فصل چهارم

تبديل فوريه سيستم‌هاي زمان پيوسته

۴-۱- تعریف تبدیل فوریه زمان پیوسته

$$f(t) \overset{f}{\underset{f^{-1}}{\leftrightarrow}} F(j\omega)$$

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad , \quad f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad ; \quad \omega = 2\pi f$$

۴-۲- شرایط وجود تبدیل فوریه

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)| dt < \infty$$

۱- سیگنال مطلقا انتگرال باشد.

۲- در طول هر بازه محدود سیگنال تعداد محدودي Max یا Min داشته باشد.

۳- در طول هر بازه محدود سیگنال تعداد محدودي ناپیوستگي داشته باشد.

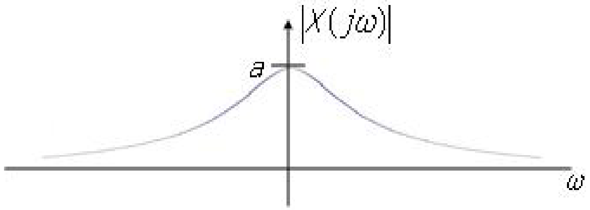
مثال ۱) تبدیل فوریه سیگنال $x(t) = e^{-at}u(t)\ ,\ a>0$ ، را بدست آورده و اندازه و فاز آن را بدست آورده و ترسیم نمائید.

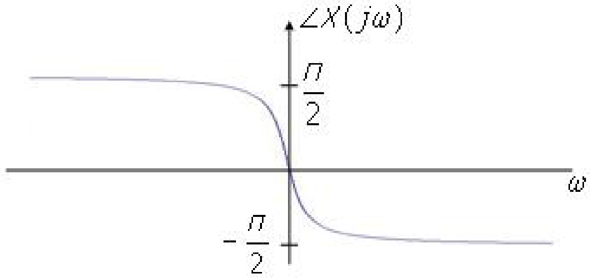
$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-at}u(t)\, e^{-j\omega t} dt = \int_{0}^{+\infty} e^{-at}\ e^{-j\omega t} dt = \int_{0}^{+\infty} e^{-(a+j\omega)t} dt = -\frac{1}{a+j\omega} e^{-(a+j\omega)t}\Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{a+j\omega}$$

$$X(j\omega) = |X(j\omega)| \cdot e^{j\angle X(j\omega)};$$

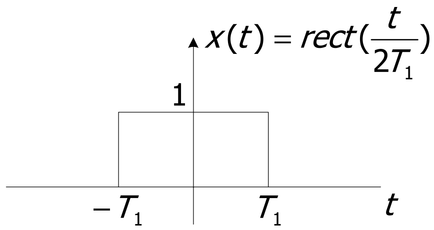
$$|X(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{a^2+\omega^2}} \quad , \quad \angle X(j\omega) = -\tan^{-1}\frac{\omega}{a}$$

$$|X(j\omega)| = \begin{cases} \frac{1}{|a|} = \frac{1}{a} & , \quad \omega = 0 \\ 0 & , \quad \omega = \pm\infty \end{cases} \qquad \angle X(j\omega) = \begin{cases} 0 & , \quad \omega = 0 \\ \mp\frac{\pi}{2} & , \quad \omega = \pm\infty \end{cases}$$





مثال ۲) تبدیل فوریه سیگنال زیر را بدست آورید.

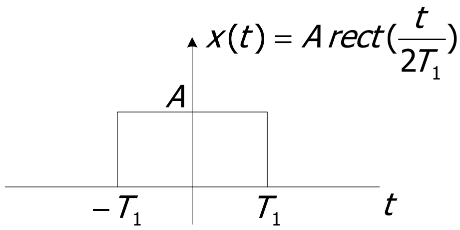


$$X(j\omega) = \int_{-T_1}^{T_1} 1 \times e^{-j\omega t} dt = -\frac{1}{j\omega} e^{-j\omega t}\Big|_{-T_1}^{T_1} = -\frac{1}{j\omega}(e^{-j\omega T_1} - e^{j\omega T_1}) = \frac{2\sin(\omega T_1)}{\omega} = \frac{2\sin(\omega T_1)}{\omega T_1 \cdot \frac{1}{T_1}}$$

$$\Rightarrow X(j\omega) = 2T_1 \frac{\sin(\pi \cdot \frac{\omega T_1}{\pi})}{\pi \cdot \frac{\omega T_1}{\pi}} = 2T_1 \operatorname{sinc}(\frac{\omega}{\pi} \cdot T_1)$$

يادآوري: $\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$

تذكر: در حالت كلي اگر سيگنال پالسي به فرم زير باشد آنگاه:



$X(j\omega) =$ سطح پالس $\times \operatorname{sinc}(\frac{\omega}{\pi} \times$ نصف عرض پالس$) = 2T_1 A \times \operatorname{sinc}(\frac{\omega}{\pi} \cdot T_1)$

٤-٣- خواص تبديل فوريه

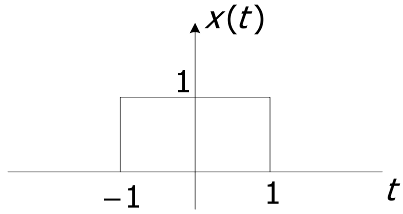
٤-٣-١- خطي بودن

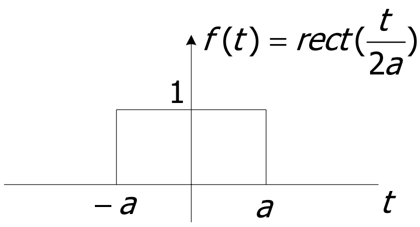
$$\begin{cases} f_1(t) \leftrightarrow F_1(j\omega) \\ f_2(t) \leftrightarrow F_2(j\omega) \end{cases} \Rightarrow af_1(t) + bf_2(t) \leftrightarrow aF_1(j\omega) + bF_2(j\omega)$$

٤-٣-٢- تغيير مقياس زماني

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega) \Rightarrow f(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} F(j\frac{\omega}{a})$$

مثال ۳) به کمك خواص، تبدیل فوریه سیگنال زیر را بدست آورید.





میدانیم:
$$F(j\omega) = 2a\,\text{sinc}(\frac{\omega}{\pi}\cdot a)$$

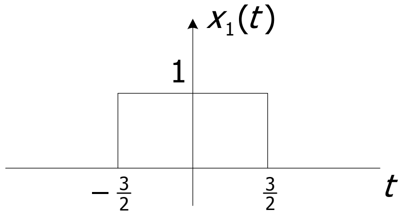
$$x(t) = f(at) \leftrightarrow X(j\omega) = \frac{1}{|a|}F(j\frac{\omega}{a}) = \frac{2a}{|a|}\text{sinc}(\frac{\frac{\omega}{a}}{\pi}\cdot a) = 2\text{sinc}(\frac{\omega}{\pi})$$

۴-۳-۳- شیفت زمانی

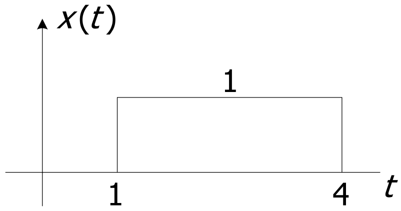
$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega) \Rightarrow f(t-t_0) \leftrightarrow e^{-j\omega t_0}F(j\omega)$$

مثال ۴) تبدیل فوریه تابع $x(t) = rect(\frac{t-2.5}{3})$ را به دست آورید.

۱) $$x_1(t) = rect(\frac{t}{3}) \Rightarrow X_1(j\omega) = 3\text{sinc}(\frac{\omega}{\pi}\cdot\frac{3}{2})$$



۲) $$x(t) = x_1(t-2.5) \Rightarrow X(j\omega) = e^{-j2.5\omega}\cdot X_1(j\omega) = e^{-j2.5\omega}\times 3\sin(\frac{\omega}{\pi}\cdot\frac{3}{2})$$



۴-۳-۴- شيفت فركانسي

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega) \Rightarrow e^{j\omega_0 t} f(t) \leftrightarrow F(j(\omega - \omega_0))$$

مثال ۵) عكس تبديل فوريه را بدست آوريد. $F(j\omega) = 2\pi\delta(\omega)$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} 2\pi\, \delta(\omega)\, e^{j\omega t} d\omega = 1$$

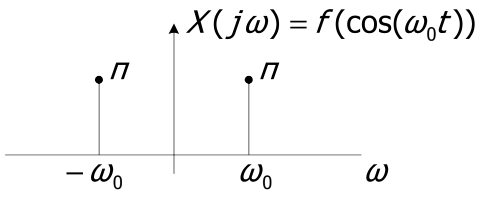
$$\begin{cases} \delta(t) \leftrightarrow 1 \\ 1 \leftrightarrow 2\pi\, \delta(\omega) \end{cases}$$

تذكر: تبديل فوريه نمايي مختلط $e^{\pm j\omega_0 t}$ را نمي‌توان مستقيما محاسبه نمود. با توجه به دو رابطه بدست آمده در بالا و با استفاده از خاصيت شيفت فركانسي تبديل فوريه اين توابع را محاسبه مي‌كنيم:

$$\Rightarrow \begin{cases} e^{j\omega_0 t} \times 1 \leftrightarrow 2\pi\, \delta(\omega - \omega_0) \\ e^{-j\omega_0 t} \times 1 \leftrightarrow 2\pi\, \delta(\omega + \omega_0) \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} e^{j\omega_0 t} + \frac{1}{2} e^{-j\omega_0 t} \leftrightarrow \pi\, \delta(\omega - \omega_0) + \pi\, \delta(\omega + \omega_0)$$

$$\cos(\omega_0 t) \xrightarrow{f} \pi\, \delta(\omega - \omega_0) + \pi\, \delta(\omega + \omega_0)$$

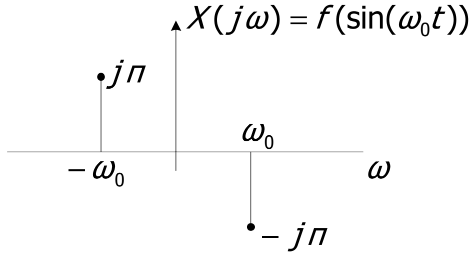
بنابراين تابع $\cos \omega_0 t$ جزو توابعي است كه به كمك خواص، تبديل فوريه‌اش بدست مي‌آيد. سيگنال $x(t) = \cos \omega_0 t$ مطلقا حقيقي و زوج است، همانطوريكه در شكل مشاهده مي‌شود تبديل فوريه آن نيز مطلقا حقيقي و زوج مي‌باشد.



با همان منطق دنبال شده در بالا مي‌توان تبديل فوريه تابع $x(t) = \sin \omega_0 t$ را نيز بدست آورد.

$$\sin \omega_0 t = \frac{1}{2j} e^{j\omega_0 t} - \frac{1}{2j} e^{-j\omega_0 t} \leftrightarrow \frac{\pi}{j} \delta(\omega - \omega_0) - \frac{\pi}{j} \delta(\omega + \omega_0)$$
$$= -\pi j\, \delta(\omega - \omega_0) + \pi j\, \delta(\omega + \omega_0)$$

سيگنال $x(t) = \sin \omega_0 t$ مطلقا حقيقي و فرد است. تبديل فوريه اين سيگنال همانطوريكه در شكل نيز مشاهده مي‌شود مطلقا موهومي و فرد مي‌باشد.



٤-٣-٥- مدولاسيون

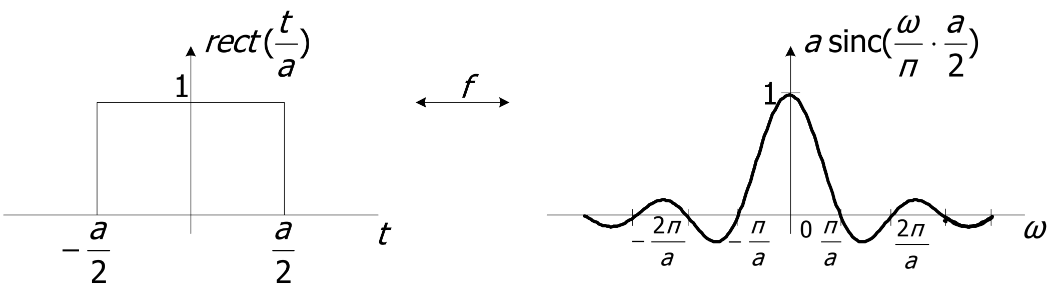
$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega) \Rightarrow f(t)\cos(\omega_0 t) \leftrightarrow \frac{1}{2}F(j(\omega-\omega_0)) + \frac{1}{2}F(j(\omega+\omega_0))$$

اثبات :
$$f(t)\cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2}f(t)e^{j\omega_0 t} + \frac{1}{2}f(t)e^{-j\omega_0 t} \leftrightarrow \frac{1}{2}F(j(\omega-\omega_0)) + \frac{1}{2}F(j(\omega+\omega_0))$$

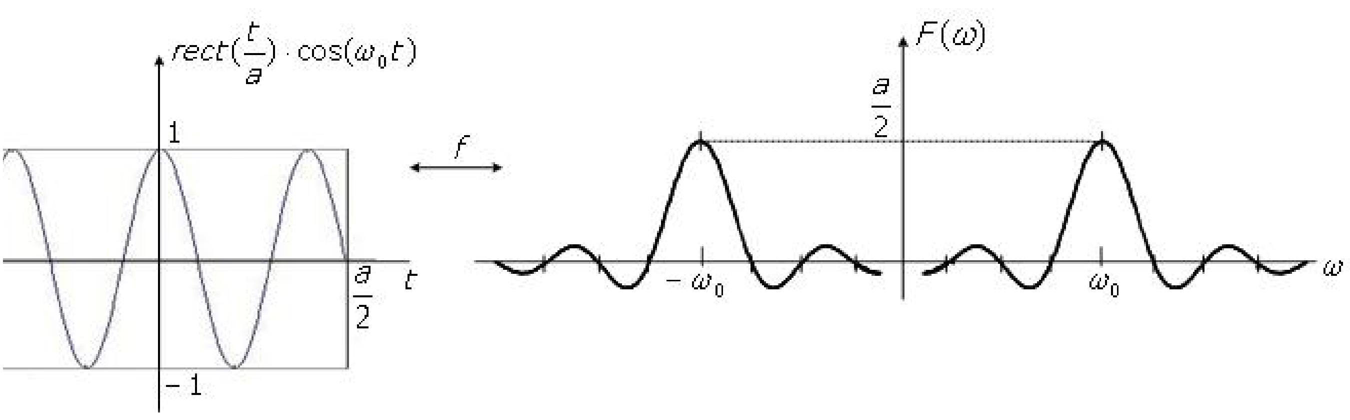
مثال ۱) تبدیل فوریه سیگنال زیر را بدست آورید؟

$$rect(\frac{t}{a})\cos(\omega_0 t) \leftrightarrow ?$$

$$rect(\frac{t}{a}) \leftrightarrow a\,\text{sinc}(\frac{\omega}{\pi}\cdot\frac{a}{2})$$



$$\Rightarrow rect(\frac{t}{a})\cos(\omega_0 t) \leftrightarrow \frac{a}{2}\text{sinc}(\frac{\omega - \omega_0}{\pi}\cdot\frac{a}{2}) + \frac{a}{2}\text{sinc}(\frac{\omega+\omega_0}{\pi}\cdot\frac{a}{2})$$



٤-٣-٦- مشتق فرکانسي

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega) \Rightarrow (-jt)^n f(t) \leftrightarrow \frac{d^n F(j\omega)}{d\omega^n}$$

٤-٣-٧- مشتق زماني

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega) \Rightarrow \frac{d^n f(t)}{dt^n} \leftrightarrow (j\omega)^n F(j\omega)$$

٤-٣-٨- مزدوجگيري (تقارن مزدوج)

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$$
$$f^*(t) \leftrightarrow F(-j\omega)$$

تذكر:

$f(t)$ سيگنال حقيقي و زوج $\Leftarrow$ $F(j\omega)$ مطلقا حقيقي و زوج خواهد بود.

$f(t)$ سيگنال حقيقي و فرد $\Leftarrow$ $F(j\omega)$ مطلقا موهومي و فرد خواهد بود.

٤-٣-٩- خاصيت دوگاني

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega) \qquad\qquad f(t) \leftrightarrow F(\omega)$$
$$F(t) \leftrightarrow 2\pi f(-\omega) \qquad \text{يا} \qquad F(t) \leftrightarrow 2\pi f(-\omega)$$

مثال ۲) تبديل فوريه سيگنال $x(t) = \frac{1}{1+t^2}$ را به كمك خواص بدست آوريد.

$$f(t) = e^{a|t|} \Rightarrow F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a|t|} \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{0} e^{at} \cdot e^{-j\omega t} dt + \int_{0}^{\infty} e^{-at} \cdot e^{-j\omega t} dt$$

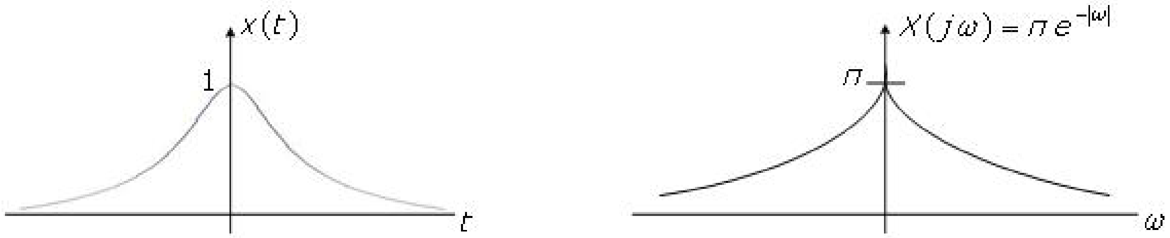
$$= \frac{2a}{a^2 + \omega^2}$$

$$e^{-a|t|} \leftrightarrow \frac{2a}{a^2+\omega^2} \quad \overset{\text{دوگاني}}{\Longrightarrow} \quad \frac{2a}{a^2+t^2} \rightarrow 2\pi e^{-a|-\omega|} = 2\pi e^{-a|\omega|}$$

بنابراين $\quad \frac{2a}{a^2+t^2} \leftrightarrow 2\pi e^{-a|-\omega|} = 2\pi e^{-a|\omega|}$

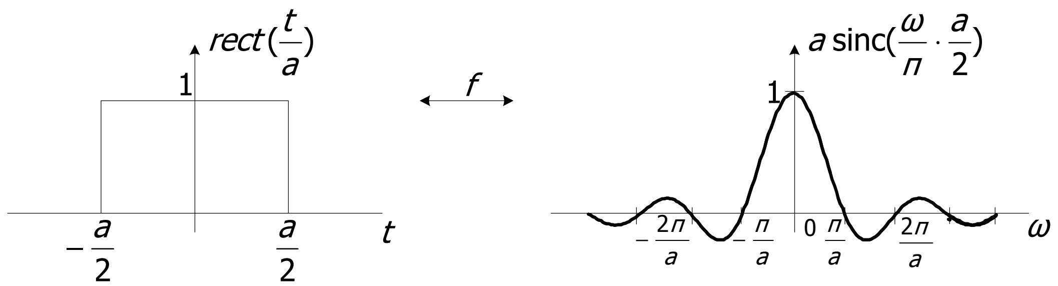
پارامتر a=1 را در نظر ميگيريم:

$$\frac{2}{1+t^2} \leftrightarrow 2\pi e^{-|\omega|} \Rightarrow x(t) = \frac{1}{1+t^2} \leftrightarrow X(j\omega) = \pi\, e^{-|\omega|}$$



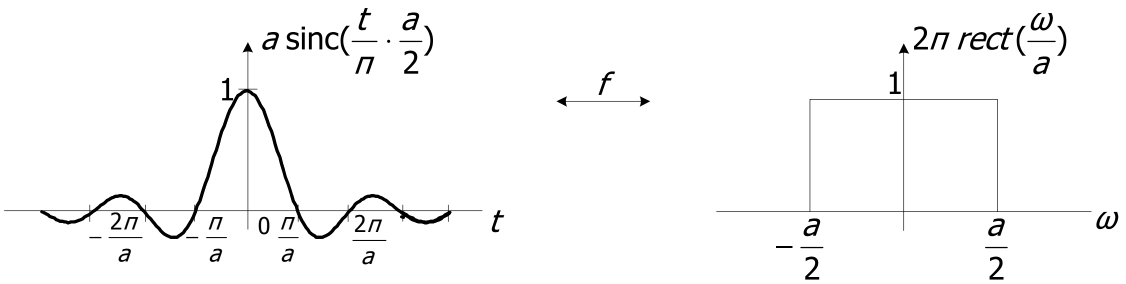
مثال ۳) تبدیل فوریه سیگنال زیر را به کمك خواص بدست آورید.

$$x(t) = a\,\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{\pi}\cdot\frac{a}{2}\right) \leftrightarrow ?$$



$$a\,\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{\pi}\cdot\frac{a}{2}\right) \leftrightarrow 2\pi\, rect\left(-\frac{\omega}{a}\right) = 2\pi\, rect\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

$$x(t) = a\,\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{\pi}\cdot\frac{a}{2}\right) \leftrightarrow 2\pi\, rect\left(-\frac{\omega}{a}\right) = 2\pi\, rect\left(\frac{\omega}{a}\right)$$



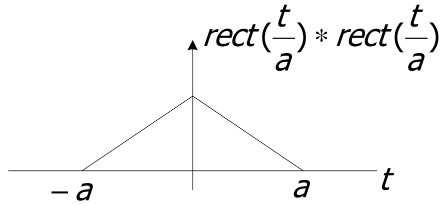
۴-۳-۱۰- ضرب و کانولوشن

$$f_1(t) * f_2(t) \leftrightarrow F_1(j\omega)\cdot F_2(j\omega)$$

$$f_1(t)\cdot f_2(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi} F_1(j\omega) * F_2(j\omega)$$

مثال ٤)

$$rect\left(\frac{t}{a}\right) * rect\left(\frac{t}{a}\right) \leftrightarrow ?$$



$$rect(\frac{t}{a}) * rect(\frac{t}{a}) \leftrightarrow a^2 \text{sinc}^2(\frac{\omega}{\pi} \cdot \frac{a}{2})$$

٤-٣-١١- انتگرال

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$$

$$\int_{-\infty}^{t} f(\lambda)d\lambda \leftrightarrow \frac{F(j\omega)}{j\omega} + \pi F(j0)\delta(\omega)$$

اثبات:

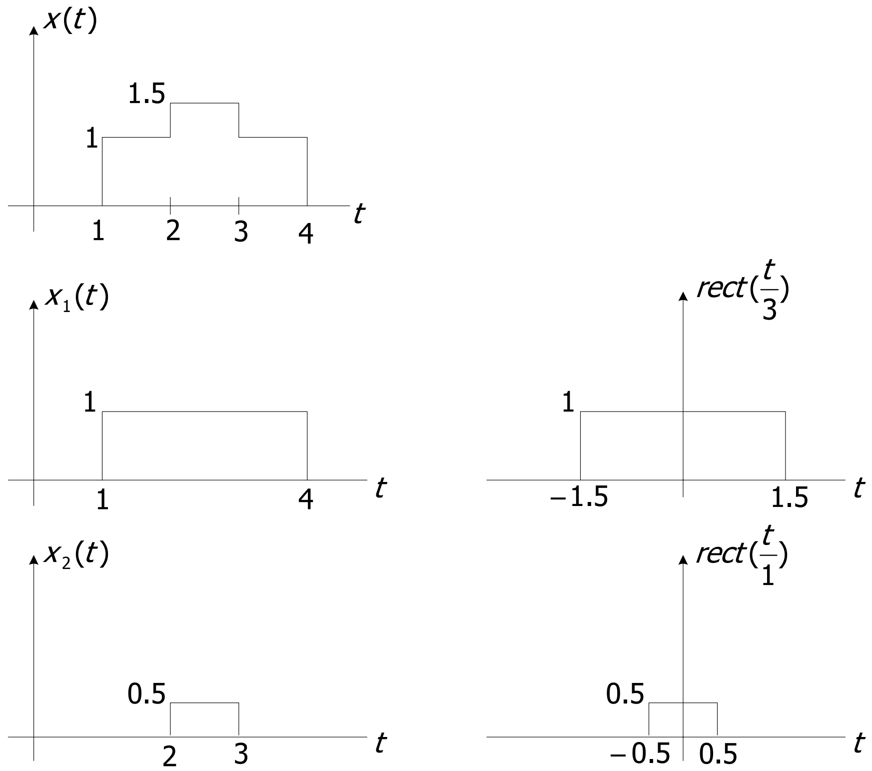
$$f(t) * u(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda)u(t-\lambda)d\lambda = \int_{-\infty}^{t} f(\lambda)d\lambda \leftrightarrow F(j\omega) \cdot U(j\omega)$$

$$u(t) \leftrightarrow U(j\omega) = \frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$$

$$F(j\omega)U(j\omega) = \frac{1}{j\omega}F(j\omega) + \pi\delta(\omega) \cdot F(j\omega)$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{t} f(\lambda)d\lambda \leftrightarrow \frac{F(j\omega)}{j\omega} + \pi\delta(\omega) \cdot F(j0)$$

مثال ٥) سیگنال $x(t)$ در ذیل ترسیم شده است. تبدیل فوریه آن را بدست آورید.



$$rect(\frac{t}{3}) \leftrightarrow 3\text{sinc}(\frac{\omega}{\pi}\cdot\frac{3}{2})$$

$$rect(\frac{t}{1}) \leftrightarrow 0.5\,\text{sinc}(\frac{\omega}{\pi}\cdot\frac{1}{2})$$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \leftrightarrow X(j\omega) = X_1(j\omega) + X_2(j\omega)$$

$$x_1(t) = rect(\frac{t-2.5}{3}) \leftrightarrow e^{-j\omega(2.5)}\cdot 3\text{sinc}(\frac{\omega}{\pi}\cdot\frac{3}{2})$$

$$x_2(t) = rect(\frac{t-2.5}{1}) \leftrightarrow e^{-j\omega(2.5)}\cdot 0.5\text{sinc}(\frac{\omega}{\pi}\cdot\frac{1}{2})$$

$$x(t) \leftrightarrow X(j\omega) = e^{-j\omega(2.5)}(3\text{sinc}(\frac{\omega}{\pi}\cdot\frac{3}{2}) + \frac{1}{2}\text{sinc}(\frac{\omega}{\pi}\cdot\frac{1}{2}))$$

٤-٣-١٢- رابطه پارسوال

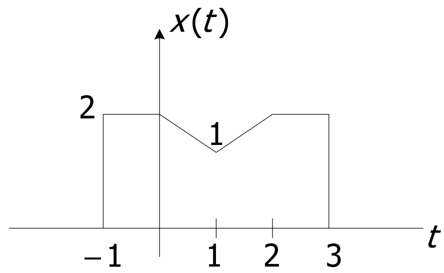
$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)f_2^*(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F_1(j\omega)F_2^*(j\omega)d\omega$$

اگر توابع $f_1(t)$ و $f_2(t)$ يكسان در نظر گرفته شوند، رابطه پارسوال به فرم سادەتري بيان ميشود.

$$f(t) = f_1(t) = f_2(t) \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \|f(t)\|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \|F(j\omega)\|^2 d\omega$$

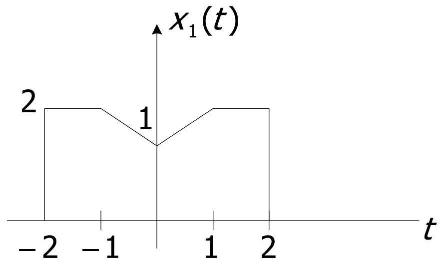
مثال ٦) سيگنال x(t) به صورت زير است.

اگر تبديل فوريه آن $X(j\omega)$ باشد، بدون انجام محاسبات صريح مطلوبست:



الف) $\angle X(j\omega)$ ب) $X(j0)$ ج) $\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)d\omega$ د) $\int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega$

حل الف: $x_1(t) \leftrightarrow X_1(j\omega)$ چون $x_1(t)$ حقيقي و زوج است، $X_1(j\omega)$ نيز مطلقا حقيقي و زوج خواهد بود. به عبارت ديگر: $\angle X_1(j\omega) = 0$



$x_1(t) = x(t+1)$ يا $x(t) = x_1(t-1)$

$$x(t) = x_1(t-1) \leftrightarrow X(j\omega) = e^{-j\omega} \cdot X_1(j\omega) \Rightarrow \angle X(j\omega) = -\omega + \angle X_1(j\omega)$$
$$\Rightarrow \angle X(j\omega) = -\omega$$

حل ب:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt \Rightarrow X(j0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)dt$$

چون سطح زير منحني x(t) با سطح زير منحني $x_1(t)$ برابر است و با توجه به تعريف تابع زوج داريم:

$$X(j0) = 2\left(\int_0^1 (\text{معادله خط})\, dt + \int_1^2 2dt\right) = 7$$

حل ج:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)d\omega = 2\pi x(0) = 4\pi$$

حل د: رابطه پارسوال مورد نظر است.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega = 2\pi\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

٤-٤- تبديل فوريه سيگنال متناوب

اگر سيگنالي متناوب باشد به اين معني است كه داراي سري فوريه است. تبديل فوريه سيگنال متناوب را به طور مستقيم محاسبه نمي‌كنيم. ابتدا سري فوريه تابع را به دست آورده، سپس از سري فوريه تبديل فوريه را به دست مي‌آوريم.

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}a_k e^{jk(\frac{2\pi}{T_0})t} \qquad , \quad x(t)=x(t+T_0)$$

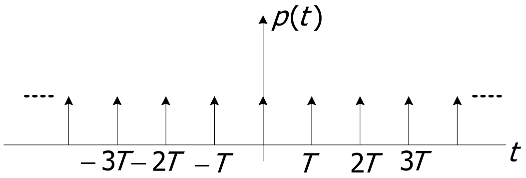
$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}a_k e^{jk(\frac{2\pi}{T_0})t} \xrightarrow{f} X(j\omega)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}2\pi a_k\,\delta(\omega-k\frac{2\pi}{T_0})$$

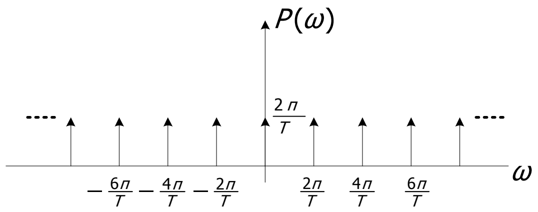
مهمترين سيگنال متناوبي كه مي‌شناسيم قطار ضربه است.

$$p(t)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta(t-mT)$$

ابتدا سري فوريه تابع را به دست آورده:

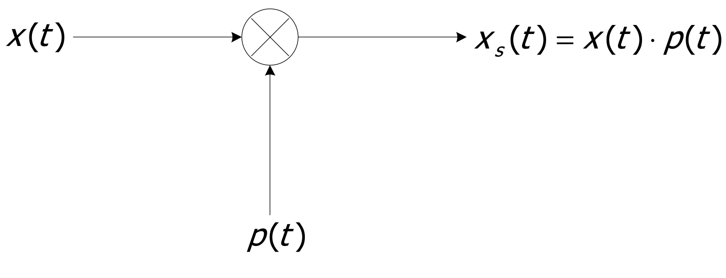
$$a_k=\frac{1}{T};\ p(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{1}{T}e^{jk(\frac{2\pi}{T})t} \leftrightarrow P(j\omega)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{2\pi}{T}\delta(\omega-k\frac{2\pi}{T})$$





٤-٥- تئوري نمونه‌برداري سيگنال

در اين روش سيگنال x(t) در قطار ضربه ضرب مي‌شود كه با توجه به خواص بيان شده براي تبديل فوريه، تبديل فوريه حاصلضرب دو تابع برابر با كانولوشن آنهاست.

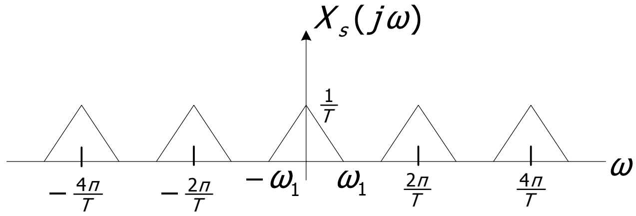


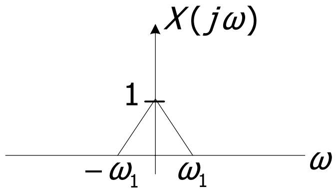
$$x_s(t) = x(t)\cdot p(t) \leftrightarrow X_s(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\omega) * P(j\omega)$$

$$p(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} e^{jk\frac{2\pi}{T}t} \leftrightarrow P(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{T}\delta(\omega - k\frac{2\pi}{T})$$

$$X_s(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\omega) * (\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{T}\delta(\omega - k\frac{2\pi}{T})) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} X(j(\omega - k\frac{2\pi}{T}))$$

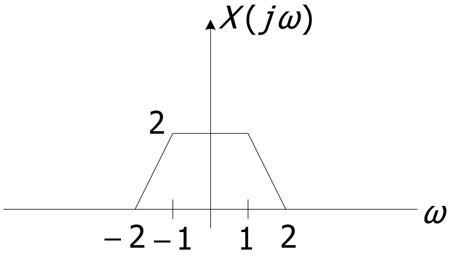
رابطه بدست آمده بيان مي‌كند كه در اثر نمونه‌برداري از سيگنال، تبديل فوريه سيگنال نمونه‌برداري شده $x_s(t)$ برابر تبديل فوريه سيگنال اوليه $X(j\omega)$ خواهد بود كه البته در فواصل $\frac{2\pi}{T}$ عينا تكرار شده و دامنه آن نيز در $\frac{1}{T}$ ضرب شده است.



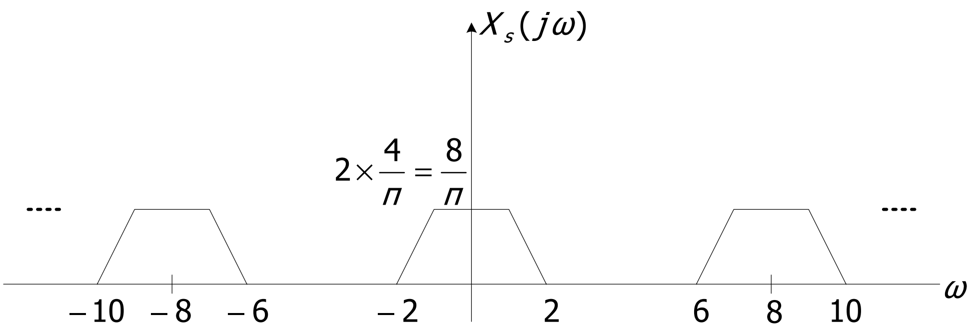


مثال ۷) مطلوب است $X_s(j\omega)$، اگر $X(j\omega)$ به صورت مقابل باشد.

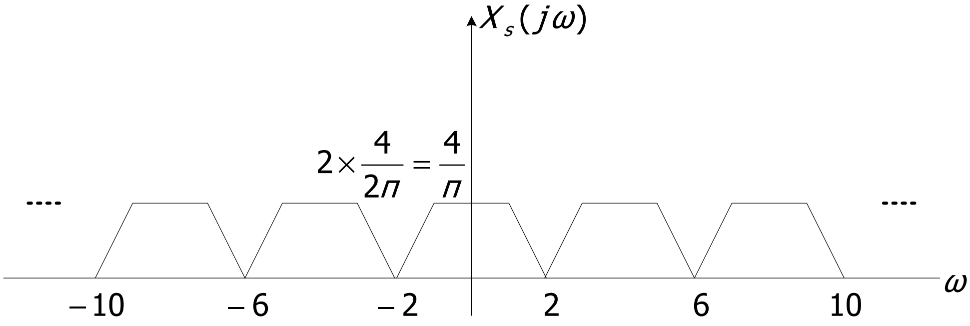
الف) $T = \frac{\pi}{4}$ ب) $T = \frac{\pi}{2}$ ج) $T = \frac{2\pi}{3}$



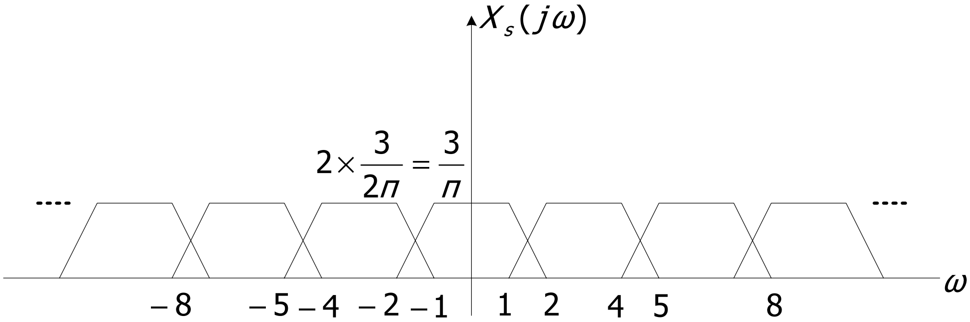
حل الف: $\frac{2\pi}{T} = 8$



حل ب: $\frac{2\pi}{T} = 4$



حل ج: $\frac{2\pi}{T} = 3$



٤-٦- خلاصه

قبل از بدست آوردن تبديل فوريه با استفاده از بايد شرايط وجود تبديل فوريه (ديريكله) را بررسي كرد.
در تبديل فوريه نيز با توجه به اندازه و فاز مي‌توان نوع فيلتر را تشخيص داد.
با دانستن خواص تبديل فوريه، برخي مسائل به روش ساده‌تري قابل حل است.

تابع $\cos\omega_0 t$ جزو توابعي است كه به كمك خواص، تبديل فوريه‌اش بدست مي‌آيد و با توجه به شكل حاصل، تبديل فوريه آن مطلقا حقيقي و زوج است. همچنين با توجه به شكل بدست آمده براي $\sin\omega_0 t$، تبديل فوريه آن مطلقا موهومي و فرد است.

اگر f(t) سيگنالي زوج و حقيقي باشد، $F(j\omega)$ مطلقا حقيقي و زوج و همچنين اگر f(t) سيگنالي فرد و حقيقي باشد، $F(j\omega)$ مطلقا موهومي و فرد است.

اگر سيگنالي متناوب باشد به اين معني است كه داراي سري فوريه است. تبديل فوريه سيگنال متناوب را به طور مستقيم محاسبه نمي‌كنيم. ابتدا سري فوريه تابع را به دست آورده، سپس از سري فوريه تبديل فوريه را به دست مي‌آوريم.

مهمترين سيگنال متناوبي كه ميشناسيم قطار ضربه است.

در نمونهبرداري سيگنال، تابع x(t) در قطار ضربه ضرب ميشود. با توجه به خواص بيان شده براي تبديل فوريه، تبديل فوريه حاصلضرب دو تابع برابر با كانولوشن آنهاست.