الگوریتم به تعداد نقاط نمونه برداری بیان شده است.

برای پیاده سازی الگوریتم روشهای مختلف، گامهای پایه ای زیر برای محاسبه امپدانس پیاده سازی شده است:

۱) با توجه به روش مقایسه، نوع و زمان خطای بوجود آمده در خط تشخیص داده می شود.

۲) با استفاده از یکی از این ۶ روش، دامنه ولتاژها و جریان های فازها و همچنین زاویه آن ها بدست آورده می شود.

۳) به کمک سه رابطه زیر امپدانس خطای فازی محاسبه می شود:

$$Z_A = \frac{V_{AN}}{I_A + kI_o}, Z_B = \frac{V_{BN}}{I_B + kI_o}, Z_C = \frac{V_{CN}}{I_C + kI_o} \quad (1)$$

که در رابطه بالا، ولتاژها مقادیر ولتاژهای خط نسبت به زمین می باشند و  $k$  ضریب جبران ساز رله و  $I_o$  جریان توالی صفر می باشد.

۴) با وجود سه رابطه زیر امپدانس خطای فاز به فاز محاسبه می شود:

$$Z_{AB} = \frac{V_A - V_B}{I_A - I_B}, Z_{AC} = \frac{V_A - V_C}{I_A - I_C}, Z_{BC} = \frac{V_B - V_C}{I_B - I_C} \quad (2)$$

برای تکمیل کردن الگوریتم بالا باید توضیح داده شود که در هر روش چگونه دامنه و زاویه ولتاژ و جریان بدست می آید. برای این منظور فرض می شود یک شکل موج از ورودی معلوم باشد. در هر کدام از این روشها طریقه محاسبه دامنه و زاویه بیان می شود. برای اینکه تمامی این روشها از نظر تعداد نمونه برداری با هم مقایسه گردند، در نظر گرفته می شود که تعداد نمونه برداری برابر  $N$  نمونه در یک دوره تناوب می باشد. ضمناً فرض می شود که  $A_k$  نمونه موج در زمان  $t - \frac{kT}{N}$  باشد. این بدان مفهوم است که نمونه اول، نمونه در زمان حال محسوب می شود. حال به تئوری هر یک از روشها پرداخته می شود:

## ۱-۲) روش فوريه تمام سیکل

در روش فوريه تمام سیکل یا همان روش  $(FFT)$  در یک سیکل کامل، نمونه های موج اندازه گیری می شود و سپس

در رابطه بالا  $M$  تعداد نمونه‌ها بعد از خطا می‌باشد و  $C_k, D_k$  از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} C \\ D \\ X \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & \dots & C_{M-1} & C_M \\ D_1 & D_2 & D_3 & D_4 & \dots & D_{M-1} & D_M \\ X & X & X & X & \dots & X & X \\ X & X & X & X & \dots & X & X \end{bmatrix} \rightarrow (9)$$

$$= \text{Inverse}(A^T \cdot A) A^T$$

در رابطه بالا درایه‌هایی که با  $X$  نمایش داده شده‌اند، درایه‌های غیرمهم هستند که احتیاجی به محاسبه ندارند و  $A$  برابر ماتریس زیر است:

(۱۰)

$$A = \begin{bmatrix} \cos\left(-2\pi \frac{1}{N}\right) & \sin\left(-2\pi \frac{1}{N}\right) & 1 & \frac{1}{f \cdot N} \\ \cos\left(-2\pi \frac{2}{N}\right) & \sin\left(-2\pi \frac{2}{N}\right) & 1 & \frac{2}{f \cdot N} \\ \cos\left(-2\pi \frac{3}{N}\right) & \sin\left(-2\pi \frac{3}{N}\right) & 1 & \frac{3}{f \cdot N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos\left(-2\pi \frac{M-1}{N}\right) & \sin\left(-2\pi \frac{M-1}{N}\right) & 1 & \frac{M-1}{f \cdot N} \\ \cos\left(-2\pi \frac{M}{N}\right) & \sin\left(-2\pi \frac{M}{N}\right) & 1 & \frac{M}{f \cdot N} \end{bmatrix}$$

در رابطه بدست آمده برای ماتریس  $A$ ،  $f$  فرکانس موج اصلی می‌باشد. در این روش نیز از یک سیکل به بعد، یعنی از وقتی که  $M$  از  $N$  بزرگتر شد،  $M$  برابر  $N$  می‌باشد.

## ۲-۵) مان‌موریسون

روش مان‌موریسون<sup>۱</sup> مقدار امپدانس را تا ۳ نمونه بعد از خطا محاسبه می‌کند. بدین صورت که با فرمولهای زیر امپدانس را با این ۳ نمونه محاسبه می‌کند [5]. سپس بین امپدانسهای بدست آمده از ۳ نمونه آخر و نمونه‌های قبل میانگین می‌گیرد.

$$\begin{cases} V_{real} = V_r \\ V_{imag} = \frac{V_1 - V_r}{2 \left( \frac{2\pi}{N} \right)} \\ \theta = \tan^{-1} \left( \frac{V_{imag}}{V_{real}} \right) \end{cases} (11)$$

$$\begin{cases} V_{real} = \sum_{k=1}^M [V_k C_k] \\ V_{imag} = \sum_{k=1}^M [V_k S_k] \\ \theta = \tan^{-1} \left( \frac{V_{imag}}{V_{real}} \right) \end{cases} (5)$$

در رابطه بالا  $M$  تعداد نمونه‌ها بعد از خطا می‌باشد و  $C_k, D_k$  از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & \dots & C_{M-1} & C_M \\ D_1 & D_2 & D_3 & D_4 & \dots & D_{M-1} & D_M \end{bmatrix} \rightarrow (6)$$

$$= \text{Inverse}(A^T \cdot A) A^T$$

که در رابطه بالا  $A$  برابر ماتریس زیر است:

$$A = \begin{bmatrix} \cos\left(-2\pi \frac{1}{N}\right) & \sin\left(-2\pi \frac{1}{N}\right) \\ \cos\left(-2\pi \frac{2}{N}\right) & \sin\left(-2\pi \frac{2}{N}\right) \\ \cos\left(-2\pi \frac{3}{N}\right) & \sin\left(-2\pi \frac{3}{N}\right) \\ \vdots & \vdots \\ \cos\left(-2\pi \frac{M-1}{N}\right) & \sin\left(-2\pi \frac{M-1}{N}\right) \\ \cos\left(-2\pi \frac{M}{N}\right) & \sin\left(-2\pi \frac{M}{N}\right) \end{bmatrix} (7)$$

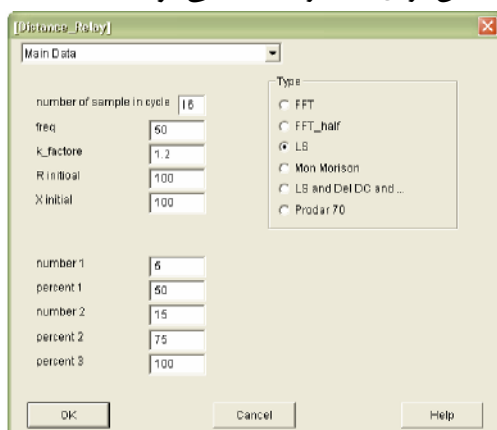
در روش حداقل مربعات، از یک سیکل به بعد، یعنی از وقتی که  $M$  از  $N$  بزرگتر شد،  $M$  برابر  $N$  می‌شود. بطوریکه از مقدار  $M = N$  به بعد، مقدار خروجی روشهای حداقل مربعات و فوریه تمام‌سیکل با هم برابر می‌شوند. در واقع فوریه تمام‌سیکل را می‌توان از روش حداقل مربعات با مقدار  $M = N$  استنتاج نمود.

## ۲-۴) روش حداقل مربعات با حذف مقدار DC

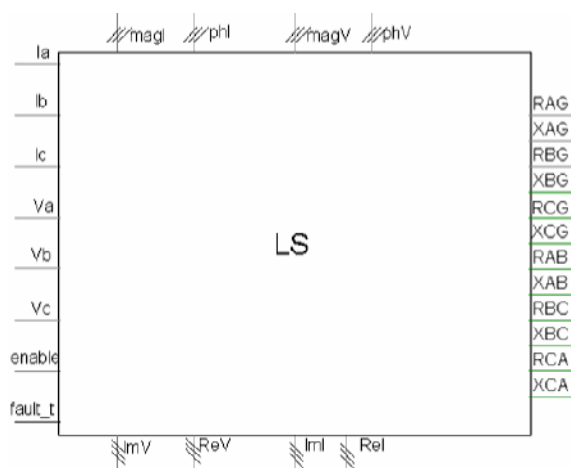
این روش همانند روش حداقل مربعات می‌باشد با این فرض که مقدار DC موجود در نمونه‌ها را حذف نموده و سپس مقادیر دامنه و فاز را محاسبه می‌نماید [3] و [4]. به‌گونه‌ای که با توجه به  $N$  نمونه در یک سیکل و براساس رابطه زیر دامنه و زاویه هارمونیک اصلی محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} V_{real} = \sum_{k=1}^M [V_k C_k] \\ V_{imag} = \sum_{k=1}^M [V_k S_k] \\ \theta = \tan^{-1} \left( \frac{V_{imag}}{V_{real}} \right) \end{cases} (8)$$

خطا وجود ندارد و همچنین زمان رخداد خطا می‌توان دامنه، زاویه و بخش حقیقی و موهومی جریان و ولتاژ و امپدانس را با روش انتخاب شده بدست آورد. همچنین در این بلوک چند پارامتر دیگر مشخص است. در روشهای محاسبه امپدانس به کمک پنجره متغیر (مان موریسون، حداقل مربعات، حداقل مربعات با حذف DC و پرودار ۷۰) نمونه‌های بعد از خطا استفاده می‌شود. چون استفاده از چند نمونه اول خطای بالایی برای امپدانس ایجاد می‌نماید، معمولاً امپدانس بدست آمده را به عددی از ۰ تا ۱ تقسیم می‌کنند. این عدد معمولاً بصورت درصد بیان می‌شود. به فرض مثال این ضریب برای ۵ نمونه اول ۵۰٪ و برای ۱۵ نمونه بعدی ۷۵٪ می‌باشد، همچنین برای مقادیر بعد از آن ۱۰۰٪ است. اینکار باعث کمتر شدن احتمال خطای رله دیستانس برای عملکرد اشتباه می‌شود.



الف:



ب:

شکل ۱: بلوک محاسبه امپدانس طراحی شده در نرم‌افزار PSCAD

در میانگین‌گیری، از یک سیکل به بعد، فقط بین امپدانس‌های  $N$  تایی آخر میانگین‌گیری می‌شود.

## ۲-۶) پرودار ۷۰

در روش پرودار ۷۰<sup>۱</sup> تصمیم‌گیری بر اساس سه نمونه می‌باشد و برای محاسبه امپدانس از مشتق اول و دوم شکل موج استفاده می‌نماید [6]. بطوریکه با توجه به  $N$  نمونه در یک سیکل و بر اساس رابطه زیر دامنه و زاویه هارمونیک اصلی محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} V_{real} = (f.N)^2 (V_{n+1} - 2V_n + V_{n-1}) \\ V_{imag} = \frac{(f.N)}{2} (V_{n+1} - V_{n-1}) \\ \theta = \tan^{-1} \left( \frac{V_{imag}}{V_{real}} \right) \end{cases} \quad (12)$$

## ۳) پیاده سازی روشهای محاسبه امپدانس

در این مقاله با استفاده از روش‌های معرفی شده در قسمت قبل به پیاده سازی روش‌ها پرداخته شده است. برای اینکه این روابط در مطالعه سیستم قدرت مورد استفاده قرار گیرند از نرم‌افزار PSCAD استفاده شده است. علت استفاده از نرم‌افزار PSCAD بجای نرم‌افزارهای مشابه این است که تعریف بلوک‌های جدید در این نرم‌افزار بسیار ساده است، بطوریکه که می‌توان هر بلوکی را با قابلیت‌های موردنظر و با تعداد دلخواه، ورودی و خروجی طراحی نموده و برنامه‌نویسی کرد. همچنین این نرم‌افزار از قابلیت‌های برنامه‌نویسی در محیط فرتن استفاده می‌نماید. از آنجائیکه روابط حاکم بر این روش‌ها کمی پیچیده می‌باشد، ساختن بلوک متناسب با آن در نرم‌افزار PSCAD محیط را برای مطالعه سریع و آسان فراهم می‌آورد. از این رو برای محاسبه امپدانس و پیاده‌سازی روش‌ها، بلوکی به صورت شکل ۱ در PSCAD طراحی شده است. روند پیاده‌سازی برنامه به گونه زیر می‌باشد:

ابتداً با توجه به انتخاب نوع الگوریتم، با تعیین تعداد نمونه‌برداری از ورودی در یک سیکل، تعیین فرکانس مدار، ضریب  $k$  و وارد کردن امپدانس و ادمیتانس در مواقعی که

<sup>1</sup> Prodar70



برای اینکه این مقایسه‌ها قابل بررسی باشد، کلیه خروجی‌ها برای ۱۶، ۳۲، ۶۴، ۱۰۰، ۱۲۸، ۲۰۰، ۲۵۶، ۳۰۰، ۴۰۰ و ۵۰۰ نمونه برای روشهای مختلف از خروجی ۵۱۲ نمونه‌ای روش حداقل مربعات با حذف  $DC$  کم شده تا خطای ایجاد شده نسبت به حالتی که ۵۱۲ نمونه باشد بررسی شود. در زیر خطای خروجی امپدانس برای ۱۶، ۱۲۸، ۲۵۶ نمونه نسبت به ۵۱۲ نمونه و مقدار خروجی برای ۵۱۲ نمونه برای سه روش فوریه تمام‌سیکل، حداقل مربعات و مان‌موریسون بدست آمده است.

از نمودارهای شکل ۳ معلوم می‌شود که در هر روش چند نوع خطا وجود دارد. برای بررسی دقیقتر احتیاج به تعریف چند نوع خطا داریم.

### ۳-۱) شبیه‌سازی و نتایج برنامه

برای بدست آوردن سیگنال‌های واقعی خطا و هر چه واقعی‌تر شدن نتایج، از شبکه قدرت استاندارد IEEE هشت باس، به صورت شکل ۲ استفاده شده است. در این مدار برای شبیه‌سازی خطای بوجود آمده در شبکه، یک بلوک آشکارساز خطا<sup>۱</sup> طراحی شده است. روند کار این آشکارساز خطا بدین صورت است که از روش مقایسه میانگین دامنه‌های سه جریان در هر لحظه با میانگین دامنه‌های جریان در یک سیکل قبل، زمان خطا را تشخیص می‌دهد. در این مدار برای کارکرد و شبیه‌سازی، یک خطای تکفاز در لحظه ۰/۱ ثانیه پیش می‌آید. برای مقایسه، خروجی‌های انواع روشها برای ۱۶، ۳۲، ۶۴، ۱۰۰، ۱۲۸، ۲۰۰، ۲۵۶، ۳۰۰، ۴۰۰، ۵۰۰ و ۵۱۲ نمونه شبیه‌سازی شده است.

<sup>1</sup> Fault Detector



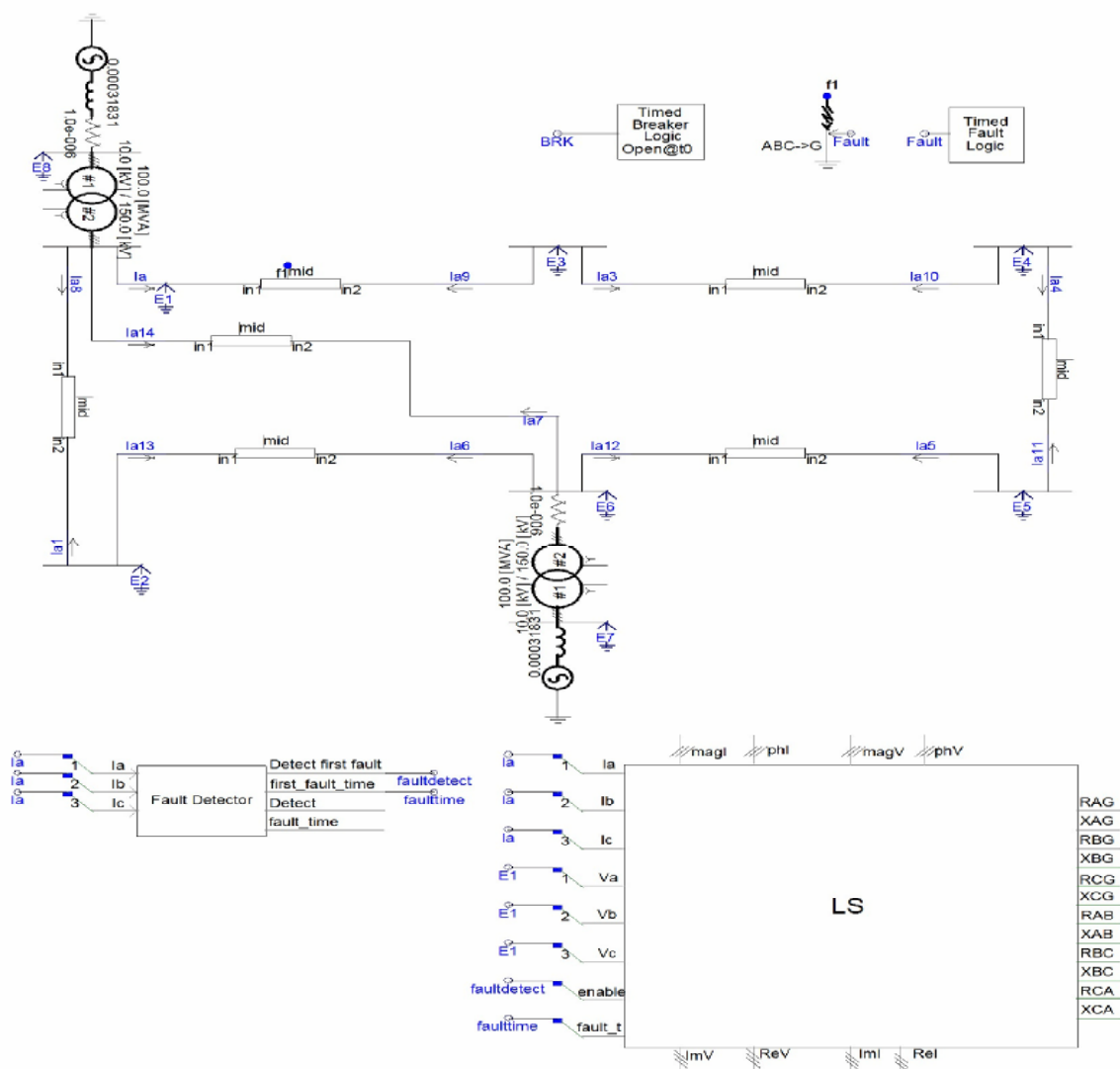
انجمن مهندسين برق و الكترونیک ايران  
شاخه ی تهران

۲۹ و ۳۰ آذر ۸۵

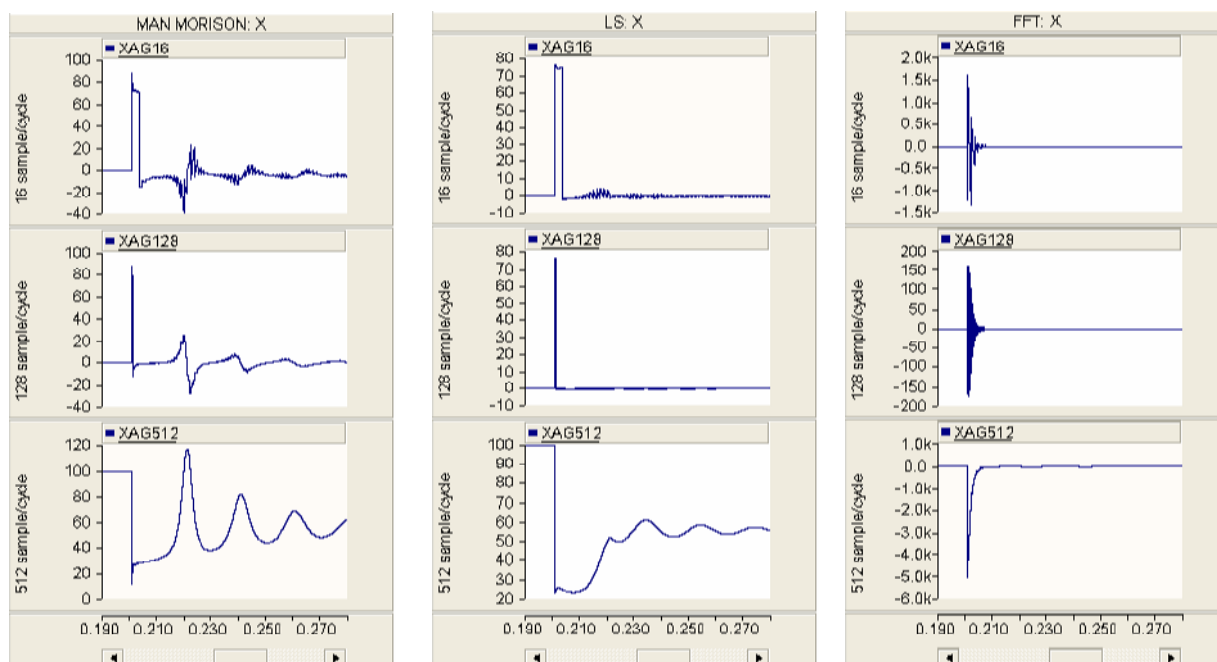
# حفاظت و کنترل سیستمهای قدرت



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
قطب علمی قدرت



شکل ۲: مدار مربوط به پیاده‌سازی بلوک محاسبه امپدانس به همراه یک شبکه قدرت استاندارد IEEE هشت باس



شکل ۳: خروجی امپدانس با نمونه‌های مختلف برای روش‌های مان‌موريسون، حداقل مربعات، فوريه تمام‌سیکل

#### (۴) تحلیل نتایج

همانطور که از نتایج حاصل از شبیه سازی برمی آید برای هر روش، ۳ نوع خطا در فاصله های زمانی متعدد تعریف شده است. بطوریکه در روش فوریه تمام سیکل در حالت قبل از رخداد خطا با افزایش نرخ نمونه برداری مقدار خطا تقریباً ۱٫۴۷ درصد کاهش می یابد و همچنین در روش فوریه نیم سیکل این نوع خطا، با افزایش تعداد نمونه برداری ها تقریباً ۰٫۰۷ درصد کاهش یافته و چنین می توان استنباط نمود که در روشهای پنجره ثابت در بازه زمانی قبل از رخداد خطا هیچ نیازی به افزایش تعداد نمونه برداری ها نمی باشد و در نتیجه باعث کاهش هزینه و فضای مورد نیاز می شود. در روش فوریه تمام سیکل با افزایش نرخ نمونه برداری ها چون محاسبات در یک سیکل انجام می شود، بنابراین باید انتظار محاسبه دقیقتر باشد. با توجه به جدول ۲ مشاهده می شود که با افزایش نرخ نمونه برداری تقریباً ۳۳ درصد کاهش میانگین خطا ایجاد شده است. بدین معنا که دقت محاسبه امیدانس تقریباً ۳ برابر شده است که این مقدار در رنج های مختلف، بخوبی نمایان است. ولی در روش فوریه نیم سیکل که یک نیم سیکل نسبت به روش فوریه تمام سیکل کاهش یافته است، با افزایش نرخ نمونه برداری درصد کمی از مقدار خطاهای بوجود آمده کاهش می یابد بگونه ای که به طور میانگین با توجه به جدول ۳ تقریباً به مقدار ۶٫۳ درصد کاهش یافته است. پس نتیجه می شود که در روشهای پنجره ثابت طبیعتاً بازه زمانی برای محاسبات مهم بوده و با افزایش بازه نمونه برداری و نرخ نمونه برداری، مقدار خطای بوجود آمده کاهش یافته و دقت محاسبه امیدانس بیشتر می شود.

در روش حداقل مربعات، کاهش خطا به ازای افزایش تعداد نمونه برداری در خطاهای نوع اول و نوع سوم به طور قابل ملاحظه ای بوده است و در حدود ۹۰ درصد می باشد، ولی در خطای نوع دوم که مربوط به لحظه رخداد خطا می باشد، افزایش نمونه ها تاثیر مناسبی بر دقت ندارد ولی بطور کلی می توان با توجه به جدول ۳ این استنباط را نمود که در این روش با میانگین کاهش درصد خطا به میزان ۵۸ درصد یک مقدار قابل ملاحظه ای را به خود اختصاص داده است.

#### (۲-۳) خطاهای ایجاد شده و تعریف شاخص برای

##### هر خطا

چند نوع خطا در تعداد نمونه های مختلف ایجاد می شود. برای دسته بندی دقیقتر خطاها شاخص های متفاوتی معرفی می شوند:

➤ خطای نوع ۱: خطایی که بخاطر دیرتر برداشتن نمونه های اول ایجاد می شود. این خطا به صورت یک پرش در لحظه خطا در نمودارها مشخص است. مقدار شاخص این خطا به صورت زیر تعیین می گردد:

$$first\_error = \int_{t_0}^{t_1} |error| dt \quad (13)$$

که در رابطه بالا  $error$  برابر دامنه خطا و  $t_0, t_1$  مدت زمانی است که خطا تا ۵٪ بیشترین مقدار خود است. در واقع خطای بالا نشان می دهد که در لحظات اول رله چه خطایی را می بیند.

➤ خطای نوع ۲: خطایی که بعد از اتمام خطای ۱ پیش می آید. مقدار شاخص این خطا به صورت زیر تعیین می گردد:

$$second\_error = \int_{t_1}^{t_1+T} |error| dt \quad (14)$$

که در رابطه بالا  $T$  فرکانس موج اصلی است. این خطا نشان دهنده این است که در مجموع در سیکل اول که سیکل مهمی می باشد مقدار خطای ایجاد شده چه مقدار می باشد.

➤ خطای نوع ۳: خطایی که بعد از اتمام خطای ۲ پیش می آید. مقدار شاخص این خطا به صورت زیر تعیین می گردد:

$$third\_error = \int_{t_1+T}^{t_1+5T} |error| dt \quad (15)$$

که در رابطه بالا  $T$  فرکانس موج اصلی است. در واقع این خطا، خطای ماندگار را برای رله نشان می دهد.

سه خطای تعریف شده در بالا برای تعداد نقاط نمونه برداری مختلف، برای روشهای مختلف و برای قسمت حقیقی و موهوی امیدانس دیده شده در جدول ۱ آورده شده است.



اگر از دید دیگر به تحلیل نگریسته شود، برای بررسی نقاط بهینه در هر روش، این موازنه قرار داده می‌شود که در صورتی، افزایش تعداد نمونه‌ها به صرفه یا مناسب می‌باشد که حداقل با افزایش تعداد از یک سطح به سطح دیگر مقدار خطا حداقل ۱۰ درصد کاهش یافته باشد که این مطلب را در جدول ۴ می‌توان مشاهده نمود. در جدول ۴ روش‌های فوریه تمام‌سیکل و فوریه نیم‌سیکل در نمونه‌برداری با ۱۶ نمونه از ابعادی که مدنظر قرار داده شد، به حالت ایده‌آل خواهند رسید. بدین معنا که در روشهای با پنجره ثابت با تعداد نمونه‌های ۱۶ تایی به دقت مطلوب رسیده و هم در هزینه، سرعت، فضا و حافظه مورد نیاز به بهینگی دست یافته می‌شود.

در روشهای با پنجره متغیر مقدار دقت و سرعت و تعداد نمونه‌ها موازنه دیگری را به همراه دارد بگونه‌ای که در روش حداقل مربعات و پرودار ۷۰ خطای نوع اول نمونه‌برداری با ۲۰۰ نمونه به صورت ایده‌آل می‌باشد و در خطای نوع سوم، ۲۵۶ نمونه این امر را محقق می‌سازد و در روش حداقل مربعات با حذف  $DC$  و روش مان‌موریسون در خطای نوع سوم، ۱۰۰ نمونه در سیکل بهترین حالت را دربر دارد. می‌توان این نتیجه را گرفت که در روشهای با پنجره متغیر برخلاف پنجره ثابت اگر تعداد نمونه‌ها با نرخ بالا باشد افزایش دقت و کاهش خطا، زمان، حافظه و هزینه مناسب را به همراه دارد.

## (۵) نتیجه‌گیری

در این مقاله ۶ روش مختلف محاسبه امپدانس در رله‌های دیستانس برای تعداد نمونه‌های مختلف در یک سیکل با هم مقایسه شد. با این مقایسه نشان داده شده است که در هر روش چه تعداد نقاط نمونه‌برداری می‌تواند موازنه بین پارامتر حجم مورد استفاده و زمان محاسبات را با پارامتر دقت برآورده کند. ضمناً مقایسه مربوطه بین روش‌های مذکور نیز انجام شده است. نتایج این مقاله کارائی رله‌های دیستانس را بدون طراحی‌های اضافی، بهبود می‌بخشد.

## (۶) مراجع

[1] frequency: Khorashadi-Zadeh, H. Daneshi, H., "Evaluation and performance comparisons of digital distance protection algorithms", Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting. Conference Record of the

در روش مان‌موریسون و پرودار ۷۰ در خطای نوع اول با افزایش تعداد نمونه‌ها حدود ۸۰ درصد مقدار خطا کاهش یافته و خطای نوع سوم در مان‌موریسون دارای میانگین تقریبی ۹۰ درصد می‌باشد، بدین معنا که در این روش با افزایش تعداد نمونه‌ها قبل و بعد از خطا به سرعت مقدار دقت افزایش یافته ولی در لحظه رخداد خطا چون این روش با داشتن فقط ۳ نمونه بعد از خطا شروع به محاسبه امپدانس می‌نماید بنابراین تعداد کم نمونه‌ها در لحظه رخداد خطا باعث محاسبه دقیق امپدانس می‌شود. در بازه مربوط به خطای سوم در جهت رسیدن به پایداری مطلوب افزایش تعداد نمونه‌ها باعث افزایش دقت شده و حدود ۹۰ درصد خطا را کاهش می‌دهد.

در روش پرودار ۷۰ افزایش نرخ نمونه‌برداری در بازه انواع خطاها، محاسبه امپدانس را دقیقتر نموده و حدود ۸۰ درصد به طور میانگین (جدول ۳) خطا را کاهش داده و در روش حداقل مربعات با حذف  $DC$  می‌توان دریافت که افزایش تعداد نمونه‌برداری‌ها حدود ۹۰ درصد (جدول ۳ و جدول ۱) خطا را کاهش داده و دقت محاسبه امپدانس را افزایش داده و بدین جهت می‌باشد که در این روش با افزایش تعداد نمونه‌برداری‌ها انتگرال مجذور خطاها به مینیمم مقدار خود می‌رسد.

بطور کلی با تحلیل جدول ۲ در می‌یابیم که در این مقاله این نتیجه بدست آمده که با افزایش تعداد نمونه‌برداری‌ها در خطای نوع اول که حتی نیازی به افزایش نمی‌باشد در حدود ۵۷ درصد کاهش یافته است. در حین رخداد خطا که با کاهش خطا حتی در رنج یک‌هزارم باعث بهبود و تسریع عملکرد الگوریتم و محاسبه می‌شود، در حدود ۲۵ درصد کاهش یافته است. میانگین خطای نوع سوم با افزایش نرخ نمونه‌برداری حدود ۶۷ درصد کاهش یافته که این موضوع از این حیث حائز اهمیت می‌باشد که این نرخ کاهش در رسیدن به پایداری سریع و مطلوب برای جواب بهینه و محاسبه امپدانس نیاز می‌باشد و دقت را افزایش می‌دهد.

با بررسی جدول ۴ این نتیجه برداشت می‌شود که در تمام روشهای محاسبه امپدانس افزایش نمونه‌ها باعث کاهش خطای محاسبه امپدانس دیده شده را به همراه دارد بطوریکه در روش حداقل مربعات با حذف  $DC$  با این افزایش، بیشترین مقدار کاهش را به اندازه ۹۰ درصد داشته است.



[4] LS & DC: M. S. Sachdev D. S. Ghotra T. S. Sidhu, "Design of a Distance Relay Using Adaptive Data Window Filters", 0-7a0~-5957-71001.w0. 00 o 2000 IEEE.

[5] Mon Marison: BJ Mann, IF Morrison, "Digital calculation of impedance for transmission line protection", 1971 IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems.

[6] Prodar: GB Gilcrest, GD Rockefeller, EA Udren, "High Speed Distance Relaying using a digital computer, Part I: System Description", 1972 IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems.

2004 IEEE, Oct. 2004, vol.4, page(s): 2463 – 2468.

[2] LS & DC: Sanaye-Pasand, M., Davarpanah, M, "Performance evaluation of an extended adaptive distance relaying algorithm", Developments in Power System Protection, 2004. Eighth IEE International Conference, April 2004, vol.2, page(s):449 – 452.

[3] LS & DC: Tarlochan S. Sidhu et al., "An Adaptive Distance Relay and its Performance Comparison With a Fixed Data Window Distance Relay", 2002 IEEE Trans. on Power Delivery, vol.17, issue.3, July 2002, page(s): 691-697.



انجمن مهندسين برق و الكترونيك ايران  
شاخه ی تهران



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
قطب علمی قدرت

۷) ضمیمه

جدول ۱ : خطاها در انواع روشها با تعداد ونه‌های متفاوت

Type	FFT						Half Cycle FFT					
Index	R			X			R			X		
No_Sample	e1	e2	e3	e1	e2	e3	e1	e2	e3	e1	e2	e3
16	8.189574	0.002440847	0.089845	7.989197	0.00695	0.223342	9.071258	0.041325	0.433481	8.968126	0.02729	0.407855
32	8.126934	0.001456866	0.044457	7.927584	0.006805	0.223421	9.063653	0.03912	0.424273	8.972971	0.023897	0.41099
64	8.09612	0.001419235	0.040477	7.897327	0.00677	0.223433	9.061915	0.03833	0.422786	8.971855	0.022371	0.410799
100	8.085062	0.001440409	0.018666	7.886638	0.006764	0.201983	9.060763	0.038187	0.400554	8.967862	0.020709	0.389302
128	8.08013	0.001447039	0.024706	7.881743	0.006761	0.207834	9.063168	0.0382	0.406551	8.965473	0.022463	0.395187
200	8.075114	0.001453362	0.018771	7.876879	0.006754	0.201984	9.06376	0.038176	0.400514	8.961087	0.022917	0.389307
256	8.072129	0.00145513	0.01679	7.873952	0.006759	0.200034	9.064598	0.038187	0.398538	8.964388	0.022372	0.387403
300	8.071131	0.001455855	0.018793	7.872977	0.006758	0.201984	9.063803	0.038183	0.400523	8.963614	0.021976	0.389341
400	8.070139	0.001456723	0.018801	7.872	0.006758	0.201984	9.063568	0.038164	0.400545	8.963329	0.023022	0.389318
500	8.069144	0.001457111	0.018804	7.871025	0.006754	0.201984	9.064167	0.038168	0.400544	8.962718	0.022371	0.389362
%decay_of_err or	1.47053	40.30305341	79.0694	1.479153	2.762389	9.562585	0.078164	7.639651	7.598223	0.060298	18.02386	4.534238
min	8.069144	0.001419235	0.01679	7.871024	0.006758	0.200034	9.060763	0.038164	0.398538	8.961087	0.020709	0.387403
min_number	500	64	256	500	500	256	100	400	256	200	100	256

Type	Man Morison						LS with Delete DC					
Index	R			X			R			X		
No_Sample	e1	e2	e3	e1	e2	e3	e1	e2	e3	e1	e2	e3
16	0.380685	0.017979998	0.061708	0.36798	0.008589	0.156512	1.808334	0.005289	0.150095	1.785189	0.0138	0.149246
32	0.194051	0.027250803	0.042539	0.185287	0.016837	0.087988	0.906901	0.007119	0.064984	0.89288	0.01148	0.064455
64	0.099788	0.02866679	0.033535	0.098671	0.014443	0.055288	0.457606	0.005199	0.03496	0.448183	0.007016	0.034458
100	0.0667	0.026247431	0.008536	0.069458	0.015151	0.022252	0.29591	0.005933	0.00653	0.287529	0.004935	0.006483
128	0.069939	0.024572011	0.01342	0.055949	0.014101	0.023705	0.22354	0.004342	0.01071	0.224434	0.003769	0.010543
200	0.053497	0.024612163	0.006138	0.043283	0.012925	0.01232	0.147198	0.001382	0.00302	0.154055	0.001907	0.002978
256	0.055916	0.02428885	0.003704	0.044421	0.012313	0.008314	0.114755	0.002097	0.000556	0.121363	0.003659	0.000556
300	0.059762	0.024073522	0.005492	0.047292	0.012241	0.00923	0.09846	0.001024	0.002352	0.091842	0.002369	0.00231
400	0.063977	0.023708367	0.005222	0.048998	0.013304	0.007791	0.068446	0.002228	0.002115	0.051134	0.003044	0.002074
500	0.071228	0.023124786	0.005082	0.055705	0.013817	0.006981	0.08377	0.001309	0.002006	0.059394	0.003637	0.001964
%decay_of_err or	81.28941	-	91.7641	84.862	-	95.53957	95.36758	75.25857	98.66373	96.67297	73.64311	98.68415
min	0.053497	0.017979998	0.003704	0.043283	0.008589	0.006981	0.068446	0.001024	0.000556	0.051134	0.001907	0.000556
min_num	200	16	256	200	16	500	400	300	256	400	200	256

Type	LS						Prodar70					
Index	R			X			R			X		
No_Sample	e1	e2	e3	e1	e2	e3	e1	e2	e3	e1	e2	e3
16	0.380685	0.026085	0.082008	0.36798	0.01682	0.081468	0.380685	0.005289	0.150095	1.785189	0.0138	0.149246
32	0.194051	0.034939	0.040112	0.185287	0.022671	0.039476	0.194051	0.007119	0.064984	0.89288	0.01148	0.064455
64	0.109915	0.023514	0.030928	0.105952	0.017344	0.030173	0.099788	0.005199	0.03496	0.448183	0.007016	0.034458
100	0.06849	0.027801	0.007733	0.06989	0.020603	0.007564	0.065807	0.005933	0.00653	0.287529	0.004935	0.006483
128	0.070913	0.025533	0.013511	0.055999	0.020707	0.013268	0.069037	0.004342	0.01071	0.224434	0.003769	0.010543
200	0.053504	0.02564	0.007407	0.045153	0.018483	0.007355	0.053912	0.001382	0.00302	0.154055	0.001907	0.002978
256	0.055921	0.025443	0.005394	0.045115	0.017543	0.005399	0.056402	0.002097	0.000556	0.121363	0.003659	0.000556
300	0.059672	0.025337	0.007385	0.047107	0.017268	0.007352	0.060362	0.001024	0.002352	0.091842	0.002369	0.00231



انجمن مهندسين برق و الكترونيك ايران  
شاخه ی تهران



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
قطب علمی قدرت

400	0.06377	0.025285	0.00738 2	0.04874 4	0.01740 1	0.00735 2	0.06518 2	0.00222 8	0.00211 5	0.05113 4	0.00304 4	0.00207 4
500	0.07093 3	0.025206	0.00738 2	0.05574 5	0.01735 9	0.00735 1	0.07172 9	0.00130 9	0.00200 6	0.05939 4	0.00363 7	0.00196 4
%decay_of_err or	81.3669 6	3.367501	90.9987 5	84.851	- 3.20154	90.9763 4	81.1579 4	75.2585 7	98.6637 3	96.6729 7	73.6431 1	98.6841 5
min	0.05350 4	0.023514	0.00539 4	0.04511 5	0.01682	0.00539 9	0.05391 2	0.00102 4	0.00055 6	0.05113 4	0.00190 7	0.00055 6
min_num	200	64	256	256	16	256	200	300	256	400	200	256

در این جدول هر خانه خطا مربوط به درصد بوجود آمده در آن نمونه و روش مورد نظر می‌باشد. در جدول بالا  
e1: درصد خطای نوع اول      e2: درصد خطای نوع دوم      e3: درصد خطای نوع سوم  
%decay\_of\_error: درصد کاهش خطا از ۱۶ نمونه به ۵۰۰ نمونه  
min: مقدار خطای مینیمم در کل نمونه‌ها  
min\_number: تعداد نمونه مربوط به مقدار خطای مینیمم

جدول ۲: مقایسه میانگین انواع خطاها در انواع روشها

Error_1	FFT:R	FFT:X	Half Cycle FFT:R	Half Cycle FFT:X	LS:R	LS:X	average_e1	57.747
	1.470530	1.479153	0.078164	0.060298	81.366960	84.851000		
	Man Morison:R	Man Morison:X	LS with Delet DC:R	LS with Delet DC:X	Prodar70:R	Prodar70:X		
	81.289413	84.861996	95.367582	96.672973	81.157945	84.308446		
Error_2	FFT:R	FFT:X	Half Cycle FFT:R	Half Cycle FFT:X	LS:R	LS:X	average_e2	25.455
	40.303053	2.762389	7.639651	18.023879	3.367501	-3.201542		
	Man Morison:R	Man Morison:X	LS with Delet DC:R	LS with Delet DC:X	Prodar70:R	Prodar70:X		
	-28.613956	-60.869740	75.258573	73.643105	86.903797	90.244477		
Error_3	FFT:R	FFT:X	Half Cycle FFT:R	Half Cycle FFT:X	LS:R	LS:X	average_e3	67.091
	79.069410	9.562585	7.598223	4.534238	90.998750	90.976343		
	Man Morison:R	Man Morison:X	LS with Delet DC:R	LS with Delet DC:X	Prodar70:R	Prodar70:X		
	91.764101	95.539571	98.663734	98.684145	69.217308	68.485731		

در این جدول هر خانه معرف میانگین کاهش هر خطا با افزایش تعداد نمونه‌ها در شاخص موردنظر و روش  
مربوطه می‌باشد و average\_e بیانگر میانگین کلی خطای مربوطه در بین تمام روش‌ها می‌باشد.

جدول ۳: مقایسه میانگین کاهش خطاها با افزایش نرخ نمونه‌برداری در انواع روشها

Type	FFT	Half Cycle FFT	LS	Man Morison	LS with Delet DC	Prodar70
R_avaerage_decay error	59.686	5.105	58.578	48.147	89.763	79.093
X_avaerage_decay error	6.162	7.539	57.542	39.844	89.667	81.013
Total average_e_decay error R&X	32.924	6.322	58.060	43.995	89.715	80.053
Ranking	5	6	3	4	1	2

در این جدول میانگین کاهش خطا به طور جداگانه برای هر شاخص بدست آمده و میانگین کلی کاهش  
خطا برای هر روش محاسبه شده است و بر اساس آن روش‌ها رتبه بندی شده‌اند.



انجمن مهندسين برق و الكترونيك ايران  
شاخه ي تهران



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
قطب علمی قدرت

جدول ۴ : درصد کاهش خطا با افزایش نمونه نسبت به تعداد نمونه قبل

Type	FFT						Half Cycle FFT					
Index	R			X			R			X		
No Sample	e1	e2	e3	e1	e2	e3	e1	e2	e3	e1	e2	E3
32	0.765	40.313	50.518	0.771	2.079	-0.035	0.084	5.335	2.124	-0.054	12.433	-0.768
64	0.379	2.583	8.954	0.382	0.512	-0.005	0.019	2.020	0.351	0.012	6.387	0.047
100	0.137	-1.492	53.883	0.135	0.102	9.600	0.013	0.373	5.258	0.045	7.427	5.233
128	0.061	-0.460	-32.353	0.062	0.030	-2.897	-0.027	-0.034	-1.497	0.027	-8.466	-1.512
200	0.062	-0.437	24.023	0.062	0.030	2.815	-0.007	0.064	1.485	0.049	-2.024	1.488
256	0.037	-0.122	10.550	0.037	0.010	0.965	-0.009	-0.030	0.493	-0.037	2.380	0.489
300	0.012	-0.050	-11.928	0.012	0.005	-0.975	0.009	0.011	-0.498	0.009	1.770	-0.500
400	0.012	-0.060	-0.043	0.012	0.005	0.000	0.003	0.050	-0.006	0.003	-4.762	0.006
500	0.012	-0.027	-0.021	0.012	0.005	0.000	-0.007	-0.011	0.000	0.007	2.828	-0.011
Best No	16	32	32	16	16	100	16	16	16	16	32	16

Type	Man Morison						LS with Delet DC					
Index	R			X			R			X		
No Sample	e1	e2	e3	e1	e2	e3	e1	e2	e3	e1	e2	E3
32	49.026	-51.562	31.064	49.648	-96.023	43.782	49.849	-34.593	56.705	49.984	16.809	56.813
64	48.576	-5.196	21.166	46.747	14.219	37.164	49.542	26.971	46.202	49.805	38.884	46.540
100	33.159	8.440	74.545	29.606	-4.903	59.752	35.335	-14.115	81.321	35.846	29.668	81.185
128	-4.857	6.383	-57.212	19.450	6.930	-6.531	24.457	26.814	-64.014	21.944	23.616	-62.625
200	23.509	-0.163	54.262	22.638	8.338	48.029	34.151	68.175	71.803	31.358	49.412	71.753
256	-4.521	1.314	39.658	-2.630	4.733	32.516	22.041	-51.732	81.594	21.221	-91.884	81.336
300	-6.879	0.887	-48.275	-6.462	0.583	-11.035	14.199	51.157	-323.070	24.324	35.256	-315.582
400	-7.053	1.517	4.919	-3.607	-8.680	15.600	30.484	-117.523	10.046	44.325	-28.506	10.228
500	-11.334	2.461	2.672	-13.688	-3.858	10.398	-22.388	41.255	5.191	-16.154	-19.480	5.296
Best No	64	16	100	32	64	100	400	16	100	400	200	100

Type	LS						Prodar70					
Index	R			R			R			R		
No Sample	e1	e1	e1	e1	e1	e1	e1	e2	e3	e1	e2	E3
32	49.026	49.026	49.026	49.026	49.026	49.026	49.026	-34.593	56.705	49.984	16.809	56.813
64	43.358	48.576	48.576	48.576	48.576	48.576	48.576	26.971	46.202	49.805	38.884	46.540
100	37.688	34.053	34.053	34.053	34.053	34.053	34.053	-14.115	81.321	35.846	29.668	81.185
128	-3.538	-4.908	-4.908	-4.908	-4.908	-4.908	-4.908	26.814	-64.014	21.944	23.616	-62.625
200	24.550	21.908	21.908	21.908	21.908	21.908	21.908	68.175	71.803	31.358	49.412	71.753
256	-4.517	-4.617	-4.617	-4.617	-4.617	-4.617	-4.617	-51.732	81.594	21.221	-91.884	81.336
300	-6.708	-7.022	-7.022	-7.022	-7.022	-7.022	-7.022	51.157	-323.070	24.324	35.256	-315.582
400	-6.868	-7.985	-7.985	-7.985	-7.985	-7.985	-7.985	-117.523	10.046	44.325	-28.506	10.228
500	-11.233	-10.044	-10.044	-10.044	-10.044	-10.044	-10.044	41.255	5.191	-16.154	-19.480	5.296
Best No	200	200	200	200	200	200	200	16	100	400	200	100

در این جدول در هر خانه درصد کاهش خطا نسبت به افزایش یک سطح قبل نمونه‌های کمتر محاسبه شده است و اگر مقدار محاسبه کمتر از ۱۰ درصد کاهش خطا داشته باشد افزایش تعداد نمونه‌ها مرقون به صرفه



انجمن مهندسين برق و الكترونيك ايران  
شاخه ی تهران



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
قطب علمی قدرت

نیست و در نتیجه بهترین تعداد نمونه‌ها در همان سطح بدست می‌آید و به عنوان تعداد بهینه در Best\_No قرار داده شده است.